LA COMPETENCIA DE ARGUMENTAR EN EDUCACIÓN SECUNDARIA. FORMA, ESPACIO Y MEDIDA

Santiago Ramiro Velázquez, Hermes Nolasco Hesiquio
Secretaría de Educación Guerrero, Universidad Autónoma de Guerrero México
sramiro@prodigy.net.mx, nolascohh.@hotmail.com

Resumen. En este artículo hacemos un estudio de la competencia de argumentar en el marco de forma, espacio y medida que es uno de los ejes que vertebran las matemáticas en educación secundaria. El objetivo fundamental de la investigación consiste en diseñar situaciones didácticas para el desarrollo de la referida competencia. Como parte de los avances de este trabajo explicamos lo que sucede con esta competencia en la escuela, al documentar la actuación de los profesores en este ámbito y la resistencia de los alumnos para argumentar. Identificamos argumentos personales, empíricos y teóricos por medio de una entrevista a alumnos y el análisis de sus diarios de campo. De igual modo estructuramos tres actividades geométricas para desarrollar esta competencia, sobre la base de los distintos hallazgos de la investigación.

Palabras clave: competencias matemáticas, argumentar, situaciones didácticas

Abstract. In this paper we make a study of the competence of argument in the framework of shape, space and measure which is one of the axis that conform the maths in secondary education. The principal objective of this research consists in design didactical situations for the development of such competence. As a part of the progress of this work we explain what's happening with this competence in the school, documenting the performance of the professors in this matter and the resistance of the students for argues. We identify personal, empirics and theoretical arguments trough a interview with the students and by analyzing their daily field journals. Likewise, we create three geometry activities for developing this competence about the basis of the different discoveries of the research,

Key words: mathematical competence, argumentation, didactical situations

Introducción

Sostenemos que las competencias matemáticas son saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales, integrados y en movimiento. De manera que una persona es competente cuando hace evolucionar sus saberes al plantear y resolver problemas y tareas matemáticas, que lo sitúan como matemático. Es decir, que transforma sus conocimientos en saberes en las prácticas donde dichos conocimientos tienen presencia y se responsabiliza de las respuestas que emite por medio de diversos argumentos. Estas posiciones coinciden con la concepción de PISA (Program for International Student Assessment) cuando define a la competencia matemática como "La capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones". (OCDE, 2006, p. 74). En la didáctica contemporánea a estas situaciones se les denomina prácticas sociales, entonces para desarrollar competencias matemáticas, hay que actuar en estas prácticas, porque en ellas el conocimiento adquiere el estatus de saber. De esta manera consideramos al discurso matemático escolar y la práctica educativa de aula, integrados con prácticas sociales donde se construyen saberes (Velázquez y Nolasco, 2009).

Esta investigación en proceso, se centra en el estudio del eje forma, espacio y medida. Uno de los propósitos de este eje es el desarrollo del pensamiento geométrico para cuyo logro es necesario distinguir varias formas geométricas y sus propiedades, explorar otras formas geométricas más complejas y utilizar resultados geométricos, así como relaciones métricas y algebraicas en situaciones teórico-prácticas. En estos procesos se pueden construir argumentaciones, para establecer resultados tanto en geometría como en relaciones matemáticas que tienen conexión con propiedades geométricas.

De acuerdo al diccionario enciclopédico Grijalbo, argumentar consiste en dar pruebas o razonamientos para defender una acción o afirmación, también la considera como un razonamiento lógico con el que se demuestra una proposición. Por nuestra parte sostenemos que argumentar consiste en aportar pruebas o justificaciones de una acción o afirmación. En orden de complejidad hay argumentos "para explicar, para justificar y para demostrar" (SEP, 2006, p. 18).

En la práctica observamos un escaso énfasis en el desarrollo de la referida competencia, por lo general los contenidos programáticos propuestos para argumentar, se encaminan al cálculo y solución de problemas rutinarios, sin enfocarse al logro de los propósitos planteados. En estos términos se impone una cultura en el aula, regida por un contrato didáctico cerrado en donde no hay cabida para prácticas y normas sociomatemáticas (Yackel y Cobb, 1996), que dan lugar a que los alumnos vayan construyendo su discurso matemático, al confrontar y argumentar sus producciones.

El objetivo de este trabajo es organizar un conjunto de actividades geométricas que conforman una manera de desarrollar la competencia de argumentar y el pensamiento geométrico, como propósito fundamental del referido eje. Para desarrollar la investigación se hace una entrevista a 10 alumnos del 3er grado de educación secundaria en la que se plantean tareas referentes a las condiciones necesarias para la construcción de polígonos y se analizan sus diarios de campo del apartado 2.4. del programa de estudios, sobre los criterios de semejanza de triángulos. Esto es con el propósito de reconocer las formas de argumentar que utilizan los alumnos. Para organizar el conjunto de actividades se realiza un estudio didáctico en diversas fuentes, que revelan formas de argumentar cuando se realizan tareas geométricas. Sobre esta base se diseñan situaciones didácticas Brousseau (1983), para cuyo desarrollo se propone la utilización de materiales manipulables y geometría dinámica.

Forma, espacio y medida

Forma, espacio y medida se concibe como un medio universal donde se sitúan todos los cuerpos físicos. Lugar geométrico de todas las posibles posiciones donde se puede formar la imagen de un objeto mediante un sistema óptico. Hershkowitz, Parzysz y Van (1996) afirman que la interacción con formas y espacios implica la comprensión del mundo que nos rodea, y que la descripción, codificación y decodificación de la información visualizada asegura un conocimiento pleno de ese mundo. Nosotros sostenemos que en este ámbito se da la relación de las figuras –dibujos, representaciones- con las imágenes que la persona concibe mentalmente, como se muestra en la figura 1. En esta dirección forma, espacio y medida asegura el reconocimiento del espacio físico tridimensional en el que habitamos.

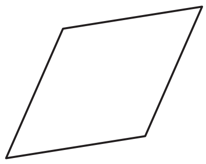


Fig. 1. En este caso las figuras son las representaciones que vemos, una figura geométrica y una estatua, en tanto que la imagen en el primer caso puede ser un polígono, un cuadrilátero o un rombo. En el segundo caso puede ser la de un Quijote con un libro abierto y un corazón que encierran un significato sociohistóricocultural,-esta estatua es el símbolo del Premio ABC Maestros de los que Aprendemos, que otorga la Organización Civil Independiente Mexicanos Primero-.

El estudio de los apartados de este eje favorecen el desarrollo de la competencia de argumentar (SEP, 2006). ¿Cómo argumentar sin tener un desarrollo conceptual?, para argumentar es imprescindible que emerjan articulaciones conceptuales para luego clasificar, jerarquizar, describir, visualizar y abstraer. Se producen articulaciones conceptuales cuando los alumnos experimentan con una gran variedad de figuras, que a su vez construyan recortando y doblando papel, con plastilina, con palillos, con bloques, etc. De esta experimentación pueden descubrir, por ejemplo, que dada la longitud de los lados de un cuadrilátero se puede construir más de uno. En tanto que si se trata de trazar un triángulo dadas las longitudes de sus lados, se puede trazar solo uno o ninguno.

Escenarios de investigación

Del estudio de la entrevista reconocemos que los alumnos expresan argumentos personales, empíricos y teóricos. Cuando se piden justificaciones sobre la posibilidad de trazar un triángulo dadas las longitudes de sus lados, se dan argumentos personales como *Siento que las medidas no alcanzarían*, o empíricos cuando los alumnos intentan hacer trazos con el juego geométrico y dicen *Inclinando hacia l a derecha alcanzan*, y los teóricos cuando formulan la desigualdad triangular.

1. Se quieren construir triángulos de lados a, b, c en los que el lado a mide 20 cm y las medidas de los lados b y c son las que se especifican en la siguiente tabla. Completa la tabla.

LADO b	LADO c	¿ES POSIBLE CONSTRUIR EL TRIÁNGULO?	¿POR QUÉ RAZONES?
8 cm	9 cm	No	Siento que las medidas no alcanzarían
12 cm	7 cm	Si	Se forma un triángulo pero sería un poco alargado

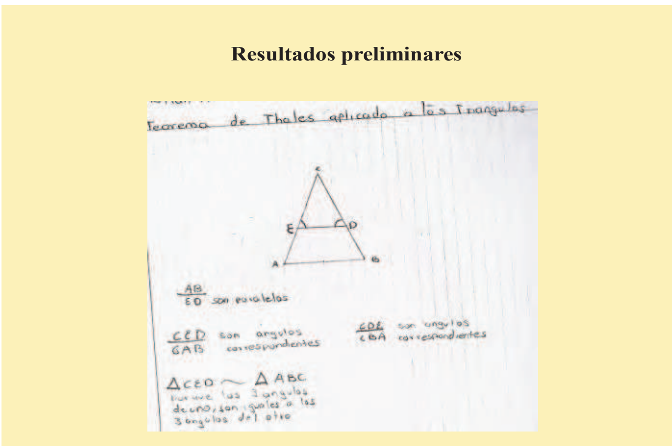
En la siguiente tabla están las respuestas de uno de los alumnos entrevistados, en la 2ª fila se ve un argumento personal y en la 3ª un argumento empírico.

2. ¿De acuerdo a tus saberes y experiencias qué condiciones deben cumplir tres segmentos de recta para poder construir un triángulo?. Justifica tu respuesta.

los lados b y C al sumarlos deben ser mayores al lado A

En esta respuesta de otro de los alumnos entrevistados se expresa un argumento teórico.

En el estudio de los diarios de campo de los alumnos se refleja un proceder rígido y esquematizado cuando se les propone argumentar, como se visualiza en la siguiente producción de uno de los participantes. Esta rigidez les impide hacer explicaciones abiertas, libres, y comunicar con propiedad conocimientos matemáticos. Suponemos que esta manera de actuar obedece a la escolarización del saber e imposición de un discurso matemático de parte del profesor y de los libros de texto.



En el estudio didáctico constatamos que los programas de estudio de la escuela secundaria mexicana tienen potencialidades para desarrollar la competencia de argumentar, en el 1er grado, el apartado 2.6. dice: "justificar las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares". (SEP, 2006, p. 38). Por su parte el 4.5 dice: "determinar el número π como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro. Justificar la fórmula para el cálculo de la longitud de la circunferencia y el área del círculo" (SEP, 2006, p. 53). En el segundo grado se continúa con la justificación de fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides, y en general en el estudio de los diversos apartados del bloque referido. Por su parte en el tercer grado se acentúan estas potencialidades al estudiar la congruencia, la semejanza, el teorema de Tales, la homotecia y el teorema de Pitágoras.

Existen principalmente, dos problemas que obstaculizan el desarrollo de la referida competencia, el primero es sobre las condiciones de las prácticas matemáticas de los profesores, que en el caso de la justificación de fórmulas, centran su atención en sus usos, pasando por alto las formas y tipos de argumentar. Esta afirmación se sustenta en el registro de observaciones que realiza la jefatura de enseñanza de matemáticas, en 7 escuelas secundarias. También por la evaluación realizada a 20 profesores que participan en un curso donde se pide argumentar sobre la validez de procedimientos utilizados para calcular perímetros y áreas de polígonos y sectores circulares. Por lo general en sus respuestas se miran solo argumentos personales y empíricos.

El segundo problema consiste en el desinterés y resistencia de los alumnos para argumentar, éstos se oponen a explicar los procesos y resultados al realizar actividades de este corte. Sostienen que no se les ha enseñado a argumentar y que los cálculos correctos conducen a respuestas correctas, por ende son innecesarias otras explicaciones.

Como una manera de contribuir a la solución de esta problemática Yackel y Cobb (1996) proponen que la actividad en el aula de matemáticas, se rija por normas sociales, normas sociomatemáticas y prácticas matemáticas, en este caso, orientadas a la validación de procedimientos y resultados por medio de diversos argumentos. Desde nuestras posiciones sostenemos que se trata de que profesores y alumnos hagan evolucionar sus saberes, de tal forma que consideren a la argumentación como una práctica matemática relevante en el logro de un desempeño exitoso.

En el diseño de situaciones didácticas (AD), además de las ideas sostenidas en este trabajo, nos enmarcamos en el principio básico de la teoría de SD Brousseau (1986) donde postula que se aprende adaptándose a un medio generador de contradicciones y desequilibrios, en esta adaptación el alumno produce saberes manifestados en respuestas nuevas . De modo que en la actividad escolar el alumno aprende, cuando el profesor logra que se responsabilice de las situaciones y problemas propuestos.

También nos basamos en las fases de la apropiación del conocimiento matemático Brousseau (1983), éstas se describen brevemente a continuación. Acción, se trata del planteamiento de la tarea, del compromiso de realizarla y de comprenderla. Formulación, consiste en las diferentes producciones de los participantes encaminadas a la solución del problema. En esta fase se realiza una amplia interacción discursiva entre los participantes, que revela las maneras de cómo se orientan para llegar a estas producciones. Validación, en esta fase se continúa con la interacción discursiva centrada en los argumentos que soportan las formulaciones. Institucionalización, esta fase consiste en el logro de acuerdos y consensos así como la precisión de los saberes mínimos que los participantes deben dominar.

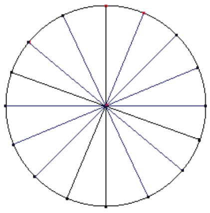
Estas fases como lo sostiene Brousseau (2007) se oponen a las trampas del formalismo e imposición de un discurso matemático en el aula, para que impere la interacción discursiva como una práctica de construcción social de conocimientos. "Este orden en las fases parece oponerse a aquel donde los saberes son primero reorganizados en discursos comunicables según el destinatario y luego aplicables a situaciones personales" (Brousseau, 2007, p. 29).

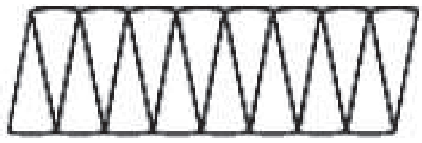
En este sentido sostenemos que en una SD están considerados principalmente, los alumnos, los profesores y el ambiente escolar y familiar. A los profesores les corresponde lograr que los alumnos se interesen en los problemas y tareas propuestos y en resolverlos con o sin la intervención directa del docente.

Diseño de situaciones didácticas

Situación 1. Justificación de fórmulas Ya se hizo referencia al apartado 2.6. "justificar las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares" (SEP, 2006, p. 38). Y del 4.5 "determinar el número π como la razón entre la longitud de la circunferencia y el diámetro. Justificar la fórmula para el cálculo de la longitud de la circunferencia y el área del círculo" (SEP, 2006, p. 53). La situación 1 consiste en esta justificación, donde los estudiantes reflexionen sobre las formas de realizar y ejecutar esta tarea.

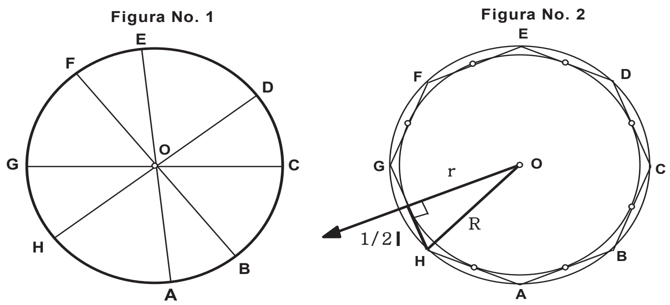
En la justificación de la fórmula del área del círculo se esperan diversas producciones de los alumnos, puede ser que algunos consideren un camino basado en las siguientes figuras, donde se mira que los sectores en los que se divide el círculo se ubican en un arreglo rectangular, cuya base es πr (mitad del perímetro del círculo) y su altura r (radio del círculo), entonces su área es πr^2. Está claro que no es exactamente un rectángulo, no obstante al dividir el círculo en un gran número de sectores iguales el arreglo rectangular se aproxima a un rectángulo, por lo tanto la justificación es válida, considerando además, que es para alumnos de educación secundaria.





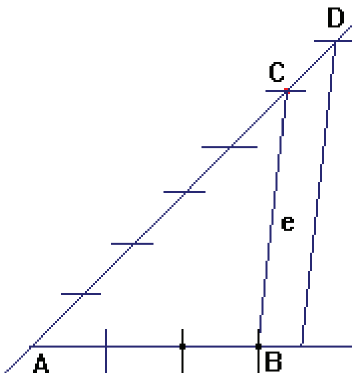
Situación 2. Problemas geométricos de construcción. Construir el lugar geométrico de los puntos medios de cuerdas iguales de una circunferencia y justificar la respuesta.

Se espera que los alumnos tengan cierto desarrollo de la habilidad de visualizar y representen la información en diversas figuras, exploren y conjeturen encontrando el conocimiento y orientándose para asegurarlo como ahora se muestra.



¿Cómo represento lo que dice el problema?, ¿Puedo iniciar con un caso particular?, uno de estos casos es cuando las cuerdas referidas son diámetros, como se ve en la fig. 1. Si se trata de cualquier cuerda, la representación está en la fig. 2.

En la Figura 1 reconozco que los puntos medios se reducen a uno sólo, que es el centro de la circunferencia dada, en tanto que en la fig. 2 identifico que los puntos medios de cuerdas iguales forman una circunferencia concéntrica a la circunferencia dada, por lo que puedo conjeturar que se trata del lugar buscado. Para asegurar este conocimiento necesito demostrar que efectivamente se trata de una circunferencia, como es concéntrica con la dada, sólo hace falta encontrar el radio. En la misma fig. 2 trazo R radio de la circunferencia dada y r radio de la circunferencia encontrada, formándose un triángulo rectángulo donde R es la hipotenusa (conocida), ½ *l* es un cateto conocido, "r" es el cateto desconocido, aplicando el teorema de Pitágoras $r = \sqrt{R^2 - \frac{1}{4} l^2}$. De esta forma concluyo que esta circunferencia concéntrica es el lugar geométrico buscado. Aclaramos que todo problema de lugares geométricos exige el cumplimiento de una equivalencia, es decir condiciones necesarias y suficientes. La respuesta y argumentación anterior cumplen con la condición necesaria, haría falta la argumentación de la implicación recíproca, que no se exige debido al nivel escolar para el que está planteada la situación.



Situación 3. Teorema de Tales. Si tres o más paralelas son cortadas por una o dos transversales, los segmentos de las transversales determinados por las paralelas, son proporcionales.

Basado en el teorema de Tales se utiliza un sencillo método gráfico para aplicar una escala como se muestra en la figura de la izquierda.

¿Cómo describimos este método gráfico?, ¿Por qué funciona?

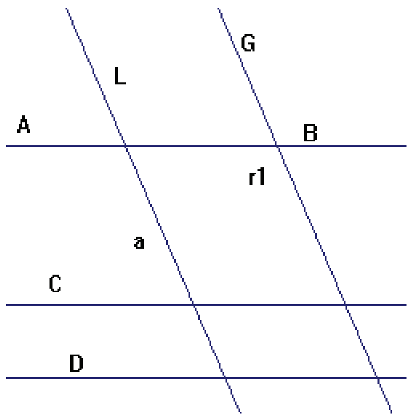


Figura 1

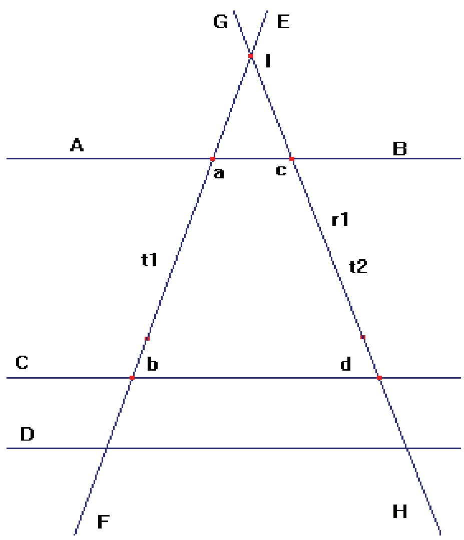


Figura 2

En la fig. 1 la recta L es paralela con G, A paralela con C y con D, ¿Qué relación tiene esta figura con el teorema de Tales? ¿Qué características debe tener la fig. 2 para qué represente el referido teorema? Realiza la demostración del teorema de Tales. Formula el recíproco de dicho teorema, ¿Es verdadero el recíproco?

Reflexiones finales

Consideramos que el estudio de la competencia de argumentar enmarcado en las posiciones que en este trabajo se explican, puede contribuir a su desarrollo en la escuela, ya que da cuenta de las condiciones de las prácticas matemáticas de profesores y alumnos en este ámbito. El estudio didáctico descrito refleja potencialidades y posibilidades para desarrollar esta competencia, considerando un discurso matemático abierto y libre que asegure a los alumnos comunicarse con propiedad. Finalmente en las situaciones didácticas propuestas se concretan las posiciones que se vienen sosteniendo y constituyen una base de orientación para que los profesores las gestionen con sus alumnos.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1983). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas de la enseñanza*. Versión en español del Departamento de Matemática Educativa, D.F, México: CINVESTAV-IPN.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 *(2),* 33-115.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zarzal.

Hershkowitz, R. Parzysz, B. y Van, J. (1996). Space and Shape. En a. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International Handbook Of Mathematics Education* (pp. 161-204). Boston, USA: Kluwer Academic Publishers.

OCDE. (2006). *PISA 2006. Marco de evaluación*. Recuperado el 7 de Marzo del 2011 de http://www.stes.es/documentación/...pisa/pisa2006_marco_evaluacion.pdf

Pantón, G. (1995). *Diccionario enciclopédico Grijalbo*. Bogotá, Colombia: Grijalbo.

SEP. (2006). *Programas de estudio de matemáticas en educación secundaria*. D.F, México: Secretaría de Educación Pública.

Velázquez, S. y Nolasco, H. (2009). Rediseño del discurso matemático escolar en la educación secundaria. *Sinergia 1 (2*), 26-31.

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentación, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27,4, 458-477.