

A NOVA RELAÇÃO INSTITUCIONAL PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE FRAÇÃO NO ESTADO DE SÃO PAULO

Angélica da Fontoura Garcia Silva, Raquel Factori Canova, Tânia Maria Mendonça Campos, Marlene Alves Dias
UNIBAN Brasil

angelicafontoura@gmail.com, fraquelc@yahoo.com.br, taniammcampos@hotmail.com

Resumen. Varios trabajos de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la noción de número racional con sus diferentes representaciones han sido desarrollados en los últimos años. En Brasil esas investigaciones han sugerido nuevas formas de trabajo, especialmente, a partir de 1997 en los Parámetros Curriculares Nacionales de Educación Básica. En sus lineamientos dejaban a cargo de las escuelas la forma de desarrollar estas nociones matemáticas en el nivel primario, se observó una profusión de propuestas diversas para la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales y sus respectivas representaciones en esa etapa escolar. Para garantizar un contenido mínimo, la Secretaría de Estado de Educación de San Pablo lanzó una nueva propuesta curricular. Por lo tanto, identificamos en ese nuevo documento las ideas de Caraça y de Nunes que apuntan a la importancia de explorar las lógicas del estudio de fracciones (equivalencia y orden).

Palabras clave: currículo, fracción, relaciones institucionales y personales

Abstract. Several research papers on teaching and learning of the notion of rational numbers in its different representations have been developed in recent years. In Brazil these surveys are suggested as new ways of working, in particular, since 1997 through the proposals indicated by the National Curricular Parameters of Elementary School. As the guidelines contained in this document left in charge of school choices for the development of mathematical notions of Elementary School, there was the spread of a wide range of proposals for teaching and learning of rational numbers and their representations in this educational stage. To ensure a minimum content the State Secretariat of Education of São Paulo launched a new curriculum proposal. Therefore, we have identified in this new document the ideas of Caraça as well as those of Nunes that point to the importance of exploring the logic of study of fractions (equivalence and order).

Key words: curriculum, fraction, institutional and personal relationships

Introdução

Neste artigo temos por finalidade analisar os pressupostos e diretrizes que alicerçam o atual currículo de Matemática proposto para o Estado de São Paulo, Brasil, no que se refere à noção de números racionais na forma de fração, com o objetivo de verificar as diferentes formas de organização matemática e didática e identificar a relação com as indicações propostas pelo movimento de implementação curricular e outras orientações e pesquisas que tratam da mesma temática.

Para delimitar nosso problema de pesquisa indicamos a relevância do tema, a fundamentação teórica que utilizamos em nossa análise, os pressupostos do Currículo Oficial do Estado de São Paulo e os estudos que vêm sendo desenvolvidos. Em seguida, apresentamos a análise, as considerações finais e perspectivas futuras.

Relevância da Pesquisa

No que se refere ao objeto matemático – fração, que corresponde à representação fracionária dos números racionais –, observamos a existência de um grande número de pesquisas relacionadas aos problemas de seu ensino e aprendizagem. Behr, Lesh, Post e Silver (1983) afirmam que o conceito de fração é uma das ideias matemáticas mais complexas e importantes na formação do aluno. Além disso, evidenciamos que vários pesquisadores de diversos países, como Behr et al. (1983), Kieren (1988), Strefland (1984), Nunes (2003), entre outros, apontam uma relação de problemas sérios sobre as dificuldades de aprendizagem dessa noção matemática.

No Brasil, pesquisas recentes, fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993), evidenciaram dificuldades no domínio de fração tanto no que se refere ao seu ensino quanto à sua aprendizagem (Rodrigues, 2005; Canova, 2006; Garcia Silva, 2007; e Damico, 2007, entre outras).

Quanto às pesquisas desenvolvidas no Brasil sobre a temática é importante destacar ainda que Nunes e Bryant (1997), já tomando como base estudos de Campos, Jahn, Leme da Silva & Silva (1995), sinalizavam que havia uma forte tendência por parte dos professores no sentido de trabalhar o conceito de número racional em sua representação fracionária, utilizando prioritariamente o significado parte-todo. Esse fato também é discutido em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997).

Neste último documento, como em alguns dos trabalhos acima referenciados, fundamentam-se, dentre outros, na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993). Nesse sentido nos PCNs, indicam-se como objetivos do ensino de Matemática no segundo ciclo do Ensino Fundamental (3.^a e 4.^a séries ou 4.^o e 5.^o anos): “Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (Brasil, 1997, p. 55), e “resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais” (Brasil, 1997, p. 56).

Ainda, segundo estas orientações, há também uma preocupação com a compreensão dos significados do número racional – quociente, parte-todo e razão –, além de destacarem a importância do trabalho com suas representações: fracionária e decimal.

Para analisar os pressupostos que embasam o currículo, escolhemos como referencial teórico a noção de relação institucional conforme definição de Chevallard (1992). Lembramos que a Teoria Antropológica do Didático (TAD) tem como foco o objeto, o saber matemático a ser

estudado, e não o aprendiz ou o professor. Por esse motivo, acreditamos que a análise do tema fração no novo Currículo por meio das ferramentas desenvolvidas na TAD, nos auxilia a compreender as diferentes organizações matemáticas e didáticas que sobrevivem atualmente e a identificar as regularidades e as diferenças existentes entre as propostas do movimento de implementação curricular e outras orientações e pesquisas que tratam da mesma temática.

Dessa forma, considerando como referencial teórico da pesquisa sobretudo as noções de relação institucional de Chevallard (1992) e de Campos Conceituais de Vergnaud (1993), procuraremos observar influências de estudos que propõem situações específicas para a introdução do tema, como Caraça (1952) e Nunes (2003). Em seguida, uma descrição, ainda que breve, dos estudos que adotamos como referência em nossa análise.

Referencial teórico da pesquisa

Iniciamos pela definição de relação pessoal e relação institucional ao objeto O apresentada em Chevallard (1992), ou seja, o autor, após considerar como elementos primitivos da teoria as noções de objeto O , pessoas X e instituição I , define relação pessoal a um objeto O quando pelo menos uma pessoa X tem relação com esse objeto, e relação institucional a esse mesmo objeto O quando uma instituição I tem uma relação com esse objeto.

Nesse sentido, no contexto da nossa pesquisa, a noção de número racional na forma de fração é um objeto matemático, mas existem também os objetos “escola”, “professor”, “aprender”, “saber” etc. Dizemos que há uma relação institucional com o objeto fração quando pelo menos uma instituição reconhece esse objeto, assim como a existência de uma relação pessoal ao objeto fração só é possível se pelo menos uma pessoa reconhece esse objeto. Portanto, uma relação pessoal sempre terá as marcas das relações pessoais que um sujeito se submete.

Além das noções de relações institucionais e pessoais definidas por Chevallard (1992), apoiamos-nos também na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993). Esse autor propõe que se defina o conceito de fração a partir da terna (S,I,R) , quais sejam: o conjunto das situações, dos invariantes que definem o conceito e o conjunto das representações, aquele que é utilizado para dar diferentes “formas” ao objeto matemático. No caso deste estudo, são as diferentes “formas” de representação da fração.

Assim, objeto fração será reconhecido pelo estudante em função do conjunto de situações a que ele é submetido, ou seja, sua relação pessoal com esse objeto depende das escolhas institucionais consideradas quando da introdução e desenvolvimento do conceito de fração.

Observamos ainda que, com base nas ideias de Vergnaud (1993), Nunes (2003), propõe-se que sejam considerados os invariantes ordem e equivalência, por meio de situações que

possibilitem dar significados à noção de números racionais na forma de fração e às outras representações possíveis. Isso nos conduz a ressaltar que nessa comunicação levamos em conta para as análises as situações parte-todo e medida.

Quanto às situações que envolvem o significado “parte-todo”, estas são encontradas facilmente nos materiais didáticos e em sala de aula. Nelas se explora a ideia de dividir uma quantidade em subpartes de tamanhos iguais. A noção de números racionais na forma de fração indica o número de partes tomadas, indicadas, do total de partes divididas.

Já as situações “medida” trazem a ideia de comparação entre duas grandezas, por exemplo, quantos azulejos são necessários para cobrir a superfície de uma parede. Esse mesmo significado é indicado por Caraça (1952) para introduzir a fração.

Considerados os quadros teóricos que nos auxiliaram nas análises, descrevemos a seguir a metodologia utilizada na pesquisa.

Metodologia da Pesquisa

Como metodologia, esta investigação se apoia em uma pesquisa documental/ bibliográfica. O estudo dos resultados de pesquisa sobre a noção de números racionais na forma de fração na nova relação institucional foi desenvolvido por meio da análise das diferentes formas de organização matemática e didática existentes tanto no material de apoio *Cadernos do Professor*, distribuído pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, como nas indicações para os anos iniciais do Ensino Fundamental denominado *Guia de Planejamento e orientações didáticas do Programa Ler e Escrever*, referente à 3.^a série do Ensino Fundamental publicado em 2009.

Assim sendo, identificamos nesse material algumas tarefas com diferentes formulações para as etapas escolares, isto é, consideramos as diferentes técnicas que permitem trabalhar essas novas formulações. Procuramos ainda identificar, por meio da pesquisa documental, a relação das indicações propostas pelo movimento de implementação curricular e outras orientações e pesquisas que tratam da mesma temática.

Na sequência, apresentamos alguns resultados da pesquisa apontando alguns exemplos de tarefas e técnicas que são propostas nesses documentos.

Alguns resultados encontrados

Como as escolas estaduais de São Paulo-Brasil estão segmentadas em dois ciclos (No Estado de São Paulo, o ensino fundamental está segmentado em dois ciclos: o primeiro relacionado aos cinco primeiros anos e o segundo ciclo refere-se aos quatro últimos anos do ensino fundamental.), analisaremos quais organizações matemáticas e didáticas conduziram à

identificação da primeira tarefa sobre o tema fração nos anos iniciais (3.^a série – 4.^o bimestre) e a primeira tarefa no seguinte ciclo (5.^a série – 1.^o bimestre).

A análise das duas tarefas nos permitiu observar que, apesar de serem apresentadas diferentemente, as duas têm o mesmo objetivo. O que muda são as novas técnicas em função dos novos conhecimentos e da nova forma de trabalho exigidas nas novas etapas escolares, isto é, trata-se de uma mesma tarefa em que novas formas de trabalho são proposta para serem desenvolvidas com os estudantes.

Nos figuras abaixo encontramos as tarefas propostas para introdução da fração. Nos dois casos, a tarefa consiste em encontrar a fração que representa uma medida, informadas uma unidade e um objeto, assim a técnica empregada para resolvê-las depende dos conhecimentos esperados dos estudantes.

Tarefa: Dadas tiras de papel de 30 cm x 4 cm, oriente os alunos a dividir uma tira em 4 partes iguais, outra em 8 e outra em 16 partes. Pergunte como representariam uma parte de 4, uma parte de 8 e uma parte de 16 (São Paulo, 2009, p. 280).

Técnica: Dividir as tiras em partes iguais, conforme a quantidade solicitada, e escrever qual fração representa uma parte de cada uma das tiras.

Figura 1: Exemplo da tarefa para a 3.^a série do Ensino Fundamental.

Tarefa: Dados uma unidade de medida (um pedaço de tira) e um objeto a ser medido (também representado por uma tira), dizer quantas unidades são necessárias para medir o objeto (São Paulo, 2009, p. 35). Vale ressaltar que o tamanho do objeto não é múltiplo do tamanho da unidade.

Técnica: Para essa tarefa o aluno irá perceber que três unidades são insuficientes para medir o objeto e quatro unidades excedem o comprimento total do objeto. A solução é fracionar a unidade em partes iguais, de tal modo que a nova unidade caiba um número inteiro de vezes no objeto. Nesse caso, em particular, bastou dividir a unidade em três partes iguais para medir de forma exata o objeto.

Figura 2: Exemplo da tarefa para a 5.^a série do Ensino Fundamental.

Os exemplos apresentados nas figuras acima colocam em evidência as diferentes possibilidades de trabalho com o mesmo tipo de tarefa, que supõe como técnicas a aplicação de novos conhecimentos cujo nível varia de acordo com a etapa escolar em que os estudantes se encontram. Observamos aqui que o trabalho com as diferentes técnicas corresponde ao desenvolvimento de novas relações institucionais e, conseqüentemente, a possibilidade do estudante ampliar sua relação pessoal com o objeto “fração”.

Ressaltamos ainda que tais indicações parecem sofrer influência da utilização do significado parte-todo descrito por Nunes (2003), ampliada pelas ideias de Caraça (1952). O autor considera ser necessário estabelecer um termo de comparação único para todas as grandezas

de mesma espécie, ou seja, uma unidade de medida, por exemplo, centímetros para comprimentos; gramas para peso; segundos para tempo etc.

Na realidade, procuramos uma resposta para a pergunta quantas vezes?, o que se responde por meio de um número que exprima o resultado da comparação, ou seja, esse número é denominado medida da grandeza em relação a essa unidade.

Assim, é importante ressaltar o destaque conferido ao fato que as medidas desempenham um papel fundamental na ampliação do campo numérico dos estudantes, em especial, dos naturais para os racionais.

As tarefas indicadas para os estudantes do primeiro ciclo (Quadro 1) são complementadas pelas tarefas recomendadas para o segundo ciclo (Quadro 2). Para o desenvolvimento das propostas do segundo ciclo há indicações para o professor no material de apoio à implementação do currículo denominado *Caderno do Professor (CP)*. Nesse sentido, orienta-se que o docente solicite ao estudante que efetue medidas de diferentes objetos, adotando um objeto-padrão não convencional como unidade, ou seja, medir o comprimento de um livro usando um lápis, por exemplo. Ainda segundo o material, a finalidade de tal encaminhamento é:

[...] levar o aluno a se deparar com a necessidade do fracionamento de uma unidade em um processo de medida. Eles devem perceber que as frações e os números mistos permitem expressar medidas em que a unidade não cabe um número inteiro de vezes no objeto a ser medido (São Paulo, 2009a, p. 38).

Ressaltamos ainda que na última sequência de tarefas é recomendado aprofundar a ideia de equivalência de frações, indicando situações que desenvolvam tanto a ideia de equivalência e ordem para comparar frações como a das operações com frações – as quais farão uso da equivalência.

Finalmente, as orientações contidas no *Caderno do Professor* colocam em evidência a não intenção de esgotar o conteúdo frações naquele ano, cabendo ao professor propor outras atividades complementares ou mesmo adequar às indicadas no material de acordo com o perfil e as necessidades de cada turma.

Considerações finais e perspectivas futuras

As novas propostas de trabalho para o Currículo do Estado de São Paulo incluem resultados de estudos e pesquisas da área de Educação Matemática que destacam a introdução do conceito de fração por meio de diferentes abordagens que por muitos anos foi apresentada não só em documentos oficiais, mas também em materiais pedagógicos, explorando,

principalmente, a ideia de parte-todo. Nesse novo documento a proposta inicial traz ideias de Caraça, assim como de outros pesquisadores, e no transcorrer do material encontramos diferentes abordagens, o que nos permite considerar que as pesquisas em Educação Matemática têm influenciado as novas propostas institucionais, isto é, as novas relações institucionais.

Observamos ainda que existe uma coerência em relação às propostas institucionais de utilização de uma mesma tarefa nas diferentes etapas escolares que podem auxiliar professores e estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental a revisitar o trabalho realizado em etapas anteriores utilizando conhecimentos prévios disponíveis para a introdução dos novos conceitos, como é possível observar nos exemplos apresentados nos Quadros 1 e 2.

Finalmente, é importante salientar que os resultados apresentados por este estudo não envolvem a análise *in loco* das práticas dos professores envolvidos no movimento de reformulação curricular, o que corresponde a uma diversidade ainda maior de relações institucionais que poderão ser vivenciadas pelos estudantes. Entretanto, nesta investigação podemos afirmar que o estudo dos documentos oficiais mostra a introdução de resultados de pesquisa como novas formas de organizações matemáticas e didáticas, cuja intenção é melhorar a compreensão e o desempenho dos estudantes.

Portanto, consideramos a necessidade de novos estudos que analisem como tal Currículo vem sendo implementado, e se ele está realmente atingindo seu papel.

Referências bibliográficas

- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational Numbers Concepts. Acquisition of Mathematics Concepts and Process. Ed. by Richard Lesh e Marsha Landau. (pp. 91-128). New York: Academic Press.
- Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental*. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. - Brasília: MEC, SEF.
- Campos, T., Jahn, A. P., Leme da Silva, M. C., & Silva, M. J. (1995). *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC.
- Canova, R. F. (2006). *Crença, concepção e competência dos professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino fundamental com relação à fração*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.
- Caraça, B. J. (1952). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática.

- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112. Dicionário
- Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de Professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.
- Garcia Silva, A. F. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.
- Kieren, T. (1988). Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: J., Hiebert & M., Behr (Eds.). *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, (pp. 162-180). New Jersey: Erlbaum.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Rodrigues, W. R. (2005). *Números racionais: um estudo das concepções dos alunos após o estudo formal*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.
- São Paulo. (2009) Currículo do Estado de São Paulo: Matemática. Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. *Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – São Paulo: SEE, CENP*.
- _____. (2009a). *Caderno do Professor: Matemática*. Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. *Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – São Paulo: SEE, CENP*.
- _____. (2009b). *Ler e escrever: guia de planejamento e orientações didáticas; professor*. Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. *Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – São Paulo: SEE, CENP*.
- Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process. (Towards A theory). Part I: *Reflections on a teaching experiment*. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 327-348.
- Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.). *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*, (pp. 1-26). Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.