TAREAS Y APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN BACHILLERATO. UN ESTUDIO DE CONTEXTOS

Eddie Aparicio, Landy Sosa, Isabel Tuyub, Martha Jarero
Universidad Autónoma de Yucatán México
alanda@uady.mx, smoguel@uady.mx

Resumen. En el escrito se presentan algunos resultados obtenidos en un trabajo de investigación enmarcado en la teoría socioepistemológica. Particularmente se discute un análisis de los aprendizajes matemáticos asociados a la noción de función como relación entre variables, en jóvenes de bachillerato desde una perspectiva contextual del conocimiento. Se infiere que el contexto guarda estrecha relación con las formas en que estudiantes movilizan su matemática y su pensar, por lo que el aprendizaje se caracteriza como un proceso relacional epistémico contextual.

Palabras clave: matemática, contexto, aprendizaje, función

Abstract. We present some results of a research socioepistemológica. In particular we discuss the mathematical learning associated with the notion of function as a relationship between variables in young high school level from a contextual perspective of knowledge. It is inferred that the context is closely related to the ways in which students move your math and your thinking, so that learning is characterized as a relational process contextual epistemic.

Key words: mathematics, context, learning, function

Introducción

Recientemente diversas investigaciones en Matemática Educativa han incorporado aspectos socioculturales en sus intentos por explicar la naturaleza de los procesos de construcción y difusión del conocimiento matemático, tanto aquel en situación escolar como fuera de éste. La intención ha sido explorar y proveer formas de rediseñar favorablemente el currículum matemático y en tal sentido, en algunos estudios se ofrecen explicaciones de cómo el gesto constituye un medio de análisis que permite tener información sobre las formas en que jóvenes estudiantes desarrollan su pensamiento matemático (Aparicio y Cantoral, 2003; 2006, 2007; Radford, 2003; Nuñez, 2006; Edwards, 2009). En algunos otros se ha centrado la atención en entender cómo el papel de la comunicación entre estudiantes puede ayudar a potenciar el aprendizaje en matemáticas (O' Connor, 1998; Crespo, Farfán y Lezama 2009; Sfard, 2001) y en otros se discute más ampliamente el papel de lo cultural como mediación en los procesos cognoscitivos (Guida de Abreu, 2000; Lerman, 2001; Chappet, 2004; Canul 2007).

Particularmente en este trabajo se aborda un análisis del aprendizaje matemático asociado a la noción de función, desde una perspectiva contextual del conocimiento, buscando con ello no sólo extender el campo de análisis del papel de los aspectos socioculturales en los procesos de construcción, adquisición y difusión del conocimiento matemático en situación escolar, sino, proporcionar evidencia empírica del papel del contexto en la generación de aprendizajes.

Se asume que en una comunidad que interactúa por razón y en razón de un cierto saber matemático, piénsese por ejemplo en una comunidad escolar, se determinan *contextos* específicos a partir de los cuales se generan procesos propios de aprendizaje que derivan en algún tipo de construcción y difusión de conocimiento. En efecto, pues por contexto ha de entenderse el conjunto de condiciones y circunstancias de carácter sociocultural en las que física o simbólicamente se sitúa un hecho o persona, y que supone la especificidad de los fenómenos o situaciones para combinarse de manera única e irrepetible y tener influencia en lo que él acontece.

Marco teórico

En el sentido anterior se reconoce que un análisis múltiple y sistémico de los procesos de construcción, organización y difusión del conocimiento matemático, tanto al seno escolar como fuera de éste, provee de mayores recursos para entender y favorecer los aprendizajes matemáticos, pues el conocimiento se constituye orgánicamente en los individuos en razón de sus experiencias, y éstas a su vez, son producto de interacciones en situaciones donde se da sentido y significación a las nociones o conceptos (para este caso particular, nociones o conceptos matemáticos). En efecto, el conocimiento es un todo, mismo que no podría entenderse o explicarse sólo mirando sus partes constitutivas, o más aún, ignorando las relaciones o correlaciones entre éstas.

Dicho esto, el estudio se sustentó teóricamente en la socioepistemológica de la investigación en Matemática Educativa, pues en ella se asume y reconoce que el centro de la discusión y análisis de los fenómenos didácticos asociados a la matemática, lo constituyen las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento y no propiamente los conceptos matemáticos *per se*. En esa dirección, desde esta visión teórica, el conocimiento matemático se problematiza no a la luz de los conceptos matemáticos mismos, sino a partir de aquello que da origen y funcionalidad a la matemática (esencialmente aspectos de naturaleza social en correlación con aspectos de naturaleza cognitiva, epistemológica y didáctica de los saberes).

Método de estudio

Población participante en el estudio

El estudio se desarrolló en dos aulas de clase en una escuela de educación media superior pública, contando con la participación voluntaria de treinta y seis estudiantes de ambos géneros (hombres y mujeres) que cursaban su primer año de estudio. La edad de los estudiantes oscilaba entre los 16 y 17 años y su participación fue sin recibir algún tipo de compensación o sanción por la misma.

La organización de la población de estudio fue en dos grupos de dieciocho estudiantes. Cada grupo se subdividió en subgrupos de trabajo de tres integrantes, teniendo un total de doce subgrupos, seis por aula. A todos ellos se les aplicó en dos sesiones de sesenta minutos cada una, un instrumento constituido por cuatro bloques de actividades asociadas a la noción matemática función, registrando los datos en notas de campo, video y entrevistas posteriores a la implementación.

Instrumento de recolección de datos

El instrumento empleado consistió de cuatro actividades diseñadas a partir de la información obtenida en una revisión de corte socioepistemológico sobre la noción función, así como atendiendo la naturaleza dual del concepto, esto es, como proceso y como objeto.

En la primera actividad se proponía un trabajo con la noción de función como proceso, asociado a la idea de relación entre magnitudes y relación de dependencia.

En la segunda actividad se atendía la noción de función entendida como un proceso vinculado a la relación entre cantidades variables en un ambiente fenomenológico, es decir, la función como herramienta en la modelación de situaciones variacionales.

En la tercera actividad se requería movilizar la noción de función como proceso y objeto a la vez. Se favorecía la idea de función como objeto de estudio en una relación entre cantidades variables, más que a su simple uso como relación de dependencia entre variables.

En la última actividad se atendía la noción de función como modelo matemático. Se sintetizaban e integraban las ideas plasmadas en las actividades previas, bajo el supuesto de que todo aprendizaje deriva en un conocimiento. Es decir, en la última actividad los estudiantes debían mostrar aptitud para movilizar la noción de función como una relación de correspondencia entre cantidades variables en su sentido dual.

Análisis de datos

Para el análisis de datos se hizo uso de la ingeniería didáctica ampliamente expresada en Artigue (1995), en tanto método de investigación de validación interna en Matemática Educativa. Es decir, se hizo una confrontación entre el análisis a priori (aquello que se espera lograr u obtener en cada una de las actividades diseñadas y en la totalidad del instrumento, previo a su implementación) y el análisis a posteriori (aquello que se obtiene posterior a la implementación del instrumento).

Como resultado del proceso de análisis anterior, se estableció una clasificación de los resultados en tres dominios, las experiencias, lo experimental y lo intramatemático, asociando dichos dominios con alguna etapa de aprendizaje identificada en cada una de las actividades implementadas según la teoría APOS.

En la teoría APOS se reconocen cuatro etapas cognitivas definidas por las construcciones mentales que el individuo establece de una noción o concepto matemático: *acciones, procesos, objetos* y *esquemas*.

Resultados

Las experiencias en el aprendizaje

En un sentido amplio se puede decir que las experiencias de los estudiantes son constitutivas de su actividad cognitiva. En efecto, se detectó que las etapas de aprendizaje (en los términos de la teoría APOS: Action, Process, Objects, Schemas) en las que se lograban ubicar los estudiantes en cada actividad, estaban esencialmente ligadas al tipo de experiencias cercanas con la respectiva situación de análisis. Por ejemplo, el establecimiento de relaciones entre magnitudes tuvo como principal referente las experiencias, situándose el aprendizaje en una etapa de pre-acción. Véase la siguiente actividad y transcripciones de respuestas obtenidas.

Actividad. Relaciona cada magnitud de la Columna A con alguna magnitud de la Columna B, e indica el razonamiento que seguiste en cada caso.

Tabla. 1 Columna de magnitudes

Columna A	Columna B
Distancia	Tiempo
Presión	Longitud
Área	Volumen

Tabla 2. Transcripciones de respuestas ofrecidas por estudiantes en relación de magnitudes

Distancia - Tiempo	Distancia - Longitud	Área - Volumen	Área - Longitud
Para llegar a un sitio hay una distancia que recorrer por lo que hay un tiempo que se toma para recorrer dicha distancia.	Porque la distancia se mide en metros o Km y esas son las unidades de medición de longitud	Es la unidad de medición y es una de las que se toman en cuenta para saber el espacio que ocupa un cuerpo	Porque para conocer el área debemos tener en cuenta la longitud
Necesitas tiempo ¿o no? Cada distancia hay un tiempo.	Distancia la relacioné con longitud por referirse a magnitudes que tienen que ver con la medición	Área se relaciona con volumen porque ambas se usan en geometría	Porque para sacar el área de un cuerpo debemos tener entre los datos la longitud

Pienso que la distancia y el tiempo están muy unidos pues para tener una distancia tenemos que recorrer un camino y eso implica tiempo	Porque longitud te puede decir cuánta distancia hay entre una cosa u otra	Los relacioné por referirse a que con ellas puedo saber la capacidad	Por medio de la longitud se puede hallar el área
Distancia se relaciona con el tiempo porque distancia/tiempo=veloc*idad*	Una distancia tiene cierta longitud, la longitud es la medida de la distancia	Se refieren a lo mismo, a lo que se encuentra en una figura ya sea plana o tridimensional	porque el área es la longitud plana de un cuerpo
Me recuerda una fórmula sobre la velocidad	Es una medida que se mide en cm	El área es la medida del volumen, del volumen sacan el área	longitud determina la longitud de un cuerpo en el plano
Recuerdo que la fórmula de velocidad es $v = {}^{d}/_{t}$			El área ocupa un espacio, es decir, una longitud. Correctamente es que cierta longitud ocupa un área
Porque para llegar a algún lado se necesita medir a cuánta distancia está y en cuánto llegamos			

En esta actividad los estudiantes se situaron en etapa de *pre-acción*que consistiría en la actuación sobre la situación y el concepto implícito en ella, sin embargo tal actuar no conduce a una concepción adecuada. Esta afirmación se hace bajo la consideración de que la mayoría establecieron relaciones sin advertir la particularidad de dependencia variacional entre las magnitudes o en su defecto, establecer relaciones bien definidas.

Se puede entender a la experiencia como un agente determinante al momento de solicitar a los estudiantes establecer relaciones, particularmente, relaciones entre magnitudes variables, tal aspecto guarda congruencia con lo encontrado en la revisión epistemológica sobre el desarrollo de la noción función, donde se puede observar que aunque las definiciones cambiaron, lo que prevaleció en todo el proceso de desarrollo del concepto fue la relación entre variables, condicionada claro, por las situaciones socio-culturales de cada época.

Lo experimental en el aprendizaje

Lo experimental en matemáticas provee de formas de acceder y desarrollar el pensamiento matemático y por ende, el aprendizaje. Se detectó que los estudiantes movilizan su matemática cuando reconocen una relación entre la situación de análisis y sus conocimientos previamente adquiridos, sin embargo, éstos ignoran las singularidades del fenómeno experimental que consecuentemente se traduce en un incorrecto uso del conocimiento. Como ejemplo, se muestra lo referido por los estudiantes al momento de pedirles que predijeran el tiempo en el que una vela en proceso de derretimiento habría de estar a cierta altura.

Actividad. Dispones de cerillos, regla y dos velas idénticas con la diferencia que una es más grande que la otra. Si se te permite encender la primera y tomar los datos que consideres necesarios, ¿en cuánto tiempo después de haber encendido la vela más grande, ésta medirá 3.5 cm? Indica el razonamiento que seguiste para dar respuesta.

Tabla 3. Respuestas obtenidas en relación entre magnitudes mediado por lo experimental

La vela medirá 3.5 cm cuando hayan pasado 5.18 minutos. La vela chica tardó en reducirse 1cm, 1 minuto con 48 segundos y por tanto, la otra vela estaría en las cantidades especificadas. Lo hice por regla de tres.	La vela chica tardó 120 segundos en derretirse 1 cm y la vela grande mide 5.7 cm, para que llegue a medir 3.5 tendrían que pasar 264 segundos	Si 1cm de la vela se consumió en 2 min 07 seg, en la vela de 6 cm, Yo estimo que cuando llegue a a 3.5 cm ya habrán pasado 5 min 10 segundos aprox.
En 1:45 llegó a la primera marca. *A los 4:00 min llegó a la segunda marca. *Vela pequeña mide 3cm. *La vela se apagó a los 6:37 min. Estimación: La vela grande tardará en consumirse 3.5 cm en 6.37 min	2 cm – 1.30 min 1 cm – 4.00 min 4.5 cm – 3.6 min 4.5 cm – 2.22 min No entendí. No me dio el mismo resultado, quizá porque no medí bien el tiempo	1.23 minutos por centímetro Llegará a 4.5 minutos en 2.15 cm de la marca

La "regla de tres" fue usada como herramienta matemática de predicción, ignorándose las características del fenómeno y la validez del uso de dicha regla. En esta situación los estudiantes se ubican en una etapa de acción de aprendizaje, pues logran movilizar una matemática legítima aunque incorrectamente empleada, pues la relación entre las magnitudes variables no es proporcional. Se infiere entonces que lo experimental favorece evocar la matemática y el desarrollo del pensamiento matemático entre los estudiantes. Así, aunado a lo anterior se interpreta un papel decisivo del contexto en los aprendizajes y conocimientos que movilizan las personas en ciertas situaciones.

Conclusiones

Se concluyó que los niveles cognitivos de los estudiantes se encuentran en una estrecha relación con el tipo de situación de análisis a la que se someten, de tal forma que se podría decir que si bien es común pensar que lo cognitivo obedece a implicaciones mentales propias de un individuo, las condiciones socio-culturales (su contexto) en las que se sitúa, hacen que su manera de actuar se encuentre condicionada a ciertas características y por consiguiente, lo que piensa y hace también. Baste mirar los resultados referenciados en el apartado anterior.

En el sentido anterior se comparte lo referido en Radford (2006), al mencionarse que los objetos matemáticos son definidos de acuerdo a la interrelación entre la subjetividad de un individuo y las actividades propias de su realidad cultural que le permiten percibir y dar cuenta del objeto. Cabe decir que en razón de la totalidad de los resultados obtenidos en el estudio, se infiere que las prácticas matemáticas de estudiantes de bachillerato se rigen por cuestiones matemáticas, situacionales y cognitivas, y éstas dan la pauta de qué y cómo se está construyendo el conocimiento matemático, de ahí la importancia de estudiar el papel del contexto en los aprendizajes escolares.

Referencias bibliográficas

Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa.* 9(1), 7-30.

Aparicio, E., Cantoral, R. (2007). La formazione della nozione di continuità puntuale presso gli studenti dell'università. Un approccio socioepistemologico. La Matematica e la sua Didattica. *Pitagora Editrice Bologna*, 21(2) 163-196.

Aparicio, E., Cantoral, R. (2003). Sobre la noción de continuidad puntual: Un estudio de las formas discursivas utilizadas por estudiantes universitarios en contextos de geometría dinámica. *Epsilon56*, 169-198.

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gómez (Eds), *La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos* (pp. 97-107). Iberoamérica, México.

Canul, E. (2007). *Actitudes generalizadas sobre la enseñanza de la matemática en el nivel medio.* Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán. Facultad de Matemáticas.

Chappet Pariès, M. (2004). Comparaison de practiques D' Enseignants de Mathématiques Relations Entre Discours Des Professeurs Et Activités Potentielles Des Élèves. *Recherches en Didactique des Mathemátiques,* 24(2.3), 251 – 284.

Crespo, C., Farfán, R. y Lezama, J. (2009). Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 12*(1), 29 – 66.

Guida de Abreu, M (2000). Relationships Between Macro and Micro Socio-Cultural Contexts: Implcations for the Study of Interactions in the Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics,* 41, 1-29.

Edwards, L. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk.*Educational Studies in Mathematics, 70, 127-141*.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics 46* (1-3), 87–113.

Nuñez, R. (2006). Do real numbers really move? Languaje, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics. En R. Hersh (Ed.) *18 unconventional essays on the nature of mathematics (pp. 160 – 181).*New York, USA: Springer.

O' Connor, M.C. (1998). Language socialization in the mathematics classroom: Discourse practices and mathematical thinking. In M. Lambert & M.L. Blunk (Eds.) *Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning.* (pp.17-55).Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Radford, L. (2003). Gestures, speech and the sprouting of signs.*Mathematical Thinking and Learning, 5*(1), 37 -70.

Radford, L. (2006). Elementos de una cultura de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* Número especial. 103-129.

Sfard, A. (2001). There is more to Discourse than Meets The Eras: Looking At Thinking As Communicating To Learn More About Mathematical Learning. *Educational Studies in Mathematics,* 46, 13 – 47.