

CONTENIDO CURRICULAR EN PRECÁLCULO. UN ESTUDIO DE SU DIMENSIÓN SOCIOCULTURAL

Landy Sosa, Eddie Aparicio, Martha Jarero

Universidad Autónoma de Yucatán

smoguel@uady.mx, alanda@uady.mx, jarerok@uady.mx

México

Resumen. En la presente investigación se problematiza la organización de saberes matemáticos asociados a contenidos del Precálculo desde una perspectiva socioepistemológica, en la que se asume que los procesos de construcción, difusión e institucionalización de conocimiento se corresponden con un contexto específico. Por ende se analizaron variables socioculturales de contexto asociadas al uso y construcción de conocimiento matemático en ámbitos no escolares y en el escenario escolar. En éstos se reconoció el papel de la práctica, la dimensión social de la matemática y la actividad humana como condiciones socioculturales para la reorganización y construcción de saberes matemáticos en Precálculo.

Palabras clave: organización, currículo matemático, precálculo, contexto

Abstract. In the present investigation is problematized the organization of mathematical knowledge associated to contents of the Precalculus from a socioepistemological perspective, which assumes that the processes of construction, diffusion and institutionalization of knowledge correspond to a specific context. Therefore were analyzed sociocultural variables of context associated with the use and construction of mathematical knowledge in non-school and the school scenario. In these were recognized the role of practice, the social dimension of mathematics and human activity as socio-cultural conditions for the reorganization and construction of mathematical knowledge in Precalculus..

Key words: organization, mathematical curriculum, precalculus, context

Introducción

Los procesos de organización y construcción escolar del conocimiento matemático no solo atañen a la cognición de un individuo, también influyen aspectos de carácter social y cultural asociados a dicho conocimiento, (García y Aparicio, 2007; Godino y Llinares, 2000; Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010; López, 2011). Se ha observado por ejemplo, que los pensamientos matemáticos de jóvenes escolares no son del dominio exclusivo de la matemática misma o cognición pura, de hecho sus tareas o actividades de índole matemático pasan por un medio contextual en el que se entrelaza lo cognitivo con lo social, dígame la componente vivencial de las personas (López, 2011).

En tal sentido, se asume que los procesos de construcción y difusión de la matemática en ámbitos científicos como escolares, son inherentes al contexto sociocultural en que se desarrollan (Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010). Esta idea motivó explorar la dimensión sociocultural del currículo escolar de Precálculo, pues se reconoce que en él se conjugan ideas variacionales presentes y necesarias en actividades humanas como la modelación (matemática) en diversos ámbitos de la vida y con ello, la posibilidad de reestructurar los contenidos

matemáticos del Precálculo y Cálculo a partir de una sintaxis propia con génesis en actividades humanas en situaciones de variación y cambio (Alanís y Salinas, 2009).

En el estudio de una reorganización escolar de saberes matemáticos resulta ineludible el análisis de la relación dialéctica entre tales saberes y aquella estructura social donde estos se producen. Desde esta óptica el presente estudio atendió la cuestión siguiente: ¿qué tipo de variables de contexto se asocian con la reorganización y construcción escolar de saberes matemáticos en Precálculo?

La búsqueda de respuestas a esta cuestión derivó en el reconocimiento del papel de la práctica, la matemática, su dimensión social y la actividad humana como condiciones socioculturales en las que el uso y construcción de conocimiento matemático relativo al Precálculo, se haya presente tanto en ámbitos escolares como no escolares.

Marco teórico

En la teoría Socioepistemológica se concibe a la matemática como un conocimiento con significados propios que se construyen y reconstruyen en el contexto mismo de la práctica que realiza el hombre (Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez y Suárez, 2004), basándose en la tesis que postula a las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático.

Esto es, los procesos de construcción y organización del conocimiento matemático se corresponden con contextos y prácticas específicas de comunidades sociales. El contexto lo constituye el conjunto de condiciones y circunstancias de carácter sociocultural en las que física o simbólicamente se sitúa un hecho o persona, y supone la especificidad de los fenómenos o situaciones, pues éstos han de combinarse de manera única e irrepetible para tener influencia en lo que él acontece (Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010).

Siendo así, desde este encuadre teórico, la posibilidad de intervenir en la reorganización y construcción escolar de dicho conocimiento partirá del estudio de estos procesos desde una perspectiva múltiple que incorpore el estudio de la epistemología de prácticas y la dimensión sociocultural del conocimiento en actividades humanas donde se usan o producen matemáticas (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez-Sierra, 2006).

Método

Para la reorganización del contenido curricular en Precálculo se abordó el estudio del papel del contexto en los usos y construcción de conocimiento matemático por medio de tres estudios clínicos:

- a. En ámbitos no escolares, se analizó la relación del contexto con el uso de conocimiento matemático en una práctica científica y una laboral. Respecto a la práctica científica se analizaron usos y formas de conocimiento matemático asociado a la variación en una comunidad de Biología marina. Las técnicas de recolección de datos fueron: análisis de artículos científicos y entrevista semi-estructurada a un biólogo marino.

En la práctica laboral desarrollada en el área de producción de una empresa de botanas, el objeto de estudio lo constituyeron las formas de organización e interacción social de los empleados. Con este objeto se realizó un estudio etnográfico educativo de observación no participante, registrándose los datos en listas de cotejo sobre formas de organización (Bavelas, 1962, citado en Horton y Hunt, 2000) e interacción escolar (Godino y Llinares, 2000), bitácoras de grabaciones de voz y notas de campo sobre la matemática que subyace en los procesos de producción. Así, se analizaron los aspectos del contexto y la práctica que modificaron o potenciaron las interacciones y el éxito en las actividades laborales.

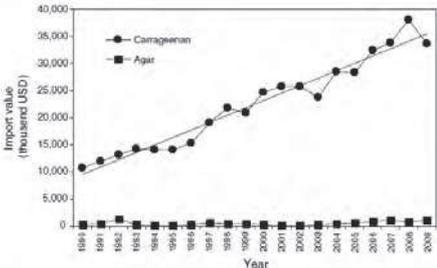
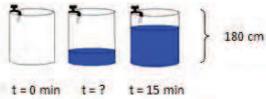
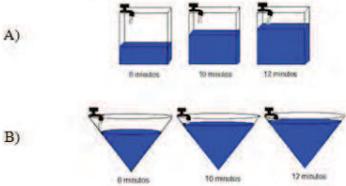
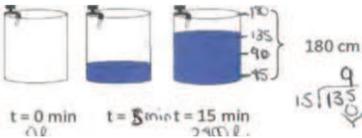
- b. En un ámbito escolar, se analizó un contexto de aprendizaje por medio de la experimentación de una unidad didáctica basada en la práctica de modelación de lo variacional. El diseño se sustentó en la Socioepistemología en cuanto al ejercicio de un análisis sistémico sobre la construcción del concepto función, así como en la noción de práctica. La población participante fueron dieciocho estudiantes de una escuela preparatoria, sin proceso de instrucción alguno en Precálculo.

Conocimiento matemático del Precálculo: Condiciones socioculturales de uso y construcción

La matemática en la práctica y actividad humana

La práctica como medio para el estudio de relaciones matemáticas a propósito de una actividad humana de naturaleza social, moviliza el desarrollo y empleo de recursos matemáticos tanto en el ámbito científico como en el escolar.

Ámbito	Científico	Escolar
Práctica	Optimización. Establecimiento de condiciones ambientales óptimas para obtener un mayor crecimiento de algas en menor tiempo y búsqueda de condiciones que permitan minimizar los costos de producción de materias primas y de importación de productos derivados de algas.	Modelación de lo variacional. Desarrollar técnicas y modelos matemáticos para calcular la variación de fluidos líquidos en el llenado de un tanque cilíndrico.

<p>Situación</p>	<p>Actividad en Biología Marina. Análisis de información tendencial sobre los valores de importación y exportación de productos derivados de una especie de alga marina.</p>  <p>Imagen 1. Gráfico sobre valores de importación en dólares de productos derivados de cierta alga a México, de 1990 a 2009 (Robledoy Freile-Pelegrín, 2010).</p>	<p>Actividad en el diseño didáctico.</p> <p>Parte 1. Predicción de la altura del agua en un cilindro en cierto tiempo.</p>  <p>Parte 2. Decidir y explicar ¿en cuál de dos recipientes de diferente forma el llenado se puede calcular empleando un modelo matemático lineal?</p> 																															
<p>La matemática en la actividad</p>	<p>Comportamiento tendencial de funciones, función lineal (modelo gráfico), variación constante, proporciones, función creciente</p>	<p>Nociones de cambio, variación, variación constante y no constante, función lineal, modelos matemáticos, estrategias para calcular y representar la variación</p>																															
<p>Recursos para establecer relaciones matemáticas</p>	<p>Analizar de forma cuantitativa y cualitativa el comportamiento tendencial de las variables inmersas en la situacional variacional.</p> <p>Interpretar la variación de datos expresados de forma numérica (tabla de datos) o gráfica.</p> <p>Establecer relaciones entre variables.</p> <p>Comparar puntualmente los distintos estados de las variables.</p> <p>Asociar la variación de los datos a un modelo matemático lineal.</p> <p>Informar discursivamente sobre la variación y el cambio que se presenta en la situación.</p>	<p>Respuestas de los estudiantes (E):</p> <table border="1" data-bbox="1005 1079 1193 1272"> <thead> <tr> <th>Tiempo (min)</th> <th>Altura (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>5</td><td>45</td></tr> <tr><td>10</td><td>90</td></tr> <tr><td>15</td><td>135</td></tr> <tr><td>20</td><td>180</td></tr> </tbody> </table> <p>E1, E3:</p> <p>E2:</p> <table border="1" data-bbox="922 1332 1316 1438"> <thead> <tr> <th></th> <th colspan="4">minutos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>litros</th> <td>0</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>800</td> <td>1600</td> <td>2400</td> <td>3200</td> </tr> </tbody> </table> <p>E1-E3, E10-E15: En un minuto se llenan 9 cm. El tanque se llena a la mitad en 10 min.</p>  <p>E7-E9:</p> $15 + x = 180 \quad \frac{1}{4} = x$ $\frac{180}{20} = 9 \text{ cm/min}$ $\frac{3}{4} = 15 \quad \frac{9}{4} = 20 \text{ m}$	Tiempo (min)	Altura (cm)	0	0	7	9	5	45	10	90	15	135	20	180		minutos				litros	0	5	10	15	20		0	800	1600	2400	3200
Tiempo (min)	Altura (cm)																																
0	0																																
7	9																																
5	45																																
10	90																																
15	135																																
20	180																																
	minutos																																
litros	0	5	10	15	20																												
	0	800	1600	2400	3200																												

<p>Significados matemáticos</p>	<p>Argumento del investigador:</p> <p><i>“Ahí presento básicamente una gráfica de cómo ha incrementado la demanda de carragenina con respecto al agar, es decir, la demanda se ve reflejada en el valor de importación ... pero el agar es muy estable y sus aplicaciones son muy concretas... perola industria de carragenina en México ha crecido mucho porque se utiliza demasiado en la industria cárnica y láctea ...”</i></p> <p><i>“Entonces si la industria de carragenina crece, la demanda por carragenina crece y esto es lo que representa el gráfico...”</i></p> <p><i>“Identifico ... que el incremento también ha sido creciente en valor económico, lo que de alguna manera justifica que haya cultivo de especie o haya explotación de especie para establecer la producción de carragenina en el país”</i></p>	<p>Argumento de los estudiantes por equipo:</p> <p><i>“(A) Por su llenado va siendo constante y así se podría calcular su altura de llenado. (La B no corresponde) Porque esta figura se comienza a llenar por un pico y su capacidad aumenta conforme se va abriendo”.</i></p> <p><i>“(A), B no varía proporcionalmente”.</i></p> <p><i>“(A) Se puede apreciar de mejor manera como aumenta proporcionalmente el agua”.</i></p> <p><i>“(A) Porque hay una variación constante”.</i></p>
--	---	--

Tabla 1. La matemática y la práctica en el ámbito escolar y no escolar

La matemática y su dimensión social

El conocimiento matemático adquiere sentido y funcionalidad cuando se usa como argumento en una actividad de naturaleza social, por ejemplo, en la toma de decisiones, la validación de un resultado o la resolución de un problema. Tal dimensión social de la matemática deviene de su uso para entender y explicar situaciones en una actividad humana, a partir de las experiencias propias de un individuo y no necesariamente del desarrollo de la matemática en sí misma.

En el caso del biólogo marino entrevistado, él menciona lo siguiente sobre el uso del modelo gráfico lineal (véase la Imagen 1 en la Tabla 1) como argumento para tomar una decisión sobre la apertura de una planta de cultivo comercial de algas:

En este caso lo interpreté como inicio y final. Elegí 1990 porque hubo un fenómeno llamado fenómeno del niño en la costa de Baja California que produjo una caída en la disponibilidad de algas en ese lugar, lo que bajó la producción de algas y su exportación... A partir de estos datos, es obviamente por lo que decido manejar este punto, a partir de este punto en adelante es conveniente hacerlo, obteniéndolo desde una fecha que tenga una significación para el tipo de trabajos que estoy haciendo, como también hubiera sido a lo mejor interesante hacer la parte central y hacer una función de cómo ha ido variando y de que otras

variables, como pueden ser variables ecológicas, o qué factores o épocas son críticas, pero en particular el interés fue simplemente ver la oportunidad de que hay mayor demanda, ..., esto es un poco la intención de mostrar algo que crece...

...El interés no era analizar a detalle la gráfica, sino ver si se logra una tendencia general para justificar la necesidad del cultivo.

Así, el uso de un modelo matemático lineal radica, más que en el desarrollo de una herramienta matemática, en el interés (social) de lo que se pretende comunicar: una tendencia de inicio a fin en el contexto de la situación referida (demanda de importación de productos derivados de cierta alga), y en la toma de una decisión.

En lo escolar, en la puesta en escena de la unidad didáctica de modelación lineal, se concluyó que la fijación y discusión en la variación a partir de las experiencias de los estudiantes, favoreció que evolucionen sus recursos y habilidades matemáticas en la generación de modelos matemáticos como argumento para determinar el tiempo de llenado de un recipiente, tomar una decisión sobre la contratación de un servicio telefónico y para explicar el movimiento de objetos (aun cuando no habían tenido experiencias previas de modelación matemática). En dicho proceso otorgaron significado a la matemática de la variación y el cambio.

Por tanto, un factor sociocultural como la experiencia, es una condición que en el contexto de una práctica posibilita la adquisición de significados matemáticos y el desarrollo de procesos de pensamiento por parte de los individuos, pues permite establecer relaciones entre la matemática y la situación (véase también la última fila de la Tabla I).

Condiciones de institucionalización

La institucionalización de un procedimiento o conocimiento en torno a una práctica es un proceso social, no individual, que reside en la argumentación y generación de consensos entre los individuos de una comunidad para validar o legitimar un resultado.

Al respecto, en el estudio llevado a cabo en el área de producción de la empresa, se identificó que el proceso de interacción social entre los participantes de una comunidad es clave para la generación de consensos, pues modifica la organización de estos y favorece el diálogo. Dicha interacción se suscita cuando se conjugan factores del contexto de la práctica tales como la identidad que como comunidad adquieren los individuos en torno a cierta práctica, su experiencia en situaciones específicas y el respeto a decisiones o posturas en la generación de debates, sin remarcarse la postura de un líder totalitario.

Los consensos por parte de los empleados jugaron un papel determinante en la validación de soluciones a diversos procesos y problemas en la producción, cuya resolución precisó de la realización de tareas matemáticas. Por ejemplo, para estimar la temperatura de entrada y salida para graduar los medidores de un freidor, la velocidad de una cinta lavadora o la longitud de un empaque según el tamaño del producto, el personal del área estableció supuestos, propuso y experimentó distintas posibles soluciones a los problemas, generó argumentos con base en su experiencia y llegaron a consensos sobre la validez de éstas.

En la experimentación de diseños de aprendizaje basados en prácticas en el escenario escolar, también se ha puesto de manifiesto ese tipo de factores socioculturales en la generación de consensos para la validación de una solución, razonamiento o proceso matemático por jóvenes escolares. Tal resultado puede constatarse en López, Sosa y Aparicio (2010) en la experimentación de una actividad de predicción matemática de las posiciones de tres partículas en movimiento.

La comunicación entre pares, gesticulaciones, argumentaciones contextuales, uso de lenguaje común para describir cambios fueron medios que usaron jóvenes de distintos niveles educativos en los consensos generados acerca del desarrollo de razonamientos y recursos matemáticos para predecir, mismos que favorecieron la discusión de ideas asociadas a nociones como función, convergencia y derivada.

Conclusión

El estudio de aspectos socioculturales de la matemática en contextos científicos y escolares muestra a la articulación de la práctica, la matemática y la actividad humana como eje para la reorganización escolar de saberes matemáticos. Tal forma de rediseño del discurso matemático escolar se soporta como un medio para ampliar las posibilidades de éxito en la generación de aprendizajes, por encima, de un discurso que apele a la naturaleza axiomática de la matemática misma.

Por lo antes expuesto y como resultado de la verificación de organizadores de diseño de unidades didácticas basadas en la práctica de modelación de lo variacional, se discurre que el aprendizaje en Precálculo es un producto social que se manifiesta en la actividad de los individuos para modelar lo cambiante, tanto en un plano matemático como en lo sociocultural. Se identifica así, una condición de partida para reorganizar los saberes en esta área de la matemática, en el estudio del contexto de uso y construcción del conocimiento matemático en su dimensión social y cultural.

Referencias bibliográficas

- Alanís, J. y Salinas, P. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(3), 355-382.
- Aparicio, E., Sosa, L., Jarero, M. y Tuyub, I. (2010). Conocimiento matemático. Un estudio sobre el papel de los contextos. En R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.). *Memorias de la décimo tercera Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 167-174). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C.
- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G. y Suárez, L. (2004). Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. En L. Díaz Moreno (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17*, 418-422. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. L. Radford, L. and D'Amore, B. (Guest Editors) 27 - 46.
- García, E. y Aparicio, E. (2007). Un estudio descriptivo de las interacciones en el aula. Elemento de análisis en la reprobación y rezago de Cálculo. En C. Crespo Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 20*, 210-215. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J. y Linares, S. (2000). El interaccionismo en educación matemática. *Educación Matemática*, 12(1), 70-92.
- Horton, P. y Hunt, C. (2000). *Sociología*. México: Mc Graw Hill.
- López, A., Sosa, L. y Aparicio, E. (2010). Predicción y construcción de conocimiento matemático. *Un análisis clínico transversal*. *Revista de Investigación y Divulgación en Matemática Educativa*, 1, 3-10.
- López, L. (2011). *Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, México.
- Robledo, D. y Freile-Peigrín, Y. (2010). Prospects for the cultivation of economically important carrageenophytes in southeast Mexico. *Journal of Applied Phycology* 23,415–419