

MATERIALES DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS PARA BACHILLERATO. UN ESTUDIO DE INDICADORES PARA SU DISEÑO

María Guadalupe Ordaz Arjona, Martha Imelda Jarero Kumul, Landy Elena Sosa Moguel
Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Yucatán México
oarjona@uady.mx, jarerok@uady.mx, smoguel@uady.mx

Resumen. El presente trabajo de investigación tiene por objetivo la obtención de indicadores para la organización de saberes matemáticos correspondientes al área de Precálculo, Geometría y Álgebra de nivel medio. Para la consecución de éste, se realiza en primera instancia un estudio documental el cual permitiera generar un estado del arte de propuestas didácticas generadas en Matemática Educativa en la última década, seguido de un estudio descriptivo cuyo objetivo es identificar aquellos elementos que caracterizan las propuestas como favorecedores de la construcción del conocimiento matemático. Particularmente nos centraremos en los resultados obtenidos al momento en el área de Precálculo, entre los cuales se tiene que las propuestas didácticas parecen tener en común el que la construcción del conocimiento se dé a través de la práctica humana y el carácter científico de los conocimientos matemáticos, como son: la predicción, la visualización y la modelación. La tecnología ya no es un recurso para el profesor sino una herramienta para el estudiante.

Palabras clave: material didáctico, bachillerato, indicadores, precálculo

Abstract. The present work research has to objective the obtaining of indicators for the organization of mathematical knowledge corresponding to the area of Precalculus, Geometry and Algebra of middle level. For the attainment of this, it performed in first instance a documentary study which will allow generate a state of the art of didactic proposals generated in Mathematics Education in the last decade, followed by a descriptive study whose objective is identify those elements that characterize the proposals as encouraging of the mathematical knowledge construction. Particularly we will focus in the results obtained to the moment in the Precalculus area, between which it has that the didactic proposals seem to have in common that the knowledge construction is given through the human practice and the scientist character of the mathematical knowledges, such as: the prediction, the visualization and the modeling. The technology is not any more a resource to the professor but a tool for the student.

Key words: didactic material, baccalaureate, indicators, precalculus

Introducción

Un elemento de suma importancia en la formación de profesores son los recursos con los que éste cuenta; por ejemplo, en el estudio con profesores realizado por Maldonado, Rodríguez y Tuyub (2007) reportan que el libro de texto constituye para ellos una fuente de recursos tanto para las explicaciones de clase como para el conjunto de ejercicios a resolver en el salón, para llevar tarea o para usarse en la evaluación. Por otra parte, Rico (1998) considera que uno de los factores que pueden hacer fracasar los intentos de cambio de un currículo de matemáticas, son los libros de texto, ya que la carencia de materiales y Libros de Texto adecuados a los nuevos currículos son en ocasiones obstáculos insalvables.

Por otra parte, las tendencias curriculares en matemáticas, plasmadas en reformas educativas, han sido un elemento transformador del discurso matemático escolar, al reflejar distintas

concepciones sobre la epistemología de las matemáticas y su enseñanza. Una postura, enmarcada en la reforma de las matemáticas modernas, en la que se concibe a la matemática como una ciencia lógica-deductiva, caracterizada por un sistema deductivo cerrado y estrictamente organizado, ha de generar nociones y prácticas distintas que aquella postura en la que la matemática se concibe como un conjunto de reglas y fórmulas para fortalecer la mecanización y automatización de algoritmos, desatendiendo aplicaciones ligadas a la génesis de los conceptos y procedimientos García (s/f) citado en Aparicio, Jarero, Ordaz y Sosa (2009).

Por lo antes expuesto, consideramos que es importante y necesario generar materiales didácticos innovadores, que tengan un sustento en la investigación, que presenten a la matemática no como algo acabado, sino como aquella que se construye como producto de la actividad humana. Es decir, que la matemática no sea un punto de partida de estas propuestas, sino un punto de llegada. Esto, lo vemos expuesto también en investigaciones desarrolladas en Matemática Educativa como las de Alanís y Salinas (2009), quienes exponen la necesidad y conveniencia de reestructurar los contenidos matemáticos a partir de una sintaxis propia cuya génesis esté en actividades humanas.

El trabajo que ahora presentamos contribuye al proyecto de investigación titulado “Saberes matemáticos; un estudio de organización escolar centrado en prácticas”; dicho proyecto de investigación pretende analizar la organización del conocimiento matemático asociado a contenidos del Precálculo y Cálculo escolar. Tiene como intención establecer indicadores de organización y tratamiento didáctico que favorezcan el rediseño de los contenidos en unidades didácticas. Este proyecto plantea como objetivo general Determinar organizadores socioculturales e institucionales que permitan diseñar unidades didácticas de contenidos en el área de Precálculo basadas en prácticas y como objetivos específicos: **1.** Conformar un núcleo temático invariante de contenidos en Precálculo. **2.** Obtener indicadores para la organización de saberes matemáticos relativos a la variación y el cambio. **3.** Diseñar y experimentar unidades didácticas basadas en prácticas.

Particularmente, nuestro trabajo contribuye al objetivo 2, es decir, a la obtención de indicadores para la organización de saberes matemáticos, y tiene por objetivos, generar un estado del arte de las propuestas didácticas de matemáticas que la matemática educativa a desarrollado en la última década a nivel Latinoamérica y en España e identificar los elementos que caracterizan aquellas propuestas centradas en la construcción del conocimiento matemático. Particularmente nos interesa el nivel medio, las áreas de Cálculo, Precálculo y Geometría. Para el logro de dichos objetivos se desarrollan tres trabajos de tesis de

licenciatura uno centrado en cada área, sin embargo, por extensión del presente documento nos centraremos principalmente en los avances y resultados obtenidos para el área de Precálculo y que es el trabajo que contribuye directamente al proyecto antes descrito.

Este estudio es de carácter documental en su primera etapa y descriptivo en la segunda. Y coincidimos con Rico (1998), en que el conocimiento matemático que transmite el sistema educativo se ha de considerar parte integrante de la cultura, socialmente construido y determinado: en él han de intervenir las necesidades formativas de las matemáticas y tenerse en cuenta las connotaciones políticas, morales, generales y específicas, conectadas con la formación matemática de los escolares. Por ello, tomamos como su trabajo considerando que en las propuestas que analizaremos podríamos encontrar elementos como lo son, la diversidad de representaciones para cada sistema conceptual, la fenomenología de los conceptos, la diversidad de los materiales manipulativos y por último la epistemología del concepto. Otros elementos que consideraremos pudieran estar presentes en las propuestas son la visualización y la modelación.

Sobre la visualización y la modelación, las consideraremos como a continuación describimos:

- ❖ La visualización en matemáticas la entenderemos tal como Guzmán (1996, citado en Martínez, Torres, Tellería y Dibut, 2007), es la representación concreta de relaciones abstractas y donde las ideas matemáticas, los conceptos y métodos representan riqueza de contenidos visuales como por ejemplo las representaciones geométricas. Guzmán señala que la visualización aparece como algo natural en el nacimiento del pensamiento matemático como en el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos y también en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático. De modo que el alumno habrá comprendido un objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diversas situaciones didácticas, en las que requiera utilizar diferentes notaciones, así como convertir una representación en otra de manera natural (Martínez et al 2007)
- ❖ La modelación por su parte la entenderemos no como una representación de expresiones algebraicas, sino más bien, como un acto de intencionalidad humana, pues un modelo es un ente para la intervención en la naturaleza, es una herramienta utilizada para comprender e intervenir en lo modelado. Es así que la representación forma un reflejo de una “realidad”, de una situación o conocimiento preexistente (Arrieta y Buendía, 2003).

Respecto a los elementos metodológicos, consideramos dos etapas en la primera se realizó un estudio documental que consistió en la revisión de revistas y documentos publicados en

Matemática Educativa y que pudiéramos acceder gratuitamente a éstos. En una primera revisión se seleccionaron aquellos artículos que trataran algún tema del área de interés, es decir de Precálculo, de estos documentos se seleccionaron aquellos que tuvieran alguna propuesta didáctica pero que tuviera además la característica de ser una propuesta que se centre en la construcción del conocimiento por parte del estudiante. En la segunda etapa, se lleva a cabo el análisis de cada uno de estas propuestas didácticas para caracterizar aquellos elementos presentes en éstas y que favorecen la construcción del conocimiento matemático.

En el estudio documental finalmente fueron 6 medios de publicación que se consideraron, las revistas *RELIME*, *NÚMEROS*, *UNIÓN*, *PREMISA Y REVISTA DIGITAL MATEMÁTICA*, el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa *ALME*, y las memorias de la Escuela de Invierno en Matemática Educativa (*EIME*).

A continuación presentamos algunos de los resultados obtenidos hasta el momento:

Etapa 1. Estudio documental.

De la revisión documental de revistas de investigación y memorias de congresos en Matemática Educativa y Educación Matemática, se encontraron 186 artículos de referentes a algún tema del Precálculo, de éstos, sólo 24 artículos presentaban alguna propuesta didáctica, de éstas propuestas se seleccionaron aquellas centradas en la construcción del conocimiento matemático, siendo finalmente 15 las propuestas que cumplieron con este requisito y por tanto las que pasaron a la etapa de análisis, 12 de éstas se reporta que fueron experimentadas y que tuvieron resultados favorables, las otras 3 no reportan resultados al no haber sido puestas en escena.

Etapa 2. Análisis de las propuestas didácticas.

Del análisis de las propuestas didácticas antes mencionadas, se obtuvieron los resultados que a continuación concentramos una tabla y posteriormente describimos. Aquellas propuestas que fueron puestas en escena y que reportan resultados favorables son resaltadas con negrita y con celda sombreada; el cuadro relleno indica que dicho elemento se encontró presente en la propuesta.

Propuesta	Predicción	Modelación	Visualización	Aspectos sociales	Socioepistemología	Tránsito entre registro
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						

Tabla 1. Propuestas centradas en la construcción del conocimiento

Podemos observar que los elementos encontrados en mayor medida fueron la modelación, predicción, visualización y aspectos sociales.

El elemento *predicción* es encontrado en las propuestas como una “práctica”, no se considera para formalizar los conceptos, sino para favorecer la construcción del conocimiento respecto a los mismos. Las actividades se relacionan con prácticas predictivas que favorecen el razonamiento, el análisis, la identificación de patrones y comportamientos en un estado futuro (ver figura 1).

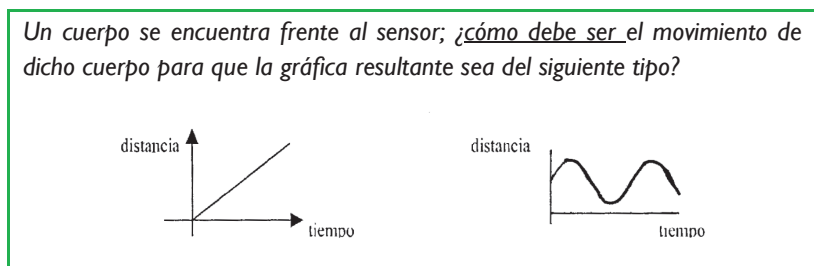


Figura 1

En cuanto a la *modelación* encontramos que no se espera del estudiante un resultado o modelo algebraico, sino que este elemento se refiere al proceso de identificar relaciones de ciertos elementos matemáticos como son, las variables. Por ejemplo, en la siguiente figura se

encuentran los datos de las variables consideradas para la elección de una raqueta adecuada para niños de cierta edad.

Nombre / variables	edad	Peso (gr.)	Longitud (mm)	Longitud del grip (cm)	Tamiz (cm ²)
Boll fighter 80	3 años	165	430	11	----
Boll fighter 100	5 años	170	500	13	----
Boll fighter 110	6 años	210	550	15	615
Boll fighter 125	8 años	220	600	16.5	615
Boll fighter 140	9 años	245	650	18	-----
Rodick junior 140	7 años	230	635	-----	680
Rodick junior 145	9 años	240	660	-----	680
Rodick junior 125	7 años	220	650	-----	645

Fig. 3. Tabla de datos que muestra características estructurales de las raquetas para distintas edades del usuario y para distintos modelos.

Figura 1

En esta actividad los estudiantes debían identificar variables y relaciones entre estas, para poder modelar. Las relaciones existentes que proponen los estudiantes, son la edad, el peso, la longitud, longitud del mango y el Tamiz. Con lo anterior los estudiantes determinaron varios modelos de raquetas para diferentes edades de niños. El estudiante tiene además la oportunidad de ser quien valide sus resultados, teniendo que escoger entre varias opciones que los mismos estudiantes sugerían.

En las propuestas analizadas, la visualización se encontró presente como es el caso por ejemplo en la Figura 3, en la que se muestra una actividad propuesta por Pech y Ordaz (2010), en ésta nos encontramos que el estudiante debe visualizar el comportamiento de la figura y su respectiva área al mover el punto indicado, para poder determinar cierto evento futuro e incluso puede determinar qué pasará si en lugar de mover el punto rojo se mueve el punto azul. De esta forma, la visualización se percibió como una práctica desarrollada por el estudiante y que favorece el desarrollo del pensamiento geométrico y variacional al tener que identificar las relaciones existentes entre las variables y cómo estas influyen en el área del rectángulo dado, así mismo, esto forma parte de la construcción del concepto función.

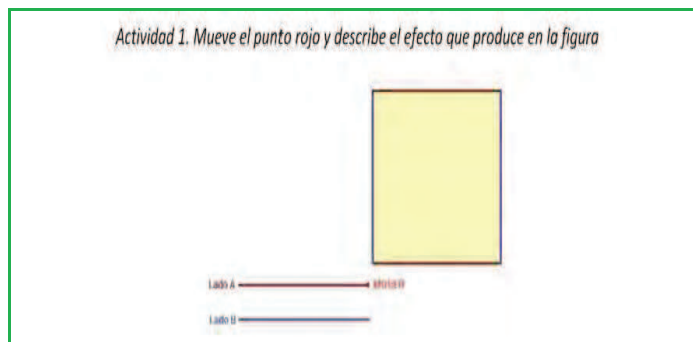


Figura 3

En cuanto a los *aspectos sociales* se refiere al hecho de que las actividades hacían referencia a situaciones en un ambiente conocido para el estudiante, ya sea de su cotidiano como por ejemplo el balancín que se presenta en la figura 4, hasta aquellos es los que la situación se presentaba dentro de un contexto científico pero conocido para el estudiante, como es el caso del ejemplo de la figura 5.



Figura 4

Se describe una situación de reproducción celular, conocido como *meiosis*, en el que una célula cumple su ciclo en 24 horas, es decir, la célula diploide inicial se convierte en 4 células haploides. Se requiere predecir, ¿cuántas células se tendrán después de 5 días?



Figura 5

De los resultados encontrados al momento consideramos que lo que favorece la construcción del conocimiento no es solamente que estén en un contexto, sino la forma en que se lleva a cabo la actividad bajo este contexto; el estudiante lleva a cabo las prácticas de predicción,

modelación o visualización, justo dentro de estos contextos, considerando aquellos aspectos sociales asociados al objeto matemático en cuestión.

Los elementos encontrados en las propuestas analizadas, desarrolladas al seno de la Matemática educativa y por ende de la investigación, favorecen la construcción de conocimiento como bien lo reportan sus resultados, pero además, lo común en las propuestas fue que dicha construcción de conocimiento está centrada en las prácticas y no en el objeto mismo, a lo cual atribuimos el éxito de las mismas. Siendo que aún en aquellas que no han sido experimentadas, encontramos presente estos elementos, por lo cual consideramos que obtendrán resultados similares.

Referencias bibliográficas

- Alanís, J. y Salinas, P. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la Enseñanza del Cálculo en una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(3), 355-382
- Aparicio, E., Jarero, M., Ordaz, M. y Sosa, L. (2009) Discurso y práctica docente en matemáticas: Un estudio exploratorio en bachillerato. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* 18, 58-72.
- Arrieta, J. y Buendía, G. (2003). Diseño de situaciones desde una perspectiva de la actividad humana. En J. Delgado Rubí (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 16(2), 735-740. México: Comité de Matemática Educativa.
- Maldonado, M., Rodríguez, M. y Tuyub, J. (2007). *Un estudio sobre el discurso en los libros de texto de matemáticas. Su relación con la práctica escolar*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Yucatán, México.
- Martínez, D., Torres, A., Tellería, A. y Dibut, L. (2007). Estrategia didáctica para flexibilizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la universalización de la educación superior. En C. Crespo Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 20, 138-143. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Pech, V. y Ordaz, M. (2010). Las producciones sobre el concepto función en situaciones variacionales. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23, 15-22. México: Comité de Matemática Educativa.
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1(1), 22-39.