

## HERRAMIENTAS, ARGUMENTOS Y MÉTODOS DE LA MODELACIÓN LINEAL

Maurilio Castro, Candelaria Salgado, Mateo Bustos, Humberto Gallardo, Adriana Galicia, Jaime Arrieta  
Colegio de Bachilleres del Estado de Guerrero México  
Instituto Tecnológico de Acapulco  
m\_castro95@hotmail.com, agsosa2001@yahoo.com.mx

**Resumen.** El presente trabajo de investigación forma parte de las actividades que se realizan en el desarrollo del proyecto Laboratorio Virtual de Ciencias como estrategia didáctica para profesores del estado de Guerrero, particularmente de Ayutla de los Libres. Muestra las primeras exploraciones de la puesta en escena con estudiantes de nivel medio superior de diseños de aprendizajes basados en prácticas sociales de modelación de contextos extraescolares. Se muestran las herramientas, argumentos y métodos que emplean los actores al modelar fenómenos lineales creciente, decreciente y constante.

**Palabras clave:** herramientas argumentos métodos modelación lineal

**Abstract.** This research is part of the activities that are made in the project to Virtual lab of Science as a teaching strategy for teachers in the state of Guerrero, particularly Ayutla de los Libres. It shows the first explorations of the staging with students' of highschool superior level of certain learning designs based on social's modeling practices of non-school contexts. It presents the tools, arguments and methods used by actors in generating growing, decreasing or constant models type of linear phenomena.

**Key words:** tools, arguments, methods linear modeling

### La desvinculación de prácticas sociales, la problemática

La problemática que se atiende en este trabajo está en relación con la tensión que existe entre las prácticas escolares y las prácticas que son ejercidas fuera del aula. Tensión que produce en el estudiante contradicción, puesto que por una parte el estudiante asiste al aula, entre otras actividades, para aprender a resolver problemas y cuando precisa resolver un problema de su entorno no hace uso de “lo aprendido”.

*Puesto que en la escuela se ha constituido, en muchos casos por falta de recursos y en otros intencionalmente, la enseñanza de las ciencias en un aula aislada, sin laboratorios, sin interacción con las problemáticas de las diferentes comunidades. La enseñanza de las matemáticas vinculada a procesos abstractos es privilegiada hasta la creencia de que la matemática es producto del “razonamiento puro” o de la abstracción de la realidad.*

El presente trabajo centra la atención en aproximar las prácticas sociales de modelación colindantes con el entorno escolar, es decir con las prácticas cotidianas de las que el joven estudiante de nivel medio superior no es un espectador pasivo más, sino un ciudadano participe en una problemática social. Situaciones en las que las problemáticas no son enunciados que obedecen a soluciones triviales y algorítmicas, no son ejercicios escolares, donde el profesor enseña y el estudiante aprende a resolver.

### **El laboratorio virtual como herramienta recursiva al contexto**

En el estado de Guerrero se lleva a cabo vía el proyecto de Laboratorio Virtual de Ciencias (LVC), la capacitación a profesores de nivel medio superior de las siete regiones del estado para que se apoyen en tecnología virtual como herramienta didáctica. El laboratorio virtual se distingue de otros simuladores porque el usuario interviene con fenómenos de la naturaleza de manera activa, es decir cuenta con un escenario en el que transita ubicando las herramientas propias del experimento y las herramientas matemáticas que le permitan construir la red de modelos que expliquen el fenómeno en cuestión. No es una caja negra a la que se alimenta de datos y se recoge el resultado.

### **La Socioepistemología como marco teórico**

El marco teórico en el cual se enmarca la investigación es la Socioepistemología (Cantoral, 2004), aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión socio cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza. Tradicionalmente, las aproximaciones epistemológicas asumen que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando, sobremanera, el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad humana. La socioepistemología por su parte, plantea el examen del conocimiento social, histórica y culturalmente situado, problematizándolo a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión.

En esta investigación se asume a las prácticas sociales de modelación como fuente de procesos de matematización en el aula: los estudiantes construyen argumentos, herramientas, nociones y procedimientos matemáticos en la intervención con los fenómenos de la naturaleza (Arrieta, 2003). Los trabajos de Arrieta (2003), López (2010), Galicia, Díaz y Arrieta (2011) y García (2011) dan luz de cómo la matematización de fenómenos químicos, físicos ó biológicos ya sean experimentales reales ó virtuales detonan la construcción de la red de modelos que caracterizan el fenómeno en cuestión, trabajos anteceden a esta investigación.

### **La ingeniería didáctica como metodología de investigación**

La ingeniería didáctica como método de investigación tiene varias etapas, la primera de ellas es la de concebir una situación didáctica, es decir el diseño a trabajar, lo que consideramos nuestra secuencia, en seguida se deberá realizar un análisis a priori de cada una de las actividades que componen nuestra situación didáctica, para verificar si los objetivos que nos

hemos planteado cumplirán con su finalidad, la puesta en escena del diseño y por último el análisis a posteriori y su confrontación con el análisis a priori. Hacemos uso de la ingeniería didáctica como metodología, tomando como base las prácticas sociales. El trabajo está fundamentado en la “la numerización de los fenómenos”: las prácticas de modelación que parten de la recolección de datos numéricos de un fenómeno para construir modelos numéricos y su uso se toma como central. Estas prácticas ponen en el centro el uso de modelos numéricos (Arrieta,2003).

Para el levantamiento de las evidencias se grabó audio y video de la puesta en escena de los diseños de aprendizaje, se tomó notas de las observaciones. Posteriormente se realizó la transcripción de los materiales y se seleccionaron episodios que mostraran riqueza de las interacciones.

### Caracterización y organización de los actores

Los estudiantes cuentan con edades que fluctúan entre los 15 y 16 años, se organizaron por afinidad en 4 equipos de cinco elementos cada uno. La mayoría de los estudiantes son de bajo nivel socioeconómico.

#### La elasticidad de los resortes

En este diseño, puesto que ya se dan los datos, la experimentación consiste en que los estudiantes entiendan cómo están relacionados los datos con el fenómeno. Para esto, se pide que describan el experimento y que utilicen la tabla para responder las preguntas que se plantean.

Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

*Planteamiento del problema:* Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos. Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las posiciones de la flechita, con estos datos hacemos una tabla.

#### 1. Describe el experimento

*A priori:* Los estudiantes describen con palabras el experimento. Por ejemplo, “el resorte se va estirando cuando se van colocando

#### 2. Si colocamos 85 gramos, ¿en qué posición estará la flechita del portapesas?

*A priori:* Intentan utilizar el mismo método anterior, algunos con éxito otros no. “Sí 45 está a la cuarta parte de 40 y 60 entonces la posición debe estar a una cuarta parte de 165 y 195, o sea 172.5. Otros estudiantes intentan utilizar la regla de tres.

*A posteriori:* La posición del portapesas al colocar 85 gramos

*Eugenia:* Profe, la pregunta que se refiere a la posición de la flechita si colocamos 85 gramos, estamos considerando dividir 15 a la mitad.

*Elizabeth:* Es como la pregunta anterior en donde 50 gramos estaba a la mitad de 40 y 60 y que la flechita indicaba la mitad entre los 105 y 135 mm ó sea la mitad de 30.

*Eugenia:* Así, sólo que ahora tenemos que dividir 15, porque a los 85 gramos se está sumando la cuarta parte de 20 que es el aumento del peso, es decir se suman 5 a 80 gramos.

*Elizabeth:* Cuando dividimos 15 obtenemos 7.5

*Profesor:* De acuerdo, entonces analicen sus resultados con la tabla de datos.

*Eugenia:* Aquí solo se va agregar a 165 mm a los 7.5 que se estiró el resorte y entonces la posición del portapesas será de 172.5 mm.

*Análisis:* Los estudiantes intuyen sus respuestas haciendo uso del método de los puntos medios

### ¿Cuánto debo de mi carro? Construyendo un modelo lineal decreciente

El diseño de aprendizaje está basado en la práctica de modelación lineal y tiene la intención de que los estudiantes consoliden la red de “lo lineal” a partir de modelar linealmente fenómenos con diferentes características. En esta práctica se modela un fenómeno con variable decreciente, razón de cambio negativa, coeficiente de  $x$  negativo en la fórmula  $y = ax + b$  o recta con inclinación hacia la izquierda.

*Planteamiento del problema:* Juan Antonio compró un auto nuevo en la agencia, lo compró a crédito en una promoción donde no paga intereses. Le costó \$120,000.00 y lo pagará en dos años y medio.

1. ¿Cuánto habrá pagado después de diez meses?

*A priori:* Inicialmente se espera que los estudiantes calculen cuando pagará Juan por mes y multiplicar esta cantidad por diez meses, esta cantidad la resta a los 120,000 pesos.

Es posible que los estudiantes confundan el monto del crédito con el monto de lo que se ha pagado. Podrían aplicar regla de tres.

2. Se solicita al estudiante que complete la tabla de datos, este es el modelo numérico del crédito de Juan Antonio donde se muestra en una columna el número de mensualidades pagadas y en la segunda el monto del crédito que debe por 30 meses.

*A priori:* Los estudiantes completan la tabla de datos, posiblemente aún se presenta en las confusiones en el cálculo del monto del crédito que se presentan en la situación anterior.

3 ¿Cuál es el modelo algebraico del crédito de Juan Antonio?

*A priori:* Los estudiantes dan una ecuación de la forma  $C = 120,000 - 4,000n$  el profesor tendrá que hacer notar que esta ecuación es la misma que  $C = -4,000n + 120,000$ , esta forma nos interesa pues corresponde al esquema general de las ecuaciones lineales. Tienen dificultades los estudiantes para comprender el signo negativo del coeficiente de  $n$  y la sustracción entre la deuda inicial y lo que lleva pagado hasta el mes  $n$ .

4 ¿Cuál es el modelo gráfico del crédito de Juan Antonio?

*A priori:* Puntean los datos de la tabla y obtienen una recta inclinada hacia la izquierda

5 ¿Cuál es la razón de cambio? ¿Por qué?

*A priori:* Los estudiantes tienen dificultades para identificar la razón de cambio como el abono mensual. Otra dificultad es el concebir a razones de cambio negativas. En este caso darle significado al signo de  $-4,000$ . Si es necesario el profesor debe de intervenir para explicar que si la razón de cambio es negativa la variable decrece y si es positiva la variable crece.

6 ¿El monto de la deuda crece o decrece? ¿Por qué?

*A priori:* Los estudiantes no tienen dificultad en determinar que el monto de la deuda decrece, pero a estas alturas todavía tienen confusión entre el monto de lo que han pagado y el monto del crédito.

*A posteriori:* Mostramos las argumentaciones siguientes

*Profesor:* ¿Cómo van con su gráfico Adán?

*Adán:* Vea profe esto es lo que estamos haciendo.

*Profesor:* ¿Qué es lo que tienen en el eje vertical?

*Adán:* Lo que se paga y en este eje (horizontal) colocamos los meses, así que cuando pasan 2 meses Juan Antonio paga 8 mil y la cuenta queda en 112 mil y si se pagan después en otros 2 meses la cuenta queda en 104 mil.

*Profesor:* ¿Entonces cada dos meses se pagan 8 mil pesos?

*Adán:* Si profesor, porque cada mes se pagan 4 mil pesos pero como estamos indicando en el grafico dos meses se ve que después de 2 meses la deuda va disminuyendo.

### Análisis

En el desarrollo de la actividad, los estudiantes no presentan dificultades en la construcción del modelo gráfico de la deuda de Juan Antonio, debido a que notan que con el transcurso del tiempo la deuda va disminuyendo. Sin embargo no logran construir el modelo algebraico ni identificar la razón de cambio.



Figura 1. Estudiantes del equipo 3

### Un asunto de pollos

El diseño de aprendizaje tiene la intención de que los estudiantes construyan una red de modelos llamada “lo constante” y la integren a la red de “lo lineal”. En esta práctica se modela un fenómeno con variable constante, razón de cambio cero, coeficiente de  $x$  cero en la fórmula  $y = ax + b$  o recta paralela al eje  $x$ .

*Planteamiento del problema:* Para incubar huevos debemos mantener la incubadora con una temperatura de 35 grados centígrados, para ello la incubadora cuenta con un termostato que mantiene la temperatura constante.

1. ¿A que temperatura estará la incubadora a las 2 de la mañana?

*A priori:* Los estudiantes argumentaran sobre la situación y concluirán que la temperatura es de 35 grados.

2. ¿A que temperatura estará la incubadora a las 4 de la mañana?

*A priori:* Producto de los argumentos en la situación anterior los estudiantes no tienen dificultades para responder 35 grados.

3. Por favor llena la siguiente tabla, este será el modelo numérico de la temperatura de la incubadora.

<i>Hora h</i>	<i>Temperatura de la incubadora I</i>
1	
5	
6	
12	
18	
24	
29	

*A priori:* Los estudiantes llenarán la tabla colocando 35 en todas las celdas de la columna derecha.

4. ¿Cómo son los datos?

*A priori:* Los estudiantes intentaran caracterizar los datos de diferente forma pero se consensará en que los datos son constantes.

5. ¿Cuál es su modelo algebraico?

*A priori:* Los estudiantes tendrán dificultades en presentar una fórmula de la forma  $T = 0h + 35$  ó  $T = 35$

6. ¿Cuál es su modelo su modelo gráfico?

*A priori:* Puntean la tabla de datos y obtienen una recta paralela al eje  $h$ .

7. ¿Cuál es el valor de la razón de cambio? ¿Por qué?

*A priori:* La respuesta de los estudiantes es que la razón de cambio es cero.

Los argumentos que dan son variados, hay que privilegiar formas que vinculen la razón de cambio cero con la recta paralela al eje  $h$  y con datos constantes.

Un argumento puede ser este: “No hay crecimiento ni decrecimiento por lo que el incremento en la temperatura de la incubadora es cero y por tanto la razón de cambio es cero”.

8. ¿Cómo es la recta? ¿Por qué?

*A priori:* La respuesta de los estudiantes basada en la situación 6 es una recta paralela, pero la pregunta es una invitación a resumir lo trabajado por los estudiantes vinculando recta horizontal con razón de cambio cero, con coeficiente de  $h$  cero y con variables constantes.

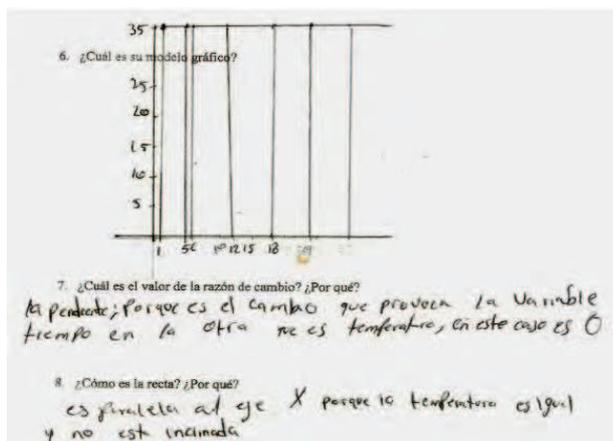


Figura 2. Anotaciones de Mariana

*A posteriori:*

*Mariana:* No hay razón de cambio porque no hay inclinación, es una recta paralela a las equis

### Análisis

Los estudiantes luego de un consenso concluyen que la razón de cambio es cero debido a que la recta no presenta inclinación, otros argumentan que la razón de cambio es la pendiente con valor de cero debido a que la temperatura se mantuvo constante. Todos coinciden que la gráfica que se forma es horizontal o paralela al eje  $x$  e indican de manera gráfica en su mayoría

que la temperatura es de  $35^{\circ}$  desde las cero horas a excepto del equipo 3 se observó que su gráfico no inicia a partir de los cero grados.

### Conclusiones

En este trabajo se muestran los resultados preliminares de la puesta en escena de diseños de aprendizaje basados en situaciones sociales cotidianas. Se muestra cómo los estudiantes reconocen las variables que intervienen en el problema planteado vía la numerización, construyen tabla de datos, identifican las características de la tabla relacionándola con el problema y con la gráfica, transitando en la red de modelos numérico, gráfico y algebraico.

Sin embargo a pesar de haber participado en la modelación del estiramiento del resorte, no lograr encontrar el modelo algebraico de manera análoga en el segundo problema. No así en el problema de la temperatura de la incubadora.

En las actividades que se presentan en este estudio el estudiante interactúa con diversos fenómenos, esta interacción es indispensable para la modelación. La experimentación puede ser mental, cuando los datos se dan, presencial cuando se experimenta directamente y virtual cuando se experimenta a partir de simulaciones por medios electrónicos, por ejemplo con el Laboratorio Virtual de Ciencias.

No hay modelación sin interacción con un fenómeno, esta es parte indispensable, pues para modelar hay que asociar el fenómeno, lo modelado, con los modelos. Inicialmente esta interacción es la experimentación.

Como parte del grupo de profesores-estudiantes del proyecto de Laboratorio Virtual de Ciencias como herramienta didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje, la presente investigación, así como el compartir experiencias con colegas de América Latina ha sido además una experiencia enriquecedora que nos motiva a contribuir con el desarrollo social de la región de Costa Chica del Estado de Guerrero en México, aplicando y generando nuevos diseños de aprendizaje tendientes a aproximar las prácticas escolares con las prácticas del entorno.

### Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN. México.

- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En L. Díaz Moreno (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17*, 1 – 9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Galicia A., Díaz L., Arrieta J. (2011). Práctica social de modelación del ingeniero bioquímico: Análisis microbiológico. *En resúmenes de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.
- García, C. (2011). *Prácticas y herramientas matemáticas en situaciones con ruido en los datos*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- López, C. (2010). *Las prácticas de modelación virtual, un estudio intercultural*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero. México.