AMBIVALENCIAS DEL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Cecilia Crespo Crespo, Liliana Homilka, Patricia Lestón
Instituto Superior del Profesorado "*Dr. Joaquín V. González*" Argentina
Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. CICATA-IPN México
crccrespo@gmail.com, lhomilka@yahoo.com.ar, patricialeston@yahoo.com.ar

Resumen. El presente trabajo propone una discusión acerca de las situaciones que surgen en la clase de matemática a causa de las incoherencias del discurso matemático escolar, que pueden encontrarse en todas las áreas de esta disciplina. Desde cuestiones relativas al cálculo, al análisis matemático o a la geometría, pueden verse discursos "partidos" entre lo que se define y lo que luego se hace y evalúa. Los docentes fomentan esa división, y los alumnos las asumen como parte del contrato didáctico.

Palabras clave: discurso matemático escolar, inconsistencia, profesor

Abstract. The following research presents an argument about the situations that emerge within mathematics lessons, that are caused by the incoherencies in the mathematics scholar discourse, in all the topics included in our science. From calculus to geometry, split arguments can be seen between what is defined, what is done and what is tested. Teachers embrace this division and students expect it and assume it as part of the didactic contract.

Key words: schoolmathematical discourse, inconsistency, professor

Introducción

La presente investigación está centrada en el análisis del discurso matemático que está presente en el aula de escuela secundaria y el aula de las Instituciones Formadoras de Profesores. Desde hace algún tiempo, se ha observado en las clases de matemática un discurso que, con la intención de parecer polisémico, resulta contradictorio. En diversas oportunidades, tanto en las clases, como en los libros de texto y material de las cátedras, pueden observarse una coexistencia de propuestas y explicaciones que van de lo intuitivo a lo formal, pero que en definitiva, terminan apuntando en las evaluaciones, a los ejercicios tradicionales y clásicos que son los que los alumnos esperan en sus exámenes. El contrato didáctico construido a lo largo de toda la escolaridad hace que los estudiantes y los profesores sepan de antemano que lo que se evalúa debe responder a una resolución algorítmica, aún cuando el discurso con que se inicia la enseñanza apunta a una construcción diferente. Es llamativo que los docentes, al ser entrevistados en relación a esta práctica habitual, no sólo se manifiesten conscientes de esta modalidad, sino que la justifiquen desde diversas causas que se presentan en las conclusiones de este reporte.

En este caso, se presentan una serie de actividades documentadas en distintos niveles educativos, con el mismo estilo en el diseño de la unidad didáctica: una introducción informal, cercana a lo cotidiano, con lenguaje natural, alejado de formalismo y que recurre a diversas representaciones; que con el tiempo deviene en la ejercitación tradicional, que es finalmente, lo que se considera en los exámenes.

Los ejemplos considerados en esta oportunidad están relacionados con el concepto de función, el cálculo de límites y el trazado de la mediatriz de un segmento.

El aula de matemática desde la socioepistemología

El aula de matemática es el escenario en el que usualmente se construye conocimiento matemático de forma intencional. La matemática educativa tiene por finalidad influir en la escuela facilitando dicha construcción. Dentro de esta disciplina, son los resultados de las investigaciones, los que se espera impacten en el sistema educativo en todos sus niveles. El modo en que las investigaciones se orientan a tal fin es a través de aportes al discurso matemático escolar. Estos aportes pueden distinguirse de acuerdo a las esferas en las cuales se propone la intervención: aula, currículum e institución. (Espinoza, 2009).

La socioepistemología como marco teórico permite a un investigador orientar su trabajo hacia cualquiera de estas tres esferas: las investigaciones centradas en cuestiones propias de una institución o del modelo docente de una escuela, permiten realizar aportes a las propias instituciones; aquellas investigaciones involucradas con la construcción de conocimiento se orientan al rediseño del discurso matemático escolar, y por lo tanto impactan al sistema al nivel del currículum. Y por último, han surgido en los últimos tiempos, investigaciones que miran con detenimiento el aula y los fenómenos que en ella ocurren. Éstas últimas son las que van a intervenir de modo directo en el aula, ya que están pensadas en función de la resignificación de la práctica del docente. Es en esta última categoría donde se enmarca la presente propuesta.

La matemática presente en el aula no es la que corresponde al discurso erudito, sino que ha sufrido transformaciones y modificaciones que resultan necesarias para su entrada a la clase, y que se nutre de diversos factores hasta llegar a constituir el discurso matemático escolar. En él se integran con el conocimiento elementos que lo trascienden y cuyo análisis va más allá del saber despersonalizado que se desea enseñar. Estos elementos reflejan características de índole social, epistemológica y didáctica, como por ejemplo, el orden en que se presentan los contenidos, la importancia que se da a algunos por encima de otros, la jerarquización de contenidos, lo discursivo, lo gestual, los vínculos, la jerarquización de roles de las componentes del sistema didáctico, entre otros (Crespo Crespo, 2007).

Como dice Castañeda, el discurso matemático escolar “es aquel que atiende formación de consensos enla noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organizacióntemática y profanidad expositiva" (Castañeda, 2006, p. 255). No debe entenderse el discurso matemático escolar como un bien dado, sino como una construcción social que se manifiesta en distintos ámbitos, como pueden ser los libros de texto y los currículos, pero que finalmente está afectado y es sintetizado por un docente en su curso (Castañeda, 2009), y que es modificado por cada alumno que está presente en esa situación de enseñanza, y las interacciones que se dan entre ellos. Las propuestas didácticas que surgen de las investigaciones con intención del rediseño del discurso deben llegar a las instituciones de la mano de los docentes, y si los docentes no hacen propias esas propuestas, entonces no hay impacto posible.

Debería esperarse, entonces, la coherencia de este discurso, sin embargo, es posible detectar en el aula la existencia de inconsistencias entre la manera en que se presentan y construyen ciertos contenidos matemáticos y la forma en que se los aplica y evalúa posteriormente. De este tipo de inconsistencias pueden extraerse algunas ideas preliminares, relacionadas con lo que se mencionaba anteriormente: los docentes conocen algunas propuestas didácticas que pretenden la modificación del discurso, y hasta se animan a implementarlas y a acercarlas al aula, pero finalmente recaen en las viejas costumbres, la evaluación debe ser tradicional, formal y rigurosa, porque eso garantiza que lo que se está haciendo en clase es *matemática*. Son numerosos los ejemplos que ponen de manifiesto esta situación en los distintos niveles educativos. En este trabajo se ha realizado una selección de algunos, que si bien han sido estudiados exhaustivamente desde distintos marcos teóricos, realizando diversas propuestas didácticas; en su tratamiento en el aula siguen apareciendo inconsistencias que exceden la naturaleza del conocimiento.

Algunos ejemplos analizados

Primer caso: el concepto de función

El siguiente ejemplo surge de la observación de una serie de clases de 2° año (14-15 años) de escuela secundaria en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (Crespo Crespo, Homilka y Lestón, 2009). El docente a cargo del curso permitió que se accediera a una práctica introductoria de la noción de función, al libro de texto en el cual se apoya para definirla y a una evaluación que se tomó al finalizar la unidad.

La actividad introductoria es la siguiente:

> *Se arroja hacia arriba una pelota y la distancia desde el punto de partida hasta que vuelve a caer en función del tiempo transcurrido es la que se presenta a continuación.*

Figura 1. Desplazamiento de una pelota en función de tiempo

a. ¿Durante cuánto tiempo sube la pelota?

b. ¿Qué ocurre en t=2,5?

c. ¿Qué ocurre en t=5?

d. ¿Qué relación puedes encontrar entre el tiempo que demora la pelota en subir y el tiempo que demora en bajar?

e. ¿Puedes decir algo sobre la velocidad con la que asciende la pelota y la velocidad con la que desciende?

Esta actividad apela a la idea de una función como una representación dinámica de una situación de movimiento. Las condiciones de existencia y unicidad se discuten en base a una situación real, el significado de máximo y de raíces de una función tienen su construcción en una experiencia que los alumnos pueden compartir y comprender.

Sin embargo, al momento de escribir una definición de función, se recurre a la formalización tomada del libro de texto, que es la siguiente:

> *Se dice que f es una función definida en un conjunto S de números reales si a cada punto x de S se le asocia un único número real que denotamos por f(x)*. (Durán, 1996, p. 43)

Esta definición poco tiene que ver con lo que se propone en la primera actividad. La idea de conjuntos lleva a una presentación estática de las funciones y las condiciones de existencia y unicidad están vaciadas de significado, y hasta resultan caprichosas (Lestón, 2011). Sin embargo, es este tipo de representación, formalizada y carente de contexto, la que aparece en la evaluación del tema. Uno de los ejercicios del examen posterior de esta unidad es el siguiente:

> *Dada la relación y=4x-3, se pide:*
>
> *a. Armar una tabla de valores de x entre -3 y 3, y calcular los valores de y correspondientes*
>
> *b. Graficar la información de la tabla*
>
> *c. Hallar el valor de x que hace que y sea igual a 0.*

Esta actividad está absolutamente descontextualizada, no permite evaluar el significado de función, raíz, existencia o unicidad que se introdujo con la primera actividad, y la gráfica que inicialmente era fuente de información, se reduce a lo que permite cerrar la actividad, en la cual se pasa de la fórmula a la tabla y por último, a la gráfica.

Segundo caso: determinación de límites de funciones

En este apartado se presentan actividades que comparten tres profesores de un Instituto de Formación Docente de la carrera de Profesorado en Informática de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Los tres profesores, que conocen los resultados de diversas investigaciones de matemática educativa, han diseñado, en conjunto, un plan de trabajo con ejercicios que se proponen a los estudiantes de Matemática I. Debido a que estos alumnos no tienen grandes conocimientos matemáticos, han decidido no recurrir a la formalización, y en cambio se intenta trabajar desde un marco de conceptualización basada en el análisis de las gráficas, según lo que reportaron en una entrevista posterior. Una de las primeras actividades que se presenta es la siguiente:

> *Use la gráfica de f(x) para determinar el valor de cada cantidad, si existe. Si no existe, explique por qué.*

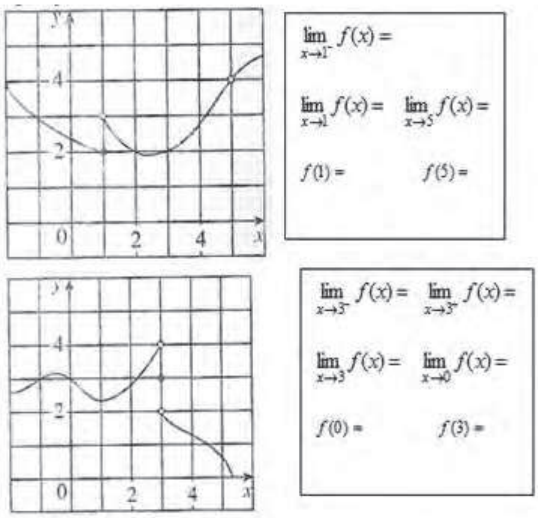

Figura 2. Límites de funciones

En esta actividad, se evidencia el tratamiento informal y visual que se da a este contenido. No hay fórmula, no hay tabla de valores, sino simplemente una gráfica que representa funciones desconocidas por los alumnos. De estos ejercicios, que no abundan en el práctico ni en los libros que estos docentes sugieren a sus alumnos, se avanza rápidamente a una serie de actividades de resolución algebraica, pocas veces acompañadas de gráficas ni de otro tipo de representación excepto la fórmula de la función. Y es ese tipo de actividad la que los alumnos enfrentan en el primer examen parcial que tienen para acreditar la cursada, ejercicios que apelan a la resolución algorítmica de límites, como en el caso siguiente:

2. Calcule los siguientes límites:

$$a)\lim_{x\to\infty}\frac{9x^2-5x+15}{12x^3-4x-40} \qquad b)\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+9}-3}{\sqrt{x^2+4}-2}$$

A pesar de este tipo de actividades, los alumnos fracasan en sus exámenes, debido por un lado a las falencias con que ingresan a la carrera, y por otro a los propios obstáculos epistemológicos del concepto en cuestión. Teniendo en cuenta estas dificultades, los docentes intentan en el examen final de la materia recuperar algunas nociones de las más básicas del estudio de límites, con la intención de evitarles la repetición mecánica de un algoritmo. El siguiente ejercicio es parte de uno de los exámenes de fin de curso:

Hallar el siguiente límite

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+5x+2}{x^2-4}=$$

Frente a este límite, que resulta determinado, algunos alumnos intentan una resolución algorítmica, que no les permite llegar a lo que están acostumbrados: un factor común de numerador y denominador que puedan simplificar, con lo cual terminan recurriendo a cualquier estrategia, aún cuando no es aplicable en este caso. Uno de los alumnos propuso la siguiente resolución:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+5x+2}{x^2-4}=\cancel{\lim_{x\to 3}\frac{(x+4)(x+1)}{(x+2)(x-2)}}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{\frac{x^2}{x^2}}+\frac{5x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\cancel{\frac{x^2}{x^2}}-\frac{4}{x^2}}=\boxed{1}$$

Figura 3. Ejemplo de resolución

Evidentemente, la conceptualización de esta noción de límite no se ha logrado. La ida y vuelta de lo informal a lo algorítmico, y de nuevo a lo informal no hace más que confundir a los estudiantes, que esperan lo que el contrato didáctico los ha hecho esperar: el ejercicio que responda al mecanismo que han repetido y aprendido en la cursada.

Tercer caso: mediatriz de un segmento

El que sigue a continuación es una actividad tomada de una clase de 1° año de escuela secundaria (13-14 años) de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Habiendo trabajado con distintas nociones de geometría (mediatriz, bisectriz, rectas paralelas y perpendiculares, entre otras), se propone a los estudiantes una actividad que tiene por objetivo que comprendan los usos de estas nociones. El ejemplo que se eligió en esta ocasión se refiere a la mediatriz de un segmento.

5. La banda municipal tocará en dos actos escolares. La Escuela n.° 1 y la Escuela n.° 2 se encuentran construidas sobre una ruta, pero muy cercanas entre sí. El intendente desea que la banda municipal toque para el inicio de clases, pero ambas escuelas desean hacer el acto a la misma hora, por lo que la banda no puede estar en ambos actos al mismo tiempo. El intendente tuvo una idea: cortar la ruta durante los actos y que la banda se ubique en la ruta sobre un punto equidistante a ambas escuelas, de manera que la música llegue a los dos actos. Como el trozo de ruta que une a las escuelas no es recto, la ubicación de la banda no le resultó tan sencilla al intendente.

a. ¿Podés ayudarlo?
b. Realizá un dibujo que explique por qué tu propuesta es correcta.

Figura 4. Aplicación de la mediatriz

Puede observarse que los estudiantes deberán decidir por ellos mismos qué es lo que deben hacer, demostrando así la significación que han dado a las nociones estudiadas. No hay ninguna pauta en el enunciado que anticipe lo que se espera de la estrategia de resolución. Sin embargo, de este tipo de actividad, que promueve la reflexión, se vuelve a caer en el ejercicio clásico, como el que se presenta a continuación y que ha sido utilizado en la evaluación del tema:

> *Ubica tres puntos no alineados de manera tal que se formen dos segmentos consecutivos BA y AC. Construye usando compás y regla las dos mediatrices de los segmentos formados. Deja todos los arcos de construcción.*

Una vez más, puede verse que lo que se hace en la clase, que resulta posibilitador de construcción, es lo que el alumno entiende como menos importante, ya que no es lo que acredita conocimiento. Al ser consultado, el docente del curso, justifica sus acciones en base a que los estudiantes no siempre pueden depender de su creatividad y sus estrategias al momento de resolver una evaluación.

Conclusiones

De las evidencias presentadas, se puede concluir que existe una lucha de poderes entre lo que se hace en clase, lo que se evalúa y lo que el alumno espera. Pueden detectarse en estos relatos que las clases introductorias intentas ser de carácter constructivista, apelando a la conceptualización y al manejo de diversos significados y representaciones de las nociones en juego. Existe una intencionalidad didáctica de aproximación del conocimiento a los estudiantes por parte de los docentes, que luego de unas pocas clases, se pierde, junto con la secuenciación pensada para la construcción del conocimiento. Los exámenes por lo general están compuestos de actividades fuertemente algorítmicas, con la intencionalidad de que el alumno pueda enfrentarlas y no fracase. La formalización también resulta jugar un papel importante, ya que los docentes sienten que de eso depende el hacer matemática en el aula, ya que en parte, es ese tipo de actividad la que luego se espera que los estudiantes conozcan al ingresar a la vida académica del nivel superior.

Por otro lado, los alumnos saben lo que deben esperar en un examen: años de escolaridad los han llevado a construir una serie de estrategias para enfrentar sus evaluaciones y poder aprobarlas. De hecho, en los casos donde los docentes hacen propuestas distintas, el fracaso es notable: las reglas no pueden cambiarse sin un acuerdo previo entre docente y alumnos. El desconcierto que les genera no poder resolver algorítmicamente hace que recurran a cualquier estrategia.

Finalmente, lo que se propone hasta aquí es solamente una reflexión sobre el estado actual de las cosas: las investigaciones se están haciendo, muchas de ellas con resultados más que interesantes. Hay gran cantidad de propuestas para acercar al aula el conocimiento de otra manera, pero esto no está ocurriendo. Es necesario trabajar con los docentes para poder llegar efectivamente al rediseño del discurso matemático escolar y con la comunidad toda para poder cambiar un contrato didáctico que no responde a las necesidades formativas de la escuela actual.

Referencias bibliográficas

Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(2), 253-265.

Castañeda, A. (2009). Aspectos que fundamentan el análisis del discurso matemático escolar. P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 1379 - 1387. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Castañeda, A. Rosas, A. y Molina, G. (2010). El discurso matemático escolar de los logaritmos en los libros de texto. *Premisa*, 12(44), 3-18

Crespo Crespo, C. (2007).*Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología.* Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.

Crespo Crespo, C. (2010). Los diálogos entre estudiantes en el aula de matemática. Su riqueza para el análisis del discurso matemático escolar. P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23. (829-838). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Crespo Crespo C., Homilka L. y Lestón, P. (2009). *Una introducción al concepto de función y sus propiedades. Observaciones de la clase de una practicante.* Ponencia presentada en el VII Congreso Virtual de Enseñanza de la Matemática. Guadalajara (México).

Durán, A. (1996). *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo.* Madrid: Alianza.

Espinoza Ramírez, L. (2009). *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de maestría no publicada. CINVESTAV del IPN, México.

Lestón, P. (2011).*El infinito en el aula de matemática. Un estudio de sus representaciones sociales desde la socioepistemología.* Tesis de doctorado no publicada. CICATA- IPN, México