

## MATEMÁTICA FINANCEIRA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Geneci Alves de Sousa, Marcelo André A. Torraca e Lilian Nasser  
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ  
prof.geneci@yahoo.com.br, pfundão@im.ufrj.br

Brasil

**Resumo.** O estudo de Matemática Financeira é altamente motivador e fundamental para formar cidadãos mais críticos. Mas, quando abordada na Escola Básica, a Matemática Financeira enfoca apenas porcentagem e fórmulas de juros simples e compostos, sem aplicações que envolvam problemas do dia-a-dia. A pesquisa relatada neste trabalho indica que o professor da Escola Básica não tem, em geral, a formação necessária para abordar a Matemática Financeira de forma eficaz em suas aulas. São analisadas soluções apresentadas por professores e futuros professores para um problema real, do pagamento do imposto IPVA, mostrando os tipos de erros cometidos. Como consequência dessa pesquisa, foi desenvolvida uma proposta prática e visual para auxiliar o professor no ensino de Matemática Financeira, que incentiva a representação das situações do cotidiano no eixo das setas, permitindo a compreensão da variação do dinheiro no tempo.

**Palavras chave:** matemática financeira, formação de professores, visualização

**Abstract.** Students are highly motivated to study Business Mathematics, which is a fundamental topic for the formation of critical citizens. But, at Secondary School, the teaching of this topic focuses only on percentages and formulas to calculate simple and compound interest rates, without applications involving real problems. The piece of research reported in this work suggests that, in general, school teachers are not prepared to address Business Mathematics in an efficient approach. In several workshops, teachers and future teachers were asked to solve a real problem about the payment of the 'IPVA' tax. These solutions are analyzed, exploring the kinds of mistakes presented. As a consequence of this research, a practical and visual proposal has been designed to support the teaching of Business Mathematics at secondary school. In this approach, real financial situations are represented in an arrow axis, which allows the comprehension of the variation of the value of money along the time.

**Key words** business mathematics, teacher education, visualization.

### Introdução

Com a economia em crescimento, aumenta a oferta de crédito e as pessoas estão se endividando cada vez mais, pois cometem erros básicos como comparar quantias referentes a datas distintas ou somar (em vez de multiplicar) índices sucessivos de aumento ou desconto.

Diante de ofertas enganosas do tipo “preço à vista igual ao preço a prazo, em 10 vezes sem juros”, a proposta deste trabalho é investigar se o professor da Escola Básica está preparado para abordar a Matemática Financeira de forma eficaz, estimulando os alunos a identificar o que há por trás dessas propostas veiculadas na mídia. Como decidir qual a forma mais vantajosa de pagar nossos impostos? E as compras, será melhor pagar à vista, ou aproveitar as ofertas de financiamento? As respostas a essas perguntas deveriam fazer parte do ensino de Matemática Financeira na Escola Básica, mas, na realidade, esse tipo de situação não é abordado em sala de aula.

Este trabalho investiga a prontidão dos professores de Matemática para um ensino eficaz da Matemática Financeira e apresenta a proposta de um material didático voltado para o professor (Nasser, 2010).

Observa-se uma carência de material didático adequado para o ensino de Matemática Financeira na Escola Básica. Os livros sobre o tema são voltados para a preparação de concursos ou para cursos superiores de Contabilidade ou Administração de Empresas. Quanto aos livros textos do Ensino Médio, a grande maioria trata o tema por meio da aplicação de fórmulas para juros simples e compostos (Novaes, 2009), e não prepara o aluno para exercer a cidadania, capacitando-o a escolher a maneira mais vantajosa de efetuar pagamentos de compras e impostos.

### Descrição da pesquisa

Este trabalho relata parte de uma pesquisa desenvolvida por um grupo do Projeto Fundação (IM/UFRJ) com os objetivos de investigar a prontidão dos professores de Matemática para o ensino eficaz da Matemática Financeira e desenvolver um material didático voltado para o professor, apropriado para a Escola Básica (Nasser, 2010).

Ao longo de 5 anos de estudos e pesquisas, o grupo ofereceu diversas oficinas para professores e licenciandos de Matemática, constatando suas dificuldades na resolução de situações financeiras do cotidiano (Sousa, Pereira, Nasser, Medina, Torraca, Santos, Dias e Simões, 2008).

Neste trabalho são analisadas soluções incorretas apresentadas por professores e futuros professores no cálculo da taxa de juros embutida no pagamento parcelado do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA). O problema proposto foi o seguinte:

O Estado do Rio de Janeiro oferece duas possibilidades para o pagamento anual do IPVA: em cota única com desconto de 10%, com vencimento no dia 15/01 ou em 3 parcelas mensais iguais, com vencimentos nos dias 15/01, 15/02 e 15/03. Qual a taxa de juros embutida no pagamento parcelado de um IPVA de R\$900,00?

De acordo com artigo publicado no jornal O GLOBO na coluna de Roberto Zentgraf (31/01/2011), os juros pagos por quem opta pelo pagamento parcelado são muito altos, sugerindo que vale a pena sacar dinheiro da poupança ou até mesmo fazer um empréstimo e efetuar o pagamento à vista, aproveitando o desconto de 10%.

### Metodologia

Esse problema foi proposto a professores e futuros professores de Matemática, em diversas oficinas oferecidas em Universidades ou em congressos de Educação Matemática. Logo no

início da oficina, os participantes recebiam uma folha com o problema proposto, que deveriam solucionar em quinze minutos, podendo usar calculadora, se julgassem necessário. Essas soluções, em sua grande maioria erradas, eram recolhidas e a oficina com a proposta visual para o ensino de Matemática Financeira era, então, desenvolvida. Em algumas ocasiões, foi possível solicitar que os participantes resolvessem novamente o mesmo problema ao final da oficina. As duas soluções de um mesmo professor eram, então, comparadas. Exemplos de primeiras resoluções erradas dos professores são apresentados mais adiante.

Os resultados coletados indicam que grande parte dos professores e futuros professores pesquisados não têm a formação necessária para ensinar seus alunos como resolver esse tipo de problema. Isso pode explicar porque muitos professores não abordam esse tipo de situações financeiras reais em suas aulas, restringindo-se à aplicação de fórmulas de juros simples ou compostos.

Como fruto dos estudos do grupo, foi desenvolvida uma proposta prática e visual para o ensino de Matemática Financeira, para os ensinos Fundamental e Médio, levando em conta seus princípios básicos: o uso da taxa como fator e o deslocamento de quantias no tempo. A abordagem visual ocorre pela representação no eixo de setas, e o prático, pela exploração de situações reais que se apresentam na prática dos investimentos e das vendas a prazo.

### Referencial teórico

A Matemática Financeira não fazia parte do currículo da Escola Básica até bem pouco tempo. Mas, na prática, os cidadãos se deparam constantemente com situações financeiras. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) incluem procedimentos de Matemática Financeira tanto para o terceiro (6º e 7º anos) quanto para o quarto ciclo (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental:

resolução de situações problema que envolve a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não convencionais (...) resolução de situações problema que envolve juros simples e alguns casos de juros compostos, construindo estratégias variadas, particularmente as que fazem uso de calculadoras. (pp.72 e 87)

Além disso, as orientações didáticas dos PCN (Brasil, 1998) apresentam um exemplo de Matemática Financeira, ilustrando as vantagens do uso de planilhas, concluindo que “seu contexto possibilita que os alunos pesquisem e ampliem seus conhecimentos sobre matemática comercial e financeira: taxas, juros, descontos, fatores de conversão, impostos, etc.” (Brasil, 1998, pp. 119 a 121).

Zot (1996) conceitua Matemática Financeira como o

estudo da determinação do valor da remuneração de empréstimos (cálculo de juros) e de sua rentabilidade (cálculo da taxa de juros). O primeiro cálculo é fundamental para a caracterização dos contratos, enquanto o segundo diz respeito à tomada de decisão, processo importante para a orientação dos agentes econômicos nos rumos dos negócios financeiros. (pp. 21-22)

Assim como Zot (1996, p.21), diversos pesquisadores chamam atenção para o objetivo principal da Matemática Financeira, que é estudar a evolução do valor do dinheiro ao longo do tempo, como alertam os professores Ilydio e Vinicius P. de Sá (2009):

Fundamental, em matemática comercial e financeira, é o valor do dinheiro no tempo, conceito tão simples quanto negligenciado pela maioria das pessoas. Não podemos operar diretamente com valores monetários referentes a datas distintas. É necessário que coloquemos todos os valores numa mesma data, valorizando-os ou desvalorizando-os na linha do tempo. (p. 15)

Devido à crescente necessidade de preparar os jovens para enfrentar as situações financeiras, o tópico de Matemática Financeira tem sido incluído na grade curricular de várias redes de ensino, como na do Ensino Médio da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (BRASIL, SEE-RJ, 2005). No entanto, a maioria dos professores em exercício não sente segurança para abordar esse tópico. Pinto (2011) fez um levantamento dos currículos de 9 cursos de licenciatura em Matemática do Rio de Janeiro. Seu estudo mostra que apenas 2 incluem a Matemática Financeira como disciplina obrigatória, enquanto em outros 3 cursos esta é oferecida como disciplina optativa. Em 4 outras universidades, a Matemática Financeira não aparece na grade curricular. Isso explica a grande demanda por cursos de atualização para professores em Matemática Financeira.

### **Análise das soluções dos professores**

Serão analisados a seguir os resultados de pesquisa realizada com licenciandos e professores de Matemática sobre o pagamento do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) no estado Rio de Janeiro. O governo estadual dá a possibilidade de pagamento à vista, com 10% de desconto, ou em 3 parcelas mensais e iguais, vencendo a primeira na mesma data da cota única. Além de investigar o desempenho dos professores e futuros professores na determinação da taxa de juros, esta pesquisa enfatiza que o pagamento à vista (com desconto) é a forma mais vantajosa de efetuar o pagamento desse imposto.

### O problema do IPVA

Este é um bom exercício para alertar que em pagamentos futuros sempre há juros embutidos, pois como os pagamentos não são feitos na mesma data e sempre há a possibilidade de se aplicar o dinheiro referente às prestações futuras, pode-se concluir que o valor pago não é equivalente ao preço à vista. Em alguns casos, dependendo do público-alvo, este problema pode ser aplicado para um valor genérico, já que o valor da taxa de juros não é alterado.

No primeiro grupo de professores a que foi apresentado este problema, dos 27 participantes, somente um acertou e dentre as 26 respostas erradas, houve grande diversidade de raciocínios. Numa segunda aplicação foram avaliados 22 licenciandos, dos quais 8 não acharam resposta alguma, pois não conseguiram concluir o raciocínio, e os 14 que chegaram até o fim não acertaram.

No total foram examinados cinco grupos, compostos de licenciandos, professores, e alunos de pós-graduação. Um erro muito comum é utilizar juros simples ao invés de compostos e não relacionar os juros ao valor financiado e sim ao valor total.

As resoluções incorretas apresentadas a seguir reforçam a necessidade de aprimorar o ensino de Matemática Financeira, principalmente nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Após a realização da oficina, quase todos os participantes conseguiram resolver o problema proposto, utilizando a ferramenta da visualização e deixando de cometer os erros iniciais.

1º Resolução:

À vista: R\$900,00  
 Com 10% de desconto: R\$810,00  
 Juros compostos:  $900 = 810 \cdot (1 + i)^3$   
 $(1 + i)^3 = 90 \Rightarrow 1 + i = \sqrt[3]{90} \Rightarrow i = 3,48 \% \text{ a.m.}$

O erro desta solução foi comparar o pagamento à vista com um pagamento único de 900 reais três meses após, aplicando a fórmula dos juros compostos.

2º Resolução:

Parcelado:  $3 \times 300 = \text{R}\$900,00$   
 10% de desconto = R\$ 90,00  
 Pagamento à vista: R\$810,00  
 $J = C \cdot i \cdot n$   
 $i = \frac{J}{C \cdot n} = \frac{90}{810 \cdot 3} = \frac{90}{2430} = 0,0037 \text{ ou } 3,7\% \text{ a.m.}$

Nesta resolução foi novamente usado o raciocínio de um pagamento único três meses após, além de aplicar equivocadamente a fórmula dos juros simples, e ainda há um erro na divisão.

3º Resolução:

$$\begin{aligned} \text{À vista: } & 900,00 \times 0,9 = 810,00 \\ \text{A prazo: } & 3 \times 300,00 = 900,00 \\ \text{Juros: } & 810,00 \quad \frac{\quad}{\quad} \quad 100\% \\ & 90,00 \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \times \\ & 810 \times = 9000 \\ & x = = 11,1 \text{ \% de juros ao trimestre.} \end{aligned}$$

Esta solução foi apresentada por grande parte dos professores que cursam mestrado em Ensino de Matemática. Denota uma prática comum dos alunos, de tentar usar a regra de três para resolver o problema. Esta seria a taxa de juros embutidos no pagamento em uma única parcela, um mês após o vencimento do pagamento à vista com desconto.

Em resumo, foram analisadas 73 soluções, sendo que somente duas estavam corretas, o que corresponde a uma porcentagem muito alta de erros.

A seguir é apresentada uma solução correta para um valor genérico, com a representação visual.

Para calcular a taxa de juros praticada no pagamento parcelado, a situação será representada no eixo das setas, onde  $P$  representa o valor de cada parcela. O valor total de  $3P$ , quando pago à vista com desconto de 10%, é de  $0,9 \times 3P$ .

$$0,9 \times 3P = P + \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2}$$

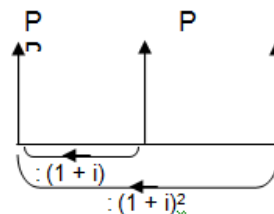
$$2,7 = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2}$$

$$1,7(1+i)^2 = 1 + 1 + i$$

$$17i^2 + 24i - 3 = 0$$

Resolvendo esta equação do 2º grau, obtém-se o valor aproximado  $i = 0,115$ .

Portanto, a taxa é de 11,5%.



Esta taxa mensal de juros é mais alta até do que a do cheque especial, o que enfatiza a conclusão de que o pagamento à vista é sempre mais vantajoso.

Conjugando o eixo das setas com o uso da porcentagem como fator e o uso da calculadora, é possível estabelecer um método de raciocínio que pode ser aplicado a qualquer problema. Essa proposta para o ensino de Matemática Financeira foi consolidada num livro dirigido a professores (Nasser, 2010). Os pontos principais da sequência didática são:

- ❖ uso da porcentagem como fator, na notação decimal, de modo que, para encontrar um valor com acréscimo de  $i\%$ , multiplica-se a quantia original por  $(1+i)$  e se for desconto de  $i\%$ , multiplica-se a quantia original por  $(1-i)$ ;
- ❖ representação da situação no eixo das setas e transposição dos valores para uma mesma data para que possam ser comparados e/ou somados;
- ❖ exploração de problemas práticos, do dia-a-dia dos cidadãos;
- ❖ incentivo ao uso de calculadoras (não financeiras) e desencorajamento ao uso de fórmulas;
- ❖ integração com outros conteúdos como progressões e gráficos das funções afim e exponencial;
- ❖ análise de diversas estratégias para resolver um mesmo problema, exemplificando com soluções apresentadas por alunos de Ensino Médio.

### Comentários finais

Este trabalho sugere que a Matemática Financeira abordada na Escola Básica deve ensinar a resolver problemas práticos, que ocorrem no dia-a-dia do cidadão. Será que os alunos egressos do Ensino Médio estão preparados para enfrentar situações desse tipo? A análise das resoluções apresentadas por professores e futuros professores a uma situação financeira do cotidiano sugere que, em geral, os professores não dominam suficientemente o conteúdo para abordar a Matemática Financeira de modo eficaz.

É preciso alertar os cidadãos e os professores para alguns erros comuns no trato com situações financeiras, como:

- ❖ acréscimos ou descontos acumulados devem ser multiplicados e não somados;
- ❖ pagamentos da mesma quantia em datas distintas não têm o mesmo valor;
- ❖ quantias que se referem a datas distintas não podem ser somadas;
- ❖ só é possível comparar formas diferentes de pagamento se as quantias forem calculadas com referência à mesma data.
- ❖ os juros nas compras a prazo devem ser calculados sobre o valor financiado e não sobre o preço total.

O ensino de Matemática Financeira deve esclarecer essas dúvidas, ajudando os alunos a evitar as armadilhas anunciadas na mídia. E isso pode e deve ser feito de modo dinâmico e visual, usando a notação decimal e o eixo das setas, como proposto por Nasser (2010). A animação

do power-point ajuda os alunos a compreender a variação do dinheiro no tempo e facilita o desenvolvimento de estratégias próprias na resolução de problemas.

Em relação à educação financeira, Cerbasi (2006) afirma que “um canal importante a desenvolver para a boa formação financeira de nossos filhos é a divulgação deste tipo de conhecimento entre os professores”. No entanto, referindo-se ao professor, alerta que:

além de não ser orientado e motivado para isso, ele, como todo brasileiro adulto, não recebeu esse tipo de informação em sua infância. Se possui algum interesse por finanças, seus conhecimentos na área são recentes e sua insegurança ao utilizá-los é provavelmente grande. (p.38)

Como foi mostrado neste trabalho, pode-se afirmar que o professor não recebeu esse tipo de capacitação nem nos cursos de formação para o magistério, e que esse quadro precisa ser revertido urgentemente.

### Referências bibliográficas

- Cerbasi, G. (2006). *Filhos inteligentes enriquecem sozinhos*. Brasil: Ed. Gente.
- Nasser, L (coord.) (2010). *Matemática Financeira na Escola Básica: uma abordagem prática e visual*. Brasil: Ed. IM-UFRJ.
- Novaes, Rosa C. N. (2009). *Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio*. Dissertação de mestrado, UFRJ, Brasil.
- Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998. Brasil, Ministério da Educação (1998).
- Pinto, M. C. (2011). *A importância da Matemática Financeira na formação de professores*. Monografia, UFRJ, Brasil
- Reorientação Curricular (Livro II). Brasil, Secretaria de Educação do Estado do RJ (2005).
- Sá, Ilydio P. e Sá, V. G. P. (2009). *Duas vezes 100 é igual a 200?*. Revista do Professor de Matemática, nº 70, pp.13-16. Rio de Janeiro: SBM.
- Sousa, G. et al (2008). Capacitando professores para o ensino de Matemática Financeira. Atas do VI Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro (em CD), realizado na UniRio, RJ: SBEM-RJ.
- Zot, W. D. (2006). *Matemática Financeira*. Porto Alegre: Ed. da UFRGS.