

## TRES PERSPECTIVAS DIFERENTES PARA MIRAR EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS Y LA ENSEÑANZA

Leticia Sosa Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas  
lsosa19@hotmail.com

México

**Resumen.** En este artículo se presentan algunos aspectos relevantes de tres perspectivas usadas actualmente en el campo internacional, orientadas al conocimiento profesional del profesor de matemáticas y la enseñanza: *Matemáticas para la Enseñanza* (Davis y Simmt, 2006), *Cuarteto de Conocimiento* (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) y *Conocimiento Matemático para la Enseñanza* (Ball, Thames y Phelps, 2008). Se asume que la comprensión de la génesis y desarrollo de los aspectos abordados, puede brindar al investigador herramientas para la propuesta de un nuevo modelo para el conocimiento profesional o bien para el seguimiento de uno de los existentes. Finalmente, se distinguen algunos matices diferentes que puede haber entre los tres enfoques.

**Palabras clave:** conocimiento del profesor, profesor de matemáticas, enseñanza

**Abstract.** This article presents some relevant aspects of three perspectives presently used at the international level, oriented to professional knowledge of mathematics teacher, especially about mathematical knowledge for teaching: *Mathematics for Teaching* (Davis & Simmt, 2006), *Knowledge Quartet* (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005) and *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames & Phelps, 2008). It is assumed that the understanding of the genesis and development of these aspects can provide the researcher with tools for the proposal of a new model for professional knowledge or for using an existing one. Finally, we distinguish some different nuances that could be found when comparing the three approaches.

**Key words:** teacher knowledge, mathematics teacher, teaching

### Introducción

Ya desde hace 30 años las investigaciones sobre el conocimiento del profesor y la enseñanza han sido estudiadas bajo distintos marcos de referencia, entre los más notables podemos mencionar los de Elbaz (1983), Schön (1983) y Shulman (1986), los cuales influenciaron la dirección de la investigación sobre profesores (Ponte y Chapman, 2006). Desde entonces y cada vez más, se ha venido discutiendo y profundizando el estudio del conocimiento profesional de los profesores, emergiendo distintas perspectivas sobre el conocimiento profesional, en particular, sobre qué conocimiento matemático posee el profesor y qué conocimiento matemático debería poseer para el ejercicio de su función docente.

El diálogo sobre la complejidad del conocimiento profesional es una preocupación constante de los investigadores en Educación Matemática, habiéndose celebrado, como prueba de esa preocupación, un grupo de discusión en la 33ª Conferencia del grupo internacional de Psychology of Mathematics Education (PME), titulado *Conocimiento del profesor y la enseñanza: considerando una relación compleja a través de tres perspectivas diferentes*, en el que se han discutido tres posturas específicas: *Matemáticas para la Enseñanza* (Davis y Simmt, 2006),

*Cuarteto de Conocimiento* (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) y *Conocimiento Matemático para la Enseñanza* (Ball, Thames y Phelps, 2008).

Así, por nuestra parte, con el afán de conocer y comprender más la génesis y el desarrollo de estas tres perspectivas, profundizamos en la investigación de éstas porque eso puede dar elementos al investigador para la propuesta de un nuevo enfoque para estudiar el conocimiento profesional del profesor, o bien para el seguimiento de uno de éstos o de otro ya existente. En ese sentido, a continuación se presentan más detalladamente algunos aspectos destacables de cada una de estas tres perspectivas.

### Descripción de las tres perspectivas del conocimiento del profesor de matemáticas

#### a) *Matemáticas para la enseñanza*

En este enfoque propuesto por Davis y su equipo de investigación, se usa el marco interpretativo “*ciencias de la complejidad (complexity science)*” (de acuerdo a *Studying Complexity Science*, ciencias de la complejidad es el estudio científico de los sistemas complejos, sistemas con muchas partes que interactúan para producir un comportamiento global que no es fácil de explicar en términos de interacciones entre los elementos del componente individual). En particular, se ve a los profesores como sistemas y el interés se centra en saber cómo aprenden (Davis y Simmt, 2003; Davis y Simmt, 2006). Estos investigadores distinguen a las *matemáticas para la enseñanza* como una “*rama específica dentro de las matemáticas*” y organizan sus investigaciones en torno a “*estudio de conceptos*” (Davis, 2008), una estructura de aprendizaje colectivo a través del cual los educadores matemáticos identifican, interpretan, interrogan, inventan y elaboran imágenes, metáforas, analogías, ejemplos, ejercicios, gestos y aplicaciones a los que los profesores recurren de manera implícita o explícita para sustentar la comprensión de los estudiantes.

Davis (2010) propone el “*estudio de conceptos*” como entornos en los que los profesores pueden combinar sus conocimientos para cuestionarse y elaborar su conocimiento matemático para la enseñanza. El autor afirma que el “*estudio de conceptos*” puede ayudar a cambiar la forma en la que las matemáticas son vistas, entendidas y usadas dentro del aula. “[...] el estudio de conceptos parece contribuir a los cambios en las formas en que la matemática es vista, entendida, y empleada dentro de los entornos.” (Davis, 2010, p.63)

Cabe mencionar que el término *estudio del concepto* proviene de otras dos nociones en la matemática educativa, *estudio de la lección* y *análisis del concepto*. Estudio de la lección en relación a la articulación, crítica y desarrollo de estrategias matemáticas para la enseñanza, con miras a conseguir nuevas posibilidades pedagógicas mediante una participación comprometida,

colectiva y en curso; en un entorno de estudio de la lección “los profesores participan en la mejora de la calidad de su enseñanza y en el enriquecimiento de las experiencias de aprendizaje de los estudiantes” (Fernandez y Yoshida, 2004, p.2). Análisis del concepto en términos de Leinhardt, Putnam y Hatrup (1992), en cuanto a explicar las estructuras lógicas y asociaciones de conceptos matemáticos (origen y aplicación del concepto).

Los supuestos que rigen el estudio de conceptos son:

- ❖ Los conceptos matemáticos y las concepciones de la matemática están siempre implicados.
- ❖ Mediante la selección de las interpretaciones particulares y haciendo hincapié en ellas sobre las demás, los profesores son participantes vitales en la creación cultural de las matemáticas.
- ❖ El conocimiento de los profesores de matemáticas es en gran parte tácito, pero los elementos críticos del mismo pueden aparecer ante cuestionamientos conscientes suscitados en entornos colectivos.
- ❖ El saber individual y colectivo no puede ser dicotomizado – participar en la interpretación colaborativa puede afectar profundamente la comprensión individual (Davis, 2010, p.65).

Davis (2010) expresa que él está interesado en saber qué pasa cuando en un entorno para varios profesores (por ejemplo un grupo de profesores que hacen un máster (una maestría) en un programa enfocado en el conocimiento disciplinar de los profesores de matemáticas), diseñado con la lente de “*estudio de conceptos*”, y guiados por la convicción de transformar su práctica, se plantea la necesidad de diseñar entornos transformativos para profesores de matemáticas. Además a él le interesa saber cómo los seres humanos llegan a adquirir un concepto y por ello estudia además de algunos aspectos cognitivos, otros que pueden influir en la adquisición de éste.

[...] mi interés se centra en cómo los seres humanos llegan a conocer el concepto, y por esa razón atiendo a las estructuras anidadas del cerebro, el pensamiento, el lenguaje, la cultura, la sociedad y la ecología – estructuras implicadas que permiten y limitan la comprensión. (Davis, 2010, p. 67)

En resumen, podemos decir que son dos los grandes constructos en la perspectiva de Davis, aparte del “*estudio de conceptos*” está la visión de las “*matemáticas para la enseñanza*” como una aplicación de la matemática, con una mirada matemática especial, es decir, él ha estudiado, junto con varios colegas (por ejemplo con Simmt y Renert), acerca de sistemas en “*ciencias de*

la complejidad” y teoría de grafos para tratar de explicar y entender el complejo mundo de las matemáticas para la enseñanza. Finalmente, Davis apuesta por el “estudio de conceptos” como una metodología formal que pueda ser usada para investigar el conocimiento matemático de los profesores (para la enseñanza).

b) *Cuarteto de Conocimiento*

Esta perspectiva presentada por Rowland y sus colaboradores, es un marco conceptual de base empírica que se usa en clases de formación inicial, a partir de clases grabadas de matemáticas preparadas e impartidas por otros estudiantes del último año de su formación para profesores de primaria, con la finalidad de observar y analizar la enseñanza de matemáticas con estudiantes y así desarrollar conocimiento matemático para la enseñanza. El foco de atención es la reflexión sobre el rol tanto del *conocimiento del contenido* como el del *conocimiento didáctico del contenido* (PCK) en matemáticas. Su principal interés está en los conocimientos y creencias que tiene el profesor y cómo pueden ser identificadas las oportunidades de mejora relacionadas con el conocimiento matemático para la enseñanza (Rowland y Turner, 2007).

El *cuarteto de conocimiento* nace en un proyecto colaborativo con la participación de tres universidades de Inglaterra (Goulding, Rowland y Barber, 2002), el cual fue desarrollado entre los años 2002 y 2004 y modificado en 2007, grabaron 24 clases de matemáticas con estudiantes para profesor (nivel primaria) en su último ciclo escolar (durante su periodo de práctica), y escribieron una breve sinopsis descriptiva (400-500 palabras) con la intención de dar la idea sobre aspectos relevantes acontecidos en cada clase. En ese estudio, identifican situaciones que dan cuenta de aspectos significativos sobre el conocimiento del contenido y el PCK, sobre la carencia de estos y analizan las clases bajo la metodología de la *Grounded Theory* (Glaser y Strauss, 1967) con el objetivo de generar teoría. Del análisis obtienen cuatro categorías o unidades: fundamentos, transformaciones, conexiones y contingencias. (Rowland, 2008). A continuación se presenta brevemente la conceptualización de las cuatro categorías, mismas que aparecen de manera más detallada en Rowland et. al. (2005).

*Fundamentos*, se refiere al conocimiento de las matemáticas en sí, concepciones y creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre qué, por qué y cómo enseñar, incluye la concepción personal que se tenga sobre el rol del profesor en el salón de clases; todo esto adquirido antes y durante su formación (intencionalmente o no). Mientras que en las *transformaciones* se abordan aspectos del conocimiento en la acción, incluye las formas y contextos en los cuales el conocimiento es desarrollado durante la planificación, la enseñanza y la capacidad en sí que se tenga para transformar el conocimiento a enseñar haciéndolo

accesible a los alumnos, por ello, en esta categoría consideran la selección y uso de las formas de representación: analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones expresadas en Shulman (1986). Las *conexiones* se refieren al conocimiento que manifiestan los profesores cuando establecen conexiones entre las distintas partes del contenido, a la coherencia durante la planificación o enseñanza mostradas a lo largo de un episodio o de una o varias clases. Y las *contingencias* se presentan en aquellas situaciones en las que los profesores han de responder ante eventos inesperados que emergen durante la instrucción, acontecimientos que son casi imposibles de planear, en los que entra en juego la habilidad del profesor para responder a las diversas ideas inesperadas de los alumnos y desviarse de lo que tenía planeado cuando lo considere apropiado, la calidad de las respuestas que dé el profesor está determinada, en parte, por la fuente de conocimiento disponible que tenga el profesor (Rowland et. al. 2005).

En el *cuarteto de conocimiento* destacan como potencialidad el hecho de ser un marco conceptual manejable para la reflexión sobre aspectos del conocimiento del contenido en las discusiones realizadas entre el tutor (mentor) y el aprendiz en formación inicial -y no sólo del PCK-, ya que normalmente, como se muestra en el estudio de Brown, McNamara, Jones y Hanley (1999), tales discusiones se enfocan más a características de corte organizacional de la clase, con menos atención a los aspectos matemáticos de las clases de matemáticas.

Además, posteriormente Rowland (2008) expresa que el *cuarteto de conocimiento* es un marco conceptual accesible para observar, analizar y discutir acerca de la enseñanza de matemáticas a partir de la perspectiva del conocimiento matemático para la enseñanza (ambos conocimiento del contenido y PCK) que posee el profesor y enfatiza que pretenden que este marco sea una herramienta para apoyar el desarrollo del profesorado, con objetivos claramente determinados y organizados sobre el impacto de su conocimiento del contenido y PCK en la enseñanza. Asimismo menciona que últimamente han analizado clases de nivel secundaria, no sólo de matemáticas sino también de inglés, ciencias y lenguas extranjeras aplicando el *cuarteto de conocimiento* exitosamente, con lo cual Rowland y sus colaboradores se cuestionan si la conceptualización de este marco podría funcionar en otras disciplinas y no sólo en matemáticas (Rowland, 2008). En conclusión, Rowland y su equipo de investigadores consideran que el marco conceptual que ellos proponen es un instrumento para desarrollar la enseñanza y el conocimiento de los profesores. Rowland y sus colegas otorgan mayor importancia al cuarteto de categorías emergentes de conocimiento más que a tener una lista de códigos (Rowland et. al. 2005); además, Rowland (2008) enfatiza que en su teoría, al analizar las clases, es más significativa la clasificación de las situaciones bajo las cuales subyace el conocimiento matemático para la enseñanza que hacer una distinción entre diferentes tipos de

conocimiento matemático para la enseñanza (dicha distinción es un aspecto característico de la teoría propuesta por Ball et al. 2008).

c) *Conocimiento Matemático para la Enseñanza*

Ball y sus colegas presentan el *MKT*. Sus investigaciones se centran en el conocimiento matemático para la enseñanza, en particular en el nivel de primaria, estudiando dicho conocimiento a partir de la práctica del profesor. Ellos exponen un modelo multi-dimensional, en el que hacen un refinamiento a las dimensiones del *conocimiento del contenido* y del *conocimiento didáctico del contenido* presentado por Shulman (1986), adaptado a las matemáticas. Ball y su grupo de investigación exponen una propuesta centrada en el conocimiento matemático para la enseñanza, ellos incluyen el conocimiento curricular planteado por Shulman (1986) en el conocimiento didáctico del contenido, obteniendo así sólo dos grandes dominios que se encuentran, por su parte, cada uno de ellos subdivididos en tres subdominios. El conocimiento del contenido queda subdividido en tres subdominios: Conocimiento común del contenido (CCK), Conocimiento especializado del contenido (SCK) y Horizonte matemático (HCK). Y el PCK en: Conocimiento del contenido y estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y Enseñanza (KCT) y Conocimiento Curricular (KCC).

El CCK se refiere al conocimiento matemático y a las habilidades necesarias para resolver las tareas que los estudiantes están realizando, los profesores necesitan ser capaces de hacer las tareas que ellos están asignando a sus estudiantes (Ball et al., 2008). El SCK es el conocimiento constituido por el conocimiento matemático y las habilidades que son propias de la profesión de los profesores, en él se incluye el conocimiento que permite a los profesores conocer la naturaleza matemática de los errores que cometen los alumnos y razonar si alguna de las soluciones que dan sus alumnos podrían funcionar en general o no. En el SCK se destaca el hecho de que los profesores tienen que desarrollar una clase de conocimiento matemático especial en tanto que los profesores requieren de un entendimiento y razonamiento matemático único de su profesión para realizar sus tareas escolares día a día, siendo el propio trabajo de la enseñanza de las matemáticas el que crea la necesidad de un cuerpo de conocimiento matemático especializado para la enseñanza. El HCK es considerado como el conocimiento de la trayectoria de un contenido matemático a lo largo de las diversas etapas educativas, así como las conexiones intra y extramatemáticas. Este subdominio incluye las habilidades que tienen los profesores para saber la importancia que tiene un determinado contenido matemático durante su trayectoria curricular.

El KCS consiste en la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente, el KCS incluye las habilidades que tienen los

profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante. En tanto que el KCT se refiere a la conjunción del entendimiento del contenido y su enseñanza, es decir, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido en concreto. En este conocimiento se incluye las habilidades que tienen los profesores para saber qué representaciones son más adecuadas y usar diferentes métodos y procedimientos cuando imparta ese contenido matemático. Finalmente, el KCC está:

[...] representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias. (Shulman, 1986, p. 10)

Se puede destacar que Ball y su grupo de investigación se interesan en lo que los profesores hacen mientras enseñan (Ball, Hill y Bass, 2005) y se enfocan en el estudio de la enseñanza de la matemática y también en la matemática utilizada durante el proceso de enseñanza.

De las tres perspectivas acerca del conocimiento matemático para la enseñanza constatamos, de forma relativamente explícita, que el profesor deberá ser conocedor del contenido que pretende enseñar y también de conocimientos didácticos que le permitan hacerlo. En ese sentido, Ball (2000) refuerza la necesidad de que los profesores adquieran *conocimiento del contenido* y *conocimiento didáctico del contenido*, y efectúen las interconexiones necesarias entre estos tipos de conocimientos, con el objetivo de utilizarlos para lograr que sus alumnos aprendan matemáticas.

### Conclusiones

Cada uno de estos tres grupos de investigación, por su parte, han desarrollado a la fecha, diversas pesquisas. Con base en el estudio de la comprensión de la génesis de las tres perspectivas mostradas en este artículo, se pudieran interpretar algunas sobreposiciones entre ellas, pero también algunos matices diferentes mostrados a través de los aspectos expuestos anteriormente en cada perspectiva, esto debido a los objetivos distintos, trazados por cada grupo de investigadores al hacer sus pesquisas, de las cuales surge cada perspectiva. Por ejemplo, se puede decir que uno de los grandes intereses de Davis y sus colaboradores es saber cómo los profesores llegan a adquirir un concepto, mientras que Rowland y sus colegas están interesados en el conocimiento y las creencias del profesor y cómo pueden ser identificadas las oportunidades para mejorar el conocimiento matemático para la enseñanza

(no sólo el conocimiento didáctico del contenido) en la formación inicial del futuro profesor de primaria, entre tanto, Ball y sus colaboradores identifican, estudian y analizan el conocimiento matemático para la enseñanza del profesor de primaria.

Cabe destacar que en torno a las tres perspectivas expuestas, independientemente de la discusión que pudiera provocar lo que sí contempla una y no otra, puede resultar más interesante e importante toda la reflexión, todo el trabajo que puede brindar al investigador el **proceso** de seguir/usar una de ellas, aún y cuando éste pueda hacer aportaciones para enriquecerla o bien, diferir en algunos matices.

En síntesis, es de destacar que el contenido del conocimiento profesional del profesor, la forma en que se organiza y sus características continúan siendo ampliamente estudiadas en la Educación Matemática. Por tanto, uno de nuestros mayores intereses de investigación consiste en inquirir las características del conocimiento profesional, en particular, en el de las del conocimiento matemático para la enseñanza.

### Referencias bibliográficas

- Ball, D.L. (2000). Bridging practices. Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Ball, D.L., Hill, H.C. y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-46
- Ball D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Brown, T., McNamara, O., Jones, L. y Hanley, U. (1999). Primary student teachers' understanding of mathematics and its teaching. *British Education Research Journal*, 25(3), 299-322.
- Davis B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM)*, 14(2), 86-91.
- Davis B. (2010). Concept studies: Designing settings for teachers' disciplinary knowledge. In Pinto, M. M. F. & Kawasaki, T. F. (Eds). *Proceedings of the 34<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 63-78. Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Davis B. y Simmt E. (2003). Understanding learning systems: mathematics education and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137-167.

- Davis B. y Simmt E. (2006). Mathematics-for-teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. Londres: Croom Helm.
- Fernandez, C., y Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Glaser, B.G. y Strauss, A.L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. New York: Aldine de Gruyter.
- Goulding, M., Rowland T. y Barber, P. (2002). Does it matter? Primary teacher trainees' subject knowledge in mathematics. *British Educational Research Journal*, 28(5), 689-704
- Leinhardt, G., Putnam, R., y Hatrup, R.A. (1992). *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Ponte, J.P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practice. In A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of Research of the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishing.
- Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In P. Sullivan and T. Wood (Eds.) *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 273-298). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- Rowland, T., Huckstep P. y Thwaites A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rowland, T y Turner F. (2007). Developing and using the 'Knowledge Quartet': A framework for the observation of mathematics teaching. *The Mathematics Educator*, 10(1), 107-124.
- Schön, D.A. (1983). *The Reflective Practitioner: how professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.
- Studying Complexity Science (s.f.). *Complexity Science Focus*. Recuperado el 28 de agosto de 2010 de <http://www.complexity.ecs.soton.ac.uk/>