

## ENSEÑANZA DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN EL PRIMER NIVEL DE EDUCACIÓN MEDIA DE ADULTOS: RESULTADOS DE UNA EXPERIENCIA

Teaching of Isometric Transformations in the first year of secondary education of adults:  
results of an experience

*Danilo Antonio Díaz Levicoy<sup>1</sup>, Katia Ivette Bazán Vera<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Colegio Proyección Siglo XXI, Santa María 1412, Osorno, Chile. (56-064) 318045  
dddiaz01@hotmail.com

<sup>2</sup>Colegio Emprender Santa María 1412, Osorno, Chile. (56-064) 316418  
katiaprofemat@gmail.com

### Resumen

El presente artículo corresponde a una propuesta de enseñanza y aprendizaje desarrollada en el primer nivel de educación media de adultos del Colegio Emprender de Osorno, con el objetivo de diseñar y aplicar un modelo didáctico en la modalidad adultos, que asegure aprendizajes geométricos establecidos en el currículo mediante uso de TIC. La metodología de investigación aplicada fue cuali-cuantitativa y los instrumentos de recolección de información fueron un pre y pos test, una encuesta opinión y observación participante. Como resultado se observó que los alumnos mayoritariamente lograron altos porcentajes de aprobación para las transformaciones isométricas, lo cual nos permite concluir que la utilización del software de geometría dinámica Cabri II influye en el aprendizaje del tema abordado y a su vez en la motivación de los alumnos.

PALABRAS CLAVE: Geometría, Cabri II Plus, Educación de Adultos, Competencias.

### Abstract

This article has to do with a proposal of teaching and learning carried out in the first year (ninth and tenth year of high-school) of secondary education of adults from Colegio Emprender in Osorno. The objective of the current proposal is to design and apply a didactic model in teaching adults through the use of ICT to enhance learning of geometric contents established in the curriculum. The research methodologies applied were qualitative and quantitative, and the instruments of data collection were a pre- and post-test, an opinion survey and observation by part of the teacher. Findings show that most students achieved high passing percentages in isometric transformations, so we can be conclude that the use of a dynamic geometry software called Cabri II influences on topic learning as well as on student motivation.

KEYWORDS: Geometry, Cabri II Plus, adults' education, competences

Recibido: 13/07/11      Aceptado: 15/09/11

## Formulación del problema

A pocos años de la puesta en marcha del nuevo currículo de Educación de Adultos, se perciben desafíos importantes en el proceso de aseguramiento de los aprendizajes; especialmente, en matemática. Ello porque es un currículo de estructura modular y centrado en aprendizajes por competencias. Por esto, no existen intervenciones desde una metodología que dé cuenta del aseguramiento de los aprendizajes bajo este enfoque educativo nuevo en la modalidad de la enseñanza de educación de adultos.

La geometría es una de las áreas fundamentales de la matemática, y ha asumido un papel importante en la sociedad, por su enorme implicancia en la existencia del hombre. Por lo que está incluida en todos los planes de estudio de todos los niveles de los diferentes sistemas educativos mundiales (Barrera & Centeno, 2006; Santaló, 1994; Díaz, 2009). Además, existen investigaciones que dan cuenta de la dificultad compartida en el proceso de enseñanza aprendizaje, por alumnos y profesores en el área de la geometría (Corberan, Gutiérrez, Huerta, Pastor, Margarit, Peñas & Ruiz, 1994; Díaz, 2009)

Sumado a lo anterior, un uso adecuado (con planificación e intención educativa) de las TIC en el proceso de enseñanza de la geometría, lo transforma en un proceso interactivo, pero que por sí sola no es suficiente para producir logros educativos. Como resultado de las consideraciones anteriores, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Es posible implementar actividades contextualizadas y apoyadas con TICs que permitan aprendizajes de calidad en los participantes del I Ciclo de Educación de Adultos del Colegio Emprender de Osorno en el tópico de Transformaciones Isométricas?

## Objetivos

### General

- Aplicar un modelo didáctico del sector de matemática sobre el tópico de Transformaciones Isométricas para el I Nivel de Enseñanza Media, del Colegio Emprender Osorno; en la modalidad adultos, programa regular, que asegure aprendizajes de calidad en geometría establecidos en el currículo normado por el decreto de enseñanza N° 239.

### Específicos

- Aplicar actividades que involucren contenidos geométricos en contextos intra y extra-matemáticos.
- Someter a experimentación pedagógica y evaluar la pertinencia de una serie de actividades para la enseñanza de las Isometrías, con el apoyo del software de geometría Cabri.

## Marco teórico

### Educación de adultos

Se tiende a relacionar el concepto educación de adultos con un proceso educativo con personas adultas (Martínez de Morentin, 2006). Sin embargo, la expresión “Educación de Adultos” es un proceso de carácter multidisciplinar que designa la totalidad de los procesos organizados de educación, sea cual sea el contenido, el nivel o el método, sean formales o informales, ya sea que prolonguen o reemplacen la educación inicial dispensada en las escuelas y universidades, y en forma de aprendizaje profesional, gracias a las cuales las personas desarrollan sus aptitudes, enriquecen sus conocimientos, mejoran sus competencias técnicas o profesionales. (Martínez de Morentin, 2006; UNESCO, 1976)

### La Reforma en la Educación de jóvenes y adultos

Con fecha 15 de noviembre del año 2004 se dictó el Decreto Supremo de Educación

Nº 239, que establece los “Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media de Adultos”, que fija normas generales para su aplicación. Estos objetivos y contenidos enmarcan la Educación de Adultos dentro del concepto de Educación Permanente, que abarca toda la vida de las personas y todos los ámbitos en que ésta se desarrolla (MINEDUC, 2004; Decreto Supremo de Educación Nº 239, 2004).

### **Competencias Matemáticas:**

Poseer competencias matemáticas significa tener habilidades para comprender, juzgar, hacer y usar la matemática en contextos intra y extra-matemáticos y situaciones en las que la matemática es la protagonista (Niss, 1999). Las competencias señaladas por este autor son: (1) Pensar y razonar, (2) Argumentar, (3) Comunicar, (4) Modelar, (5) Plantear y resolver problemas, (6) Representar, (7) Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas y (8) Utilizar ayudas y herramientas.

### **Competencias en Educación de Adultos**

Las competencias en la Educación de Adultos quedan expresadas en los Objetivos Fundamentales y que la definen como las capacidades que los alumnos(as) deben lograr al finalizar los distintos niveles y que constituyen el fin que orienta el proceso de enseñanza aprendizaje (MINEDUC, 2004; Letelier, 2007).

Desde el enfoque de competencias se trata de desarrollar las capacidades de manera contextualizada. Es así, como en los Programas de Estudio se contextualizan situaciones en las cuales intervienen dos variables como equivalencia entre UF y pesos, precio de llamadas por teléfono celular y tiempo de llamadas; la presencia de la geometría en los telares mapuches, en las señales del tránsito, logo de empresas, congregaciones religiosas, entre otros. Si estos datos son presentados en una situación problema que desafíe a las personas a

movilizar todos sus recursos cognitivos, se desarrollará un proceso educativo que tiene más sentido para las personas y que ayudará a desplegar mejor todas sus potencialidades (Letelier, 2007).

### **Calidad en la Educación de Adultos**

La calidad del aprendizaje y la educación es un concepto y una práctica multidimensional que exige que se les preste constantemente atención y que se desarrollen permanentemente. Para fomentar una cultura de la calidad en el aprendizaje de adultos, hace falta que el contenido y las modalidades, conforme a las cuales se imparte la enseñanza, sean pertinentes, que se evalúen las necesidades en función de los alumnos, que se adquieran múltiples competencias y conocimientos, que los educadores estén profesionalizados, que se enriquezcan los entornos de aprendizaje y se potencie la autonomía de las personas y las comunidades (UNESCO 2009a; UNESCO, 2009b; UNESCO Santiago, 1997)

### **Trasformaciones Isométricas y su base Matemática**

Las transformaciones isométricas son movimientos que producen cambios en una figura geométrica, sin alterar su forma ni tamaño, es decir, están asociadas a un cambio de posición. Cuando se aplica una isométrica, se obtiene otra figura llamada imagen, la cual conserva la forma y tamaño de la figura original. Las transformaciones isométricas trabajadas fueron: Traslación, Simetría Axial y Rotación

**Traslación:** Sea  $\vec{a}$  un vector del plano. La traslación de vector  $\vec{a}$  es la aplicación del plano en sí mismo  $T_{\vec{a}} : \Pi \rightarrow \Pi / T_{\vec{a}}(A) = A'$  si y sólo si  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \forall A \in \Pi$ . El vector  $\vec{a}$  es el vector Traslación (Jaime, 1993)

*Traslación en el Plano Cartesiano:* Las nuevas coordenadas del punto  $P'(x, y)$  de un punto  $P(a, b)$  trasladado según un vector  $\vec{v} = (m, n)$  son:  $(x, y) = (a, b) + (m, n) \Rightarrow (x, y) = (a + m, b + n)$

## 20

**Simetría Axial:** Sea una recta  $l$  del plano. La simetría axial (o reflexi) de eje la recta  $l$  es una aplicación del plano en sí mismo  $S_l: \Pi \rightarrow \Pi$  tal que:  $S_l(A) = A'$  si y sólo si  $l$  es la mediatriz del segmento  $AA'$ ,  $\forall A \in \mathbb{D} \wedge \forall A' \in \mathbb{D}$ . La recta  $l$  se llama eje de simetría (Jaime, 1993)

*Simetría Axial en el Plano Cartesiano:* El simétrico de un punto  $A(x,y)$  con respecto al eje X es  $A'(x, -y)$  y con respecto al eje Y es  $A''(-x,y)$

**Rotación:** Sean un punto O del plano y un ángulo  $\alpha$ . La rotación de centro O y de ángulo  $\alpha$  es una aplicación del plano en sí mismo  $R(O, \alpha): \Pi \rightarrow \Pi$  tal que:  $R(O, \alpha)(A) = A'$  si y sólo si  $d(O, A) = d(O, A')$  y  $\angle AOA' = \alpha$ ,  $\forall A \in \Pi$ . El punto O es el centro de rotación y  $\alpha$  es el ángulo de rotación (Jaime, 1993)

*Rotación en el Plano Cartesiano respecto al Origen:*  $R[(0,0), 90^\circ](x, y) = (-y, x)$   
;  $R[(0,0), 180^\circ](x, y) = (-x, -y)$  y  $R[(0,0), 270^\circ](x, y) = (y, -x)$

### Las Transformaciones Isométricas en el Currículum Educacional de Adultos

En los Planes y Programas del Ministerio de Educación de nuestro país, las transformaciones isométricas corresponden a la unidad número 3 del Módulo III del I Ciclo de Educación Media de Adultos, siendo este un tema no tradicional en estos programas. El estudio de este contenido implica el aprendizaje de algunas propiedades de las figuras geométricas, y la visualización de regularidades. (MINEDUC, 2007)

#### Contenidos

- Traslaciones, reflexiones y rotaciones de figuras planas, y construcción de figuras por traslación, simetría axial y rotación. Aplicaciones de las isométricas en diversos ámbitos.

#### Aprendizajes esperados

- Caracteriza la traslación, la simetría axial y la rotación de figuras geométricas en un plano.
- Realiza traslaciones, reflexiones y

rotaciones de figuras geométricas, reconociendo las invariantes.

### Enseñanza Contextualizada

Con relación al término contexto, hay en matemática dos usos. Uno consiste trabajar un objeto matemático dentro del campo matemático, y en el segundo caso, se trata de una situación real o ficticia donde los datos guarden coherencia (Mendible & Ortiz, 2007). Las investigaciones señalan que la forma de presentar la matemática en forma contextualizada es el principal fundamento para la adquisición de conocimiento, pues despierta en el estudiante el interés y la motivación hacia su estudio y además contribuyen a desarrollar la competencia matemática. (D'Amore, 1993; Godino, 2004; Ramos & Font, 2006; Blanco, 1993; Mendible & Ortiz, 2007)

### Educación Matemática y Nuevas Tecnologías

Las Nuevas Tecnologías han provocado, en la educación, la modificación los clásicos roles del profesor y los libros de texto como transmisores de información y del alumno como receptor de ésta (UNESCO, 2004; Gil, Rivas & Calvo, 2009). Estas herramientas potencian el autoaprendizaje, debido a que existe una modificación del modelo tradicional de enseñanza, donde los alumnos se conviertan en sujetos activos, e interactivos con otros estudiantes y con otros medios diferentes a los tradicionales para lograr los aprendizajes propuestos (Calix & Alvarado, 2008; Gil, De Los Ríos & Gil, 2009)

Desde el punto de vista geométrico, uno de los software más revolucionarios es el Cabri Geometre II Plus, el cual permite al alumno manipular los objetos matemáticos mostrados en la pantalla, haciéndolo de una manera natural y permitiendo conjeturar sobre las propiedades que caracterizan a las figuras, las que puede luego validar o rechazar, mediante la exploración (Calix & Alvarado, 2008). El Cabri es un

programa muy accesible para los alumnos, es menos algebraico y agudiza la intuición (López, 2009), lo que permite trabajar contenidos geométricos de cualquier nivel educacional.

### Diseño metodológico

El tipo de metodología aplicada en este estudio es cuali-cuantitativa (López, 2002), pues se usaron métodos cuantitativos (pre y pos-test) y cualitativos (observación participante y cuestionario), donde se estudió la aplicación de una propuesta de enseñanza con actividades de contexto intra y extra-matemáticos y con apoyo del software Cabri II Plus, sobre transformaciones isométricas, unidad de los Planes y Programas del Primer Nivel de Educación Media de Adultos. El estudio se aplicó en el Colegio Emprender de Osorno, en la Décima Región de Los Lagos, establecimiento particular subvencionado, con una matrícula de 128 participantes de educación básica y media en su versión vespertina. La población objeto de estudio estuvo constituida por 45 alumnos del grupo del Primer Nivel de Educación Media de Adultos del colegio, con una edad promedio de 23 años, procedentes mayoritariamente del sector de Rahue de la comuna de Osorno y alrededores, y de una situación socioeconómica Media-Baja. Las técnicas para recoger los datos fueron la aplicación de un pre-test para determinar los conocimientos previos; guías sobre las isometrías de Simetría Axial, de Traslación y Rotación, elaborados y diseñados para las clases, las cuales fueron previamente

revisadas y aprobadas mediante juicio de expertos y validación de contenidos. Al finalizar el proceso de formación se aplicó un pos-test para verificar la efectividad en la mejora de los aprendizajes de las actividades de contexto intra y extra-matemáticos y con soportes TIC. Además, se aplicó un cuestionario de preguntas abiertas a quienes participaron de esta innovación, con el propósito de conocer la opinión de los alumnos al trabajar con estas actividades y las observaciones del investigador y profesor-investigador. La implementación de estas actividades se desarrolló en un total de 11 sesiones de dos horas pedagógicas cada una, durante seis semanas. La forma de trabajar en clases fue comenzar con las aplicaciones de los contenidos en situaciones de la vida mediante presentaciones en Power Point, definiciones y propiedades relevantes con el uso de Cabri II, actividades mediante guías de aprendizaje, elaboradas para trabajar durante las clases con y sin la utilización del Cabri II. En las sesiones en laboratorio, los alumnos con apoyo de la profesora, llevaron a cabo actividades con el software; al finalizar las sesiones, estos compartieron los procedimientos y resultados de sus trabajos.

### Análisis e interpretación de los datos

#### Análisis pre y pos test

*Pregunta 1:* Si el punto P (1, -2) se traslada dos unidades a la derecha, y luego una unidad hacia abajo, se obtiene el punto.

- A. (-1, -1)      B. (0, 0)  
C. (3, -3)      D. (3, -1)      E. N. A.

**Tabla 1:** Resultados pre y postest pregunta 1

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	16	41,0	34	85
Mala	19	48,7	6	15
Omitidas	4	10,3	0	0
Total	39	100	40	100

**22**

Esta es una pregunta relativa a la isometría de traslación, aquí los estudiantes en la aplicación del pre-test cerca del 50% contestó en forma errada la pregunta, para llegar a sólo un 15 % en el pos-test, porcentaje que se considera alto, pues el alumno sólo debía contar las unidades de desplazamiento del punto y encontrar su nueva ubicación (ver Tabla 1).

*Pregunta 2:* Al punto (2, 5) se le aplica una traslación, obteniéndose el punto (- 9, 2). El vector de traslación aplicado es:

- A. T (- 11, - 3)    B. T (- 7, - 3)  
 C. T (- 7, 3)      D. T (- 7, 7)    E. (11, 3)

*Pregunta 3:* Si al punto  $P(5,8)$  se le aplica una rotación de  $90^\circ$  respecto al origen, el nuevo punto es:

- A. (- 8, 5)      B. (5, - 8)  
 C. (8, - 5)      D. (8, 5)      E. N. A.

Esta pregunta se relaciona con la isometría de rotación, donde el alumno debía identificar el cambio que sufre un punto mediante una rotación. En esta pregunta, los estudiantes obtuvieron cerca de un 13% y un 90% de respuestas correctas en el pre-test y el pos-test, respectivamente, resultado que es considerado bueno, pues en el pre-test arrojó cerca de un 87% entre

**Tabla 2:** Resultados pre y postest pregunta 2

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	15	38,5	39	97,5
Mala	20	51,3	1	2,5
Omitidas	4	10,3	0	0
Total	39	100	40	100

Esta es una pregunta relativa a la isometría de traslación, donde el alumno debe reconocer la operación algebraica que permite encontrar el vector traslación teniendo como referencia un punto (A) y su imagen (A'). Aquí los estudiantes en la aplicación del pre-test alcanzaron un 38,5% de respuestas correctas, llegando a un 97,5 % en el pos-test, porcentaje considerado satisfactorio, pues implica un mayor dominio del concepto de traslación y la operación aritmética que involucra (ver Tabla 2).

preguntas malas y omitidas, alcanzado sólo un 10% en el pos-test (ver tabla 3).

*Pregunta 4:* Si al punto Q (- 1, 10) se le aplica una rotación negativa de  $270^\circ$  con respecto al origen, el nuevo punto es:

- A. (10, 1)      B. (1, 10)  
 C. (- 1, - 10)    D. (- 10, - 1)    E. N. A.

En esta pregunta, se pasó de un 2,6% de respuestas correctas en el pre-test a un 85%

**Tabla 3:** Resultados pre y postest pregunta 3

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	5	12,8	36	90
Mala	21	53,8	4	10
Omitidas	13	33,3	0	0
Total	39	100	40	100

**Tabla 4:** Resultados pre y postest pregunta 4

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	1	2,6	34	85
Mala	23	59,0	6	15
Omitidas	15	38,5	0	0
Total	39	100	40	100

en el post-test, subiendo considerablemente la cantidad de respuestas correctas (ver Tabla 4).

*Pregunta 5:* El simétrico del punto (2,7) con respecto al eje X es:

- A. (2, -7)      B. (-7, 2)  
 C. (-2, -7)    D. (-2, 7)      E. (7, 2)

61,5% de respuestas incorrectas y un 10% de correctas; sin embargo, en el post-test obtuvieron un 95% de respuestas correctas, situación que refleja el aprendizaje de este concepto (ver Tabla 6).

*Pregunta 7:* Si al punto A(3,4), ubicado en un plano cartesiano, se le aplica una rotación de 90°, con centro en el origen, y luego una

**Tabla 5:** Resultados pre y postest pregunta 5

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	11	28,2	39	97,5
Mala	21	53,8	1	2,5
Omitidas	7	17,9	0	0
Total	39	100	40	100

Esta pregunta se relaciona con la isometría de Simetría Axial, donde el alumno debe encontrar el simétrico de un punto respecto al eje X. En esta pregunta, los estudiantes obtuvieron un 72% entre respuestas malas y omitidas en el pre-test, contra un 97,5% de respuestas correctas en el pos-test (ver Tabla 5).

*Pregunta 6:* Dado un punto R de coordenadas (6, 5), ¿cuáles son las coordenadas del punto simétrico de R con respecto al eje Y?

- A. (6, -5)      B. (-5, -6)  
 C. (-6, 5)      D. (-6, -5)      E. N. A.

En esta pregunta los alumnos deben identificar el cambio que sufre un punto mediante una Simetría respecto al eje Y. Los alumnos en el pre-test obtuvieron un

traslación T(5, -2), el punto A' sería:

- A. (1, 6)      B. (6, 4)  
 C. (11, -3)    D. (1, 1)      E. (11, -1)

En esta pregunta los alumnos deben aplicar una composición de transformaciones isométricas, donde se pasó de tener un 5% de respuestas correctas en el pre-test a un 95% de respuestas correctas en el pos-test (ver Tabla 7).

*Pregunta 8:* Si el triángulo de vértices A (0,0), B (4, 3) y C (5, 0) se rota en 180° con respecto al origen y luego se aplica una traslación cuyo vector es  $\vec{T}(-2, 2)$ , se obtiene un triángulo cuyos vértices son

- A. A' (-2, 2), B' (-5, -2), C' (-2, -3)  
 B. A' (-2, 2), B' (-6, -1), C' (-7, 2)  
 C. A' (0, 0), B' (-4, -3), C' (-5, 0)  
 D. A' (0, 0), B' (-3, -4), C' (0, -5)  
 E. A' (2, -2), B' (-1, -6), C' (2, -7)

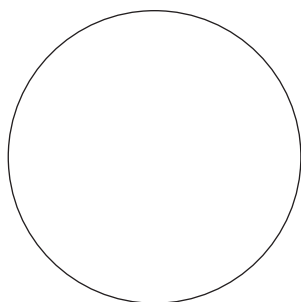
**Tabla 6:** Resultados pre y postest pregunta 6

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	4	10,3	38	95
Mala	24	61,5	2	5
Omitidas	11	28,2	0	0
Total	39	100	40	100

En esta pregunta los alumnos deben aplicar una composición de transformaciones isométricas, obteniendo un 20,5% de respuestas correctas y un 46% de incorrectas en el pre-test, contra un 82,5 de respuestas correctas y un 17,5% de incorrectas en el pos-test (ver Tabla 8).

En resumen, luego de la aplicación de la experiencia de aula, se ha incrementado de un 20% de las respuestas correctas en el pre-test a un 91% en el pos-test y una disminución de las respuestas incorrectas desde un 51% en el pre-test a un 9% en el pos-test, por lo que se puede concluir parcialmente sobre la mejora de los aprendizajes (ver Tabla 9).

*Pregunta 10 (Desarrollo):* Determinar los ejes de simetría de la siguiente figura.



En esta pregunta, una gran cantidad de los alumnos encuentran algunos de los ejes de simetría de la circunferencia en el pre-test, sin señalar que son infinitos. Frente a esta misma situación, en el pos-test el 87,5% de los estudiantes señalan que son infinitos y un 10% encuentran algunos de los ejes de simetría de la figura (ver Tabla 10).

*Pregunta 11 (Desarrollo):* Dado los puntos  $A(-1,2)$ ,  $B(-5,1)$  y  $C(-5,6)$ . Ubicar los puntos en el Plano Cartesiano y determinar la figura formada por los puntos. Trasladar la figura con respecto al vector  $\vec{u} = (2,-1)$ . A la figura resultante aplicarle una Simetría respecto al eje Y y después una rotación de  $-90^\circ$

En esta pregunta de desarrollo, sólo el 51% de los estudiantes ubicó correctamente los puntos en el plano cartesiano, y un 33% realizó la traslación correctamente. En la aplicación del pos – test el 100% de los alumnos realizó correctamente la ubicación de puntos y la traslación, además un 95% y 85% de los estudiantes aplica correctamente la simetría axial y rotación, respectivamente, contra un 0% de aciertos en el pre-test (ver Tabla 11).

**Tabla 7:** Resultados pre y postest pregunta 7

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	2	5,1	39	95
Mala	13	33,3	1	5
Omitidas	24	61,5	0	0
Total	39	100	40	100



**Tabla 8:** Resultados pre y postest pregunta 8

Opción	PRE-TEST		POS-TEST	
	Nº personas	Porcentaje	Nº personas	Porcentaje
Buena	8	20,5	33	82,5
Mala	18	46,2	7	17,5
Omitidas	13	33,3	0	0
Total	39	100	40	100

**Tabla 9:** Resumen Porcentaje de respuestas en el pre y Pos-test

Porcentaje de respuestas en el Pre-test									
Opción	Preg.1	Preg.2	Preg.3	Preg.4	Preg.5	Preg.6	Preg.7	Preg.8	Promedio
Buena	41	38,5	12,8	2,6	28,2	10,3	5,1	20,5	20
Mala	48,7	51,3	53,8	59	53,8	61,5	33,3	46,2	51
Omitidas	10,3	10,3	33,3	38,5	17,9	28,2	61,5	33,3	29
Total	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Porcentaje de respuestas en el Pos-test									
Opción	Preg.1	Preg.2	Preg.3	Preg.4	Preg.5	Preg.6	Preg.7	Preg.8	Promedio
Buena	85	97,5	90	85	97,5	95	95	82,5	91
Mala	15	2,5	10	15	2,5	5	5	17,5	9
Omitidas	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	100	100	100	100	100	100	100	100	100

**Tabla 10:** Resultados pre y postest pregunta 10

Opción	Pre – test		Pos – test	
	Cantidad	Porcentaje	Cantidad	Porcentaje
Buena	0	0	35	87,5
Incompleta	28	71,8	4	10
Mala	0	0	0	0
Omitidas	11	28,2	1	2,5
Total	39	100	40	100

**Tabla 11:** Resultados pre y postest pregunta 11

	Ubicar puntos				Traslación				Simetría Axial				Rotación			
	Pre - test		Pos - test		Pre - test		Pos - test		Pre - test		Pos - test		Pre - test		Pos - test	
Buenas	20	51,3%	40	100%	13	33,3%	40	100%	0	0%	38	95%	0	0%	34	85%
Malas	13	33,3%	0	0%	8	20,5%	0	0%	1	2,6%	2	5%	0	0%	5	12,5%
Omitidas	6	15,4%	0	0%	18	46,2%	0	0%	38	97,4%	0	0%	39	100%	1	2,5%
Total	39	100%	40	100%	39	100%	40	100%	39	100%	40	100%	39	100%	40	100%

### Análisis Encuesta de Opinión

Esta encuesta fue aplicada al finalizar la intervención, con el objetivo de conocer la percepción de los participantes sobre todos los aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje.

*“Estimad@ Estudiante, solicito a usted su opinión en relación a las clases y principalmente a la metodología utilizada. Por favor, agregue cualquier otro comentario que considere importante destacar (calidad de las exposiciones, uso de tecnología, material de estudio, ritmo de estudio, etc.)”*

## 26

Como resultado de la encuesta se pudo apreciar:

- El programa utilizado (Cabri II Plus) les resultó muy fácil de utilizar, debido a que va señalando los pasos a seguir.
- La ubicación de puntos en el plano cartesiano resultó fácil, porque cuando se llevo a cabo la unidad de Números, se realizó un taller sobre cómo ubicarlos, pero sin señalar el nombre.
- La profesora mostró disposición para atender las dudas de los estudiantes
- Las actividades planteadas con el programa computacional son desafiantes y motivan a los estudiantes. Además, les permiten ver en tiempo real las propiedades que explicaba la profesora.
- A los estudiantes, les fue agradable trabajar este contenido, porque posee aplicaciones reales y es fácil de comprender.

### Análisis de la Observación

Durante el transcurso de las clases, se pudo observar:

Sobre la Formación en la Modalidad Adulto:

- Permite generar nuevas oportunidades y expectativas para quienes se forman en esta modalidad.
- Los estudiantes se sienten altamente comprometidos con su formación, lo que se ve reflejado en su alto interés por participar, consultar y en el cumplimiento de sus obligaciones académicas.

Sobre las Competencias:

- En el desarrollo de la investigación, se han podido reforzar la capacidad de trabajar en equipo; las competencias matemáticas de argumentar, comunicar, resolver problemas cuando deben desarrollar actividades matemáticas; las competencias de resolver problemas y

el uso de TIC, el uso del software Cabri II Plus. Frente a este último punto, algunos alumnos no tienen seguridad de lo que han realizado, por lo que dudan constantemente de sus procedimientos.

- Problemas de comprensión de los enunciados de las actividades propuestas, específicamente en las que debían usar Cabri, para lo cual debían discutir con sus compañeros, con la guía del profesor. Por ejemplo, en el enunciado de la guía sobre simetría axial que decía: "*A la figura determinada por los puntos  $A(3,2)$ ,  $B(7,2)$ ,  $C(4,8)$ . Realizar una simetría con respecto al eje  $X$  y a la figura resultante respecto al eje  $Y$* ", los alumnos, en general, tienen a obtener la reflexión respecto a  $X$  y a los mismos puntos iniciales y no a las imágenes obtenidas.

Del tópic Transformaciones Isométricas

- Los alumnos aplican traslaciones, simetrías axiales, rotaciones y composición de isometrías en el plano cartesiano de manera satisfactoria. Además, de poder determinar los ejes de simetría de una figura y ubicar correctamente puntos en el plano cartesiano.
- Pocas dificultades para trabajar en el plano cartesiano, ubicación de puntos. Pues, habían trabajado actividades similares en la unidad anterior (Números)
- Dificultad en las operaciones asociadas a la traslación, cuando se usan números de distintos signos.
- La actividad de mayor dificultad para los participantes, fue el que les entregaba un punto, su imagen mediante una Simetría y un punto sobre el eje, y pedían identificar el tipo de triángulo (según lado y ángulo); qué sucede si se variaba el punto sobre el eje; y si siempre será un triángulo. La dificultad se producía cuando se cambiaba la ubicación de  $R$ , pero no la  $R'$  ( $R'$  la imagen de  $R$ ). Además, indicaron que no les gustaba el ejercicio porque tenía muchas respuestas.

Sobre la Contextualización de las actividades:

- En el desarrollo de esta investigación se identificó la presencia de las isometrías en contexto reales y para su trabajo se basó en actividades de contexto matemático.

Del uso de las Nuevas Tecnologías

- Mediante el desarrollo de esta investigación se utilizó las TIC para la preparación de las clases (preparar guías e instrumentos de evaluación), presentación de las clases (mediante PowerPoint) y el trabajo con Cabri II Plus para realizar isometrías, conjeturar y comprobar propiedades.
- Los participantes tienen una edad que les permite estar familiarizados en las NTIC. Por lo que no fue complicado el manejo del programa.

## Conclusión

Posteriormente a que los participantes del primer nivel de educación media de Adultos del Colegio Emprender de Osorno, realizaron el pre-test, el trabajar el concepto de isometrías con Cabri II Plus, realizaron pos-test, la encuesta de opinión y la observación de las clases; y de acuerdo al objetivo general planteado: *“Diseñar y aplicar un modelo didáctico del sector de matemática sobre el tópico de Transformaciones Isométricas para el I Nivel de Enseñanza Media, del Colegio Emprender Osorno; en la modalidad adultos, programa regular, que asegure aprendizajes de calidad en geometría establecidos en el currículo normado por el decreto de enseñanza N° 239”*, se pudo concluir lo siguiente:

- En uso del Cabri II Plus, permite comprobar y conjeturar propiedades de las transformaciones isométricas, dando espacio para trabajar en equipo, opinar y comunicar resultados matemáticos. Favoreciendo el proceso de enseñanza

y aprendizaje, dentro de esto se destaca su fácil manipulación, desarrollar habilidades de visualización, permite minimizar el tiempo, entre otras.

- Desde el punto del aprendizaje, el Cabri II Plus permite la participación activa del estudiante en la construcción del conocimiento, para ello es necesario apoyarse en guías que contengan una secuencia de actividades que orienta la exploración, conjeturas, descubrimiento y verificación de propiedades, que de ser inadecuadas o nulas, dificultarían el aprendizaje de los alumnos.
- El rol orientador del profesor es de gran importancia, pues es quien ayuda a que los participantes expliciten sus ideas y encausa sus errores.
- La incorporación en el proceso de aprendizaje del software Cabri II plus en esta propuesta, ha permitido tener un porcentaje significativo de aprobación en el tema de transformaciones isométricas.
- Existieron problemas de comprensión lectora, al realizar actividades con el uso del Cabri II Plus.
- En el tema de traslación, simetría axial y rotación los alumnos alcanzaron un 92%, 96% y 88% (aprox), respectivamente en la evaluación final
- La aplicación del pre y pos-test muestra que los estudiantes aumentaron significativamente en determinar ejes de simetría de figuras y realizar composición de transformaciones isométricas.

Considerando los puntos anteriores, se plantea lo siguiente:

Fue posible el diseño e implementación de una propuesta didáctica en matemática, con actividades contextualizadas sobre isométricas para el I Nivel de Enseñanza Media Adulta, del Colegio Emprender Osorno, apoyado por Cabri II Plus. Este estudio deja abierta la posibilidad a investigadores, que pueden implementar

y validar estas u otras actividades en las modalidades Científico-Humanista, Técnico Profesional diurna, y porque no decirlo, modalidad a distancia.

### Referencias Bibliográficas

- Alarcón, P., Dewulf, V., Sanhueza, T., Silva, V. y Villanueva, M. (2004). *Incidencia del uso del software de geometría Dinámica Cabri II en el aprendizaje de las Transformación Isométricas en alumnos/as de NMI*. Tesis para optar al grado de Licenciado en Educación. Universidad Católica de Temuco.
- Barrera, B. y Centeno, M. (2006). Evaluación de Niveles de Razonamiento Geométrico en Estudiantes de la Licenciatura en Educación integral. *Divulgaciones Matemáticas*, 14 (2), 141-151.
- Blanco, L. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Revista Épsilon*, 25, 49-60.
- Calix, C. y Alvarado, J. (2008). *Enseñando las Cónicas con el empleo del CABRI como recurso didáctico. Un entorno virtual interactivo*. Dirección General de Escuelas Preparatorias. Universidad Autónoma de Sinaloa, México.
- Corberan, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Pastor, A.; Margarit, J. B., Peñas, A. y Ruíz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Ministerio de Educación y Ciencia. Secretaría General Técnica. Centro de publicaciones. Madrid.
- D'Amore, B. (2003). Basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della didattica della matematica. *Bologna: Pitágora*. Prefazione di Guy Brousseau Italia.
- Decreto Supremo de Educación N° 239 (2004). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media de Adultos*. Santiago, Chile.
- Díaz, D. (2009). *Desarrollo del Pensamiento Geométrico en Estudiantes de Educación Secundaria*. Seminario para optar al Título de Profesor de Educación Media Mención Matemática y Computación. Universidad de Los Lagos, Osorno. Chile.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER, BSO2002-02452. Granada, España.
- Gil, Y., De Los Ríos, C. y Gil, C. (2009). Alcance del impacto de la integración de las NTICs en la Educación Matemática. *Acta VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Chile.
- Gil, Y., Rivas, M., Calvo, I. (2009). Diseño de Evaluaciones en Matemática incorporando Nuevas Tecnologías. *Acta VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Chile.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la Interpretación y Aplicación del Modelo de Van Hiele: La Enseñanza de las Isometrías del Plano. La Evaluación del Nivel de Razonamiento*. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia. España.
- Letelier, M. (2007). *Un Nuevo Marco Curricular para la renovación de la educación de personas jóvenes y adultas*. Línea de Evaluación y Certificación de Estudios- Chilecalifica. Editorial Atenas. Santiago, Chile.
- López, A. (2002). *Metodología de la Investigación*. Dirección de Programas Especiales y Asistencia Técnica, Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Valparaíso, Chile.

- López, D. (2009). Cabri al servicio de mejores aprendizajes en Geometría. *Acta II Congreso Nacional de Estudiantes de Pedagogía en Matemática de Chile*. Universidad de Santiago de Chile, Chile.
- Martínez de Morentin, J. (2006). *¿Qué es Educación de Adultos? Responde la UNESCO*. Editorial Centro UNESCO de San Sebastián.
- Mendible, A., Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la Formación de Ingenieros. La Importancia del Contexto. *Revista Enseñanza de la Matemática*. Volúmenes 12 al 16, Número Extraordinario. 133-150.
- MINEDUC (2004). *Marco Curricular de la Educación Básica y Media de Adultos: Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media de Adultos*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile.
- MINEDUC (2007). *Educación Matemática, Programas de Estudio, Educación Media de Adultos*. Educación Media, Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile
- MINEDUC (2008). *Evaluación de aprendizajes desde el enfoque de competencias. Una propuesta para Educación de Adultos*. Línea de Evaluación y Certificación de Estudios- Chilecalifica. Tercera Edición. Santiago, Chile.
- Niss, M. (1999). *Competencies and Description*. Uddannelse.
- Ramos, A. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, 4, 535-556.
- Santaló, L., Hernaiz, I., Ottolenghi, C. (1994). *Hacia una Didáctica Humanista de la Matemática. Enfoques*. Bs. Aires, Argentina.
- UNESCO (1976). *Recomendación relativa al desarrollo de la educación de adultos*. XIX Conferencia General UNESCO, Nairobi.
- UNESCO (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. Guía de planificación*. División de Educación Superior. Paris, Francia.
- UNESCO (2009a). *Conferencia de Educación Adultos: lograr que el aprendizaje para todos a lo largo de toda la vida sea una realidad*. Comunicado de Prensa de la UNESCO N° 2009 – 143, Belem – Brasil.
- UNESCO (2009b). *Aprovechar el poder y el potencial del aprendizaje y la educación de adultos para un futuro viable: Marco de acción de Belém*. Sexta Conferencia Internacional de Educación de Adultos (CONFINTEA VI), Belem – Brasil.
- UNESCO Santiago (1997). *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Santiago, Chile.