

Resolução de problemas: possibilidades de criação de um ambiente propício ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Elizabeth Adorno de Araujoⁱ – PUC-Campinas

elizabetharaujo@puc-campinas.edu.br

Nária Aparecida Mouraⁱⁱ – PUC-Campinas

naria.moura@gmail.com

Introdução

Muitas dificuldades aparecem no desenvolvimento do ensino da matemática, tanto de ordem epistemológica, quanto de ordem didático-pedagógica. Esforços são realizados no sentido de criar ambientes que garantam uma melhor aprendizagem para a grande maioria dos alunos. A matemática escolar deve, além de ter que desenvolver nos alunos a compreensão dos conceitos e princípios matemáticos, levá-los a raciocinar, comunicar-se e saber enfrentar problemas que aparecerem no seu dia a dia.

O interesse entre educadores matemáticos em pesquisar sobre “Resolução de Problemas” tem crescido. O sentido de satisfação quando se resolve um problema difícil ou a preocupação pela falta de habilidade em resolver problemas rotineiros têm impulsionado a investigar as causas desses sentimentos. Sabe-se que o que diferencia a espécie humana das outras espécies é a capacidade de pensar, raciocinar, formular hipóteses, representar situações mentalmente, enfim, resolver problemas. Esses, originados em situações do cotidiano ou propostos através de um enunciado verbal despertam o desejo de obtermos a solução.

Assim, este trabalho teve por objetivos: propiciar que o futuro professor tivesse experiências de ensino com resolução de problemas; verificar se esta metodologia torna a aprendizagem da Matemática mais significativa para os alunos; contribuir para a formação do

ⁱ Doutora em Educação, professora do programa de Pós-graduação em Educação e da Faculdade de Matemática da PUC-Campinas

ⁱⁱ Aluna bolsista de Iniciação Científica do curso de Matemática

professor, buscando propostas de atividades que contribuam para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

Para o seu desenvolvimento foi realizado um levantamento de material teórico sobre resolução de problemas e discutidas estratégias que são utilizadas no ensino da Matemática. Foram pesquisadas e formuladas atividades baseadas na resolução de problemas. Estas atividades foram aplicadas a um grupo de alunos do ensino fundamental.

A resolução de problemas e o ensino da Matemática

Normalmente quando pensamos em problema, logo pensamos em dificuldade, desafio, algo que exige reflexão. Para Saviani (1980), algo que não sabemos não é problema, mas quando ignoramos algo que precisamos saber estamos então diante de um problema.

Para Dante (1995), problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la. E um problema matemático exige conhecimentos matemáticos para solucioná-lo.

Polya (1978) considera que um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar a resposta, ou com uma situação que não sabe resolver usando dos seus conhecimentos.

Marco (2004) entende a resolução de problema como uma situação que envolve o aluno desde seu primeiro contato, existindo motivação para achar a solução, mediante identificação, análise, tomada de decisão e empenho pessoal.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais a resolução de problema é proposta como eixo organizador do processo do ensino e da aprendizagem. Defendem:

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

(BRASIL, 1998, p.40)

O fato de o aluno ser estimulado a questionar seu problema, formular idéias a partir de algumas informações, transformar um problema em um novo, demonstra que a aprendizagem não é feita por reprodução de conhecimento, mas pela reflexão que constrói conhecimentos.

O trabalho em torno da resolução de problema exige mais do professor do que o esquema tradicional, pois requer preparação das atividades propostas, tendo visto que deverá enfrentar situações inesperadas em sala de aula.

Vasconcelos (2002) considera que a resolução de problemas desenvolve o raciocínio, ajuda a desenvolver a criatividade, motiva os estudantes a aprender Matemática, é uma boa maneira de avaliar a aprendizagem e que a Matemática só tem sentido se é usada para resolver problemas.

De maneira convergente, Dante (1995, p. 36,37) infere que a resolução de problemas deve estar presente no ensino da Matemática, a fim de:

1. Fazer o aluno pensar produtivamente;
2. Desenvolver o raciocínio do aluno;
3. Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
4. Dar oportunidade ao aluno de se envolver com as aplicações da Matemática;
5. Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
6. Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
7. Dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão.

Em geral, a resolução de problema tem sido indicada como um método ideal para desenvolver o raciocínio e motivar os alunos para o estudo da Matemática.

Neste contexto, deve ser dada importância à resolução de problemas na formação dos futuros professores de Matemática. Muitas vezes, apesar de terem tido disciplinas que abordam a resolução de problemas quando vão para a sala de aula, são mantidas as concepções do tempo de alunos, no qual nunca tinham resolvido problemas. Mostram assim que a relação entre a formação inicial e a prática de ensino acaba sendo reduzida, prevalecendo o modelo anterior quando vão preparar e implementar uma aula. Portanto é necessário estar consciente que só se aprende a resolver problemas resolvendo problemas e que só se transfere para as aulas procedimentos que são dominados e praticados. O professor deve ser um verdadeiro resolvidor de problemas. (PINTO, 2003)

Para Lopes (2000), o papel da escola consiste em conscientizar e criar ações no sentido de formar cidadãos capazes de solucionar, controlar e refletir sobre os problemas que encontrarão no seu dia-a-dia.

Polya (1978) sugere quatro fases para a resolução de um problema: **compreensão**, identificando o que se pede; **elaboração de um plano**, estabelecendo relações entre as variáveis e o objetivo; **execução do plano**, efetuando esquemas e cálculos; **retrospecto**, analisando a solução obtida a fim de detectar e corrigir possíveis erros.

Lester (1980), citado por Pinto (2003), concebe um modelo em seis fases para a resolução de problema: conscientização; compreensão; análise dos objetivos; desenvolvimento do plano; implementação do plano; avaliação dos procedimentos e da solução. Apresenta também quatro variáveis implicadas: o problema, o sujeito, o processo de resolução e o ambiente.

Além disso, outros fatores podem intervir nos processos mentais de resolução de problemas: **afetivos** (pressão, motivação, interesse, perseverança, stress); relacionados à **experiência** (familiaridade com o contexto, idade, conhecimento prévio); **cognitivos** (capacidades espacial, lógica e de leitura).

Segundo Araujo (1999), a resolução de problemas algébricos é uma ferramenta fundamental no ensino-aprendizagem de Matemática, pois nela se apresentam aspectos do pensamento algébrico como: **variação** – utilização de variáveis; **a dependência** – relação entre incógnita e os dados; **formalização** – utilização de símbolos para montar uma equação; **processamento** – procedimentos utilizados; **comprovação** – validação da solução. É importante levar os alunos a perceberem que a álgebra facilita, muitas vezes, a solução do problema tornando-a mais simples.

A compreensão de uma situação-problema exige leitura cuidadosa do enunciado, interpretação dos dados, formulação de hipóteses, observação de pistas apresentadas no enunciado, etc. Com intervenções apropriadas o professor deve procurar levar o aluno a refletir sobre o seu processo de resolução.

Araujo (1999) afirma que perceber os erros dos alunos no processo de solução de problemas auxilia o professor a identificar as dificuldades e buscar novos métodos de ensino.

Os problemas podem ser caracterizados como: **problemas contratuais** – se preocupam com a fixação de conceitos; **situação-problema** – o conceito necessário à resolução é aquele que esperado que o aluno adquira; **problema aberto** o enunciado não

oferece condições favoráveis ao aluno de identificar os meios de resolução. Através da situação-problema é possível que o aluno construa seu próprio conhecimento, enquanto, por meio dos problemas abertos, ele formula hipóteses, verifica-as, elabora meios de validá-las, demonstrando uma atitude científica. (SANTOS, 1998)

Para Vasconcelos (2002), a perspectiva que considera a resolução de problemas como um meio de ensinar Matemática parece ser a mais favorável a uma aprendizagem significativa, pois o aluno estaria adquirindo sua própria autonomia.

O professor desempenha um papel fundamental nesta metodologia, devendo dosar a sua participação, de modo a aumentar a atividade do aluno, levando-o a ter autonomia. O professor como mediador deve intervir para propiciar o crescimento intelectual do aluno.

Os professores de Matemática devem criar ambientes na sala de aula na qual possa florescer a resolução de problemas.

A vivência na escola

Para a aplicação das atividades de resolução de problemas na escola foi necessária a autorização da diretora e as dos pais dos alunos. Após esses procedimentos, foram escolhidos, pela professora das quintas séries, os alunos que iriam participar do projeto; ela resolveu mesclar o grupo escolhendo alunos de todas as quintas séries. Assim, participaram da pesquisa 12 alunos de uma escola estadual da cidade de Paulínia, São Paulo.

Foram realizados seis encontros, e os conteúdos escolhidos pela professora foram os números naturais e as quatro operações, que nos possibilitou trabalhar com área e perímetro.

Foi aplicado um teste no início, com problemas rotineiros, para verificar o conhecimento dos alunos referente às quatro operações e interpretação de questões; o mesmo foi aplicado no final do projeto para verificar o progresso dos alunos. Nos encontros foram trabalhadas diversas atividades realizadas de forma dinâmica. O encerramento do projeto ocorreu na escola com a presença dos pais.

Inicialmente, os alunos, separados em duplas, tentaram solucionar uma série de problemas. Foi determinado um tempo e após todos juntos procuraram encontrar as soluções, utilizando técnicas mais concretas (como a representação da situação). Entre os problemas

constaram o de “5 pessoas trocando apertos de mãos” e o “descobrir o número de degraus de uma escada através de uma situação-proposta”.

Posteriormente, foram trabalhadas atividades para introduzir a noção de área e perímetro através de resolução de problemas, e propostas atividades para que os alunos calculassem áreas e perímetros.

Numa outra atividade, propomos a realização de um projeto que visava a “reestruturação do estacionamento da escola”, transformando-o num espaço mais organizado e bonito.

Das discussões os alunos decidiram pelos passos: 1º: Observar o local e decidir onde ficarão os carros e serão plantadas flores e árvores. 2º: Fazer as medições necessárias. 3º: Organizar as decisões e transferir para uma planta. 4º: Calcular as áreas. 5º: Montar uma maquete. 6º: Resolver os problemas.

O trabalho foi desenvolvido em grupos de 3 alunos. Um dos grupos sugeriu colocar uma horta, sugestão prontamente aceita por todos. Entre os problemas proposto no final constou calcular as áreas dos espaços destinados para: árvores, flores, banco, horta e caminho de pedras.

Outra atividade desenvolvida foi a “trilha de resolução de problemas”. Os alunos divididos em grupos jogavam o dado e tinham um problema para resolver, andando uma casa caso o acertasse. O grupo que chegasse ao final da trilha seria o vencedor. Os problemas que apareciam na trilha envolviam todo o conteúdo já trabalhado. Na última atividade foi trabalhado “um bingo de resolução de problemas”, com a participação dos pais.

Discussão dos resultados

Os alunos participantes do projeto eram de salas diferentes, assim foi possível trabalhar com um grupo diversificado de alunos. Na aplicação inicial do teste, os alunos estavam ansiosos, mas o realizaram com paciência e atenção. Já na reaplicação no final do projeto, o tempo determinado para a realização deste foi curto, prejudicando alguns alunos que precisavam de um tempo maior.

Tabela 1: Notas obtidas nos testes

Alunos	Notas	
	1º teste	2º teste
1	8,5	-
2	7,5	-
3	5,0	5,5
4	8,5	8,5
5	5,5	-
6	4,5	6,0
7	4,5	8,0
8	8,5	10,0
9	8,0	9,5
10	10,0	8,5
11	4,0	4,0
12	9,0	10,0

Podemos verificar pela tabela 1 que o desempenho dos alunos no segundo teste foi igual, ou melhor, que no primeiro, com exceção do aluno 10, que tirou nota máxima no primeiro teste e 8,5 no segundo, cometendo erros de conta e não de raciocínio. Duas alunas, 6 e 7, apresentaram avanço significativo durante o projeto. No início demonstravam-se inseguras na realização das atividades, apresentando dificuldade em relação à interpretação do problema. Os alunos 8 e 12 apresentam raciocínio rápido quando deparados com um problema e não tiveram dificuldades na realização do teste. Os erros que cometeram no primeiro teste foram referentes à interpretação do problema, e foram superados no segundo teste. O de número 12 realiza os cálculos necessários mentalmente sem utilizar rascunhos, e o 8 tem agilidade grande em realizar estes cálculos, por isso quando trabalhavam juntos terminavam a resolução rapidamente, ou entravam em conflito quando pensavam diferente.

Uma das alunas que apresentou muita dificuldade foi a de número 11; na análise do teste, observa-se que ela não consegue realizar cálculos que envolvem as quatro operações e tem dificuldade na interpretação. Durante as atividades em grupos ela ficava muitas vezes observando, e não perguntava o que não entendia.

A aluna 3 apresentava também dificuldades na resolução dos problemas. Um dos principais motivos dos seus erros era a falta de segurança e confiança em si própria; às vezes, chegava à solução correta, mas apagava ao ver que um colega havia feito diferente. Nas atividades em grupo sempre esperava uma outra pessoa responder. No teste final apresentou pequeno avanço, conseguindo resolver problemas que antes tinha dificuldade.

Os alunos de números 1, 2 e 5 realizaram o primeiro teste, mas não fizeram o segundo, pois faltaram no dia da aplicação. O 5 participou apenas de alguns encontros, era um aluno com muita dificuldade que se esforçava para realizar as atividades. A professora dele comentou que nas aulas o mesmo havia melhorado seu rendimento e que seria importante continuar participando da pesquisa, mas acabou desistindo e não participou dos últimos encontros.

Numa atividade surgiu uma questão interessante na forma que um dos alunos realizou a multiplicação: ele a fez por decomposição. Por exemplo, no cálculo 12×8 ele fez $10 \times 8 = 80$ e $8 \times 2 = 16$ depois somou $80 + 16$ obtendo 96. Outro aluno do mesmo grupo não concordava com a resolução e somente após a explicação ele aceitou.

Na atividade para descobrir a área da planta da escola, um dos alunos dos grupos questionou: “Como iremos calcular a área desta figura se tem um buraco?” Com a intervenção da aplicadora chegaram à resposta calculando a área de toda a figura e subtraindo a do “buraco”. (figura1)

Já um outro grupo conseguiu chegar na resolução por outro caminho. O aluno perguntou se poderia dividir a figura.. Novamente, com algumas interferências o grupo conseguiu encontrar a solução, somando as áreas encontradas. (figura2)

Figura 1: Cálculo da área por subtração

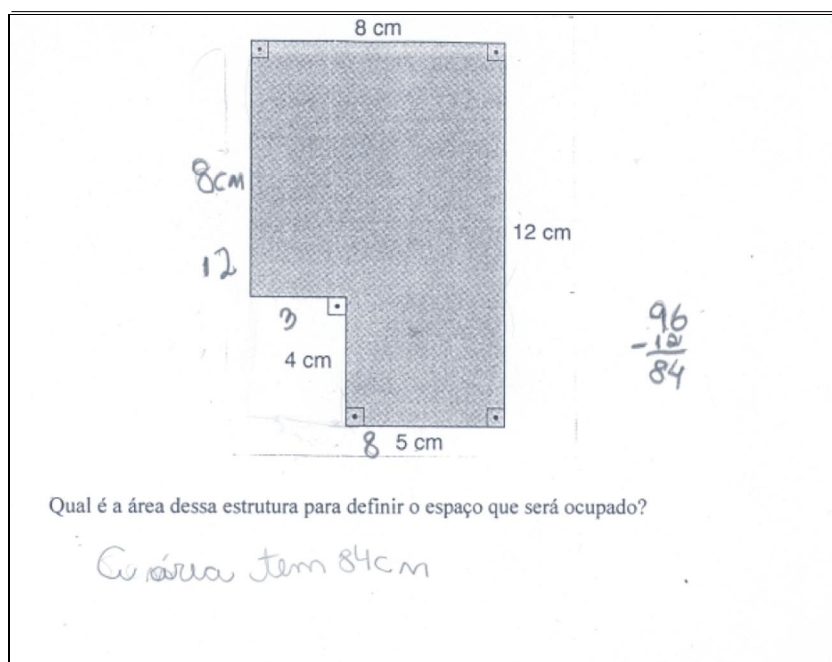
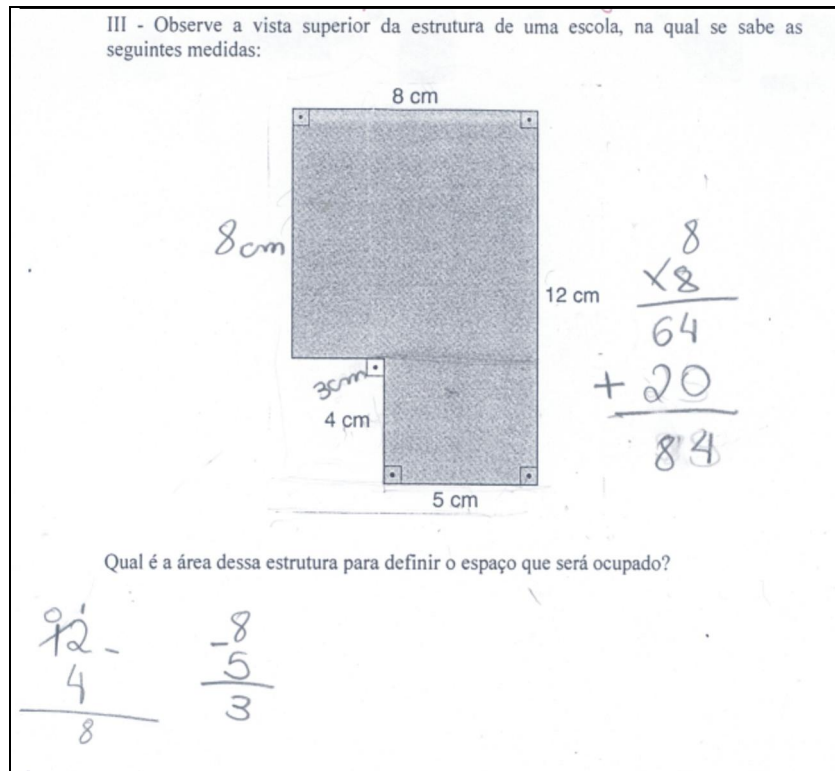


Figura 2: Cálculo da área por adição



Os demais grupos conseguiram apenas descobrir as medidas que estavam faltando para a realização dos cálculos, mas não conseguiram concluir o raciocínio. Mas, com a explicação, conseguiram em outra atividade, encontrar a área solicitada.

No problema da reestruturação do estacionamento da escola, os alunos trabalharam em grupos e juntos organizaram uma escala para a realização da planta; eles não apresentaram dificuldades nessa atividade. Os próprios alunos em grupos se organizaram para a montagem da maquete; ficaram ansiosos para ver o resultado e demonstraram muito interesse na sua realização. Quando ficaram prontas, a preocupação era onde guardá-las para no encerramento mostrá-las aos pais. Estavam motivados e facilmente realizaram as atividades, não apresentaram dúvidas para calcular a área e o perímetro. Na atividade que envolvia a interpretação do problema, eles chamavam a atenção para a leitura do problema.

A *trilha* foi realizada na PUC-Campinas e os alunos participaram ativamente e, mesmo depois de um dos grupos ganhar, quiseram jogar novamente para resolver os demais problemas. Todos realizavam os cálculos, e queriam solucionar o problema rapidamente; como estes estavam baseados no conteúdo explorado, os alunos encontravam a solução, demonstrando que aprenderam o que foi trabalhado.

No “bingo de resolução de problemas” também participaram motivados, e ficavam “bravos” quando conseguiam resolver o problema e a resposta não constava na cartela; os problemas de área e perímetro eram resolvidos mais facilmente.

Os pais agradeceram o trabalho com o projeto, pedindo a sua continuidade, pois, segundo eles, os resultados foram positivos, influenciando até na motivação dos alunos a freqüentarem a escola.

Os alunos se envolveram nas atividades do projeto de forma entusiasmada, podemos dizer que eles aprenderam matemática resolvendo problemas. Tal metodologia mostrou ser um caminho significativo para trabalhar conteúdos matemáticos. Muitos alunos melhoraram o seu desempenho em Matemática e as atividades foram solicitadas pelo professor parceiro.

O ensino da Matemática utilizando a resolução de problemas deve proporcionar ao aluno o saber matemático como ferramenta essencial para o desenvolvimento de seu espírito crítico e sua criatividade. E esta possibilidade tem que ser explorada.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, E. A. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas: Campinas/SP, 1999..

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos do ensino fundamental – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 7. ed. São Paulo: Ática, 1995.

LOPES, J. A. **Livro didático de Matemática: concepções, seleção de possibilidades frente a descritores de análise e tendência em Educação Matemática**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas: Campinas/SP, 2000.

MARCO, F. F. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de Matemática no ensino fundamental**. Dissertação em Educação Matemática. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas: Campinas/SP, 2004.

PINTO, J. P. **Resolução de problemas: conceptualização, concepções, práticas e avaliação.** Dissertação em Educação Matemática, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto: Porto Alegre/RS, 2003.

POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SAVIANI, Demerval. *Educação: do senso comum à consciência filosófica.* São Paulo: Cortez, 1980.

SANTOS, Marcelo Câmara. A matemática dos problemas ou o problema da matemática. In: *Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática*, São Leopoldo: UNISINOS/SBEM, 1998, p. 241 - 242.

VASCONCELOS, M. C. **Um estudo sobre o incentivo e desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, através da estratégia de resolução de problemas.** Dissertação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis/SC, 2002.