

## ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Javier Eduardo Maldonado Dennis, Ana María Ojeda Salazar

DME, Cinvestav IPN

México

jmalonado@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

Campo de investigación: Pensamiento relacionado con  
probabilidad y estadística

Nivel: Básico

**Resumen.** Esta investigación se interesa en caracterizar la comprensión de ideas fundamentales de estadística de alumnos de educación primaria, resultante de su enseñanza. La investigación consta de tres etapas, la segunda, que aquí presentamos, corresponde a la enseñanza en el aula de contenidos de estadística. Con el propósito de caracterizar su enseñanza en el aula y constituir un referente para identificar sus resultados en la comprensión de los alumnos de los temas enseñados, se observaron y transcribieron, para su análisis, 16 sesiones de estudio (tres por grado escolar, con excepción del primer ciclo, donde sólo se plantea la enseñanza de dos lecciones por cada grado), referentes a contenidos de estadística propuestos en las lecciones respectivas de los libros de texto. Participaron en la investigación un grupo de alumnos de cada grado y su docente titular, en total 250 alumnos y seis docentes.

**Palabras clave:** estadística, enseñanza, educación primaria

### Antecedentes

La estadística está infiltrada en la vida cotidiana y en la profesional. Sin embargo, en la enseñanza en educación primaria, el predominio de la operatividad aritmética propicia el desvío de situaciones de naturaleza estadística hacia la comparación de la distribución de las frecuencias de los valores de la variable aleatoria (Maldonado, 2006); esta etapa estudia la interrogante de cuáles son las características de la enseñanza de contenidos de estocásticos, en particular, de ideas fundamentales de estadística en educación primaria.

### Elementos teóricos

Heitele (1975) ha propuesto lo fundamental en estocásticos para un currículum en espiral. En nuestro estudio, centrado en ideas de estadística, son relevantes las de muestra (población), variable aleatoria (frecuencia y medidas de tendencia central), y espacio muestra. Consideramos la constitución del concepto matemático como resultante de la interacción entre él, el objeto y el signo, según el acercamiento propuesto por Steinbring (2005). De manera esquemática, el autor se refiere al triángulo epistemológico para la constitución del concepto, como muestra la Fig. 1.

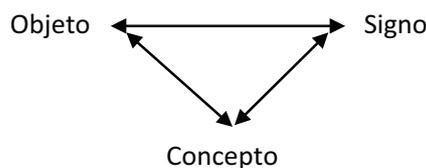


Figura 1. Triángulo epistemológico (Steinbring, 2005, p. 22).

## Método

La investigación, organizada en tres etapas, es cualitativa (Eisner, 1998). En la segunda etapa, de interés aquí, se videograbaron y transcribieron 16 sesiones de enseñanza en el aula de contenidos de estadística propuestos en las lecciones respectivas de los libros de texto (SEP, 1994; SEP, 1999; SEP, 2000; SEP, 2001; SEP, 2002; SEP, 2004). Su propósito es caracterizar la enseñanza de la estadística en el aula y constituir un referente para identificar sus resultados en la comprensión de los alumnos de los temas enseñados, mediante la aplicación de cuestionarios al final del ciclo escolar. De los elementos teóricos considerados se han derivado los criterios para analizar los datos obtenidos (Ojeda, 2006). A éstos se les ha puesto en juego en el análisis de las características de la enseñanza de contenidos de estadística en educación primaria, a saber: 1) *ideas fundamentales de estadística*; 2) *otros conceptos matemáticos*, distinguidos de las ideas de estadística, tales como, por ejemplo, los aritméticos; 3) los *recursos semióticos* empleados para organizar y tratar datos (tablas, figuras, gráficas, simbología matemática, lengua natural), para vigilar la discriminación entre las tres entidades del triángulo epistemológico; 4) los *términos* utilizados en la enseñanza para la referencia a ideas fundamentales de estadística; 5) los *tipos de situaciones* propuestas por la docencia para el estudio de ideas fundamentales de estadística.

## Proceso de análisis de las sesiones de enseñanza

De las 31 lecciones que incluye la propuesta institucional (programa de estudios y libros de texto) para ideas fundamentales de estadística en educación primaria, en esta etapa de la investigación se eligieron 16 para ser enseñadas por los docentes, en particular, las que se refieren a las ideas fundamentales que son de interés para la investigación. La puesta en juego de los criterios de análisis de las sesiones de enseñanza de contenidos de estadística en el aula se ejemplifica aquí con la caracterización de dos de ellas, las cuales se plantean en quinto grado: lección 10 “Un juego

con el diccionario” (SEP, 2000, pp. 28-29), y lección 27 “Qué tan altos somos” (SEP, 2000, pp. 64-65), ambas del eje temático “tratamiento de la información”. La primera se refiere a ideas de estadística mediante la interpretación de los datos que se organizan en una tabla de frecuencias, que muestra la distribución de longitud de palabras en castellano identificadas en la primera página para cada letra del abecedario en el diccionario del idioma español, el número de palabras constituidas por una letra, por dos, por tres, cuatro,... hasta por el mayor número de letras que ahí ocurra (véase Figura 2), en tanto que la segunda plantea el cálculo de las medidas de tendencia central correspondiente a las estaturas de los alumnos.

*Primera sesión:* Lección 10 “Un juego con el diccionario” (SEP, 2000, pp. 28-29).

*Propósito.* Se pretende que el alumno “Identifique situaciones que requieran recabar información para tomar decisiones” (SEP, 1997, p. 12).

*Contenido.* La lección de refiere a la distribución de la longitud de palabras en castellano identificadas en la primera página de cada letra del abecedario en el diccionario del idioma español. No se proporcionó información explícita por parte del docente respecto al contenido de esta sesión.

a) *Ideas fundamentales de estadística.* La idea de variable aleatoria, que en este caso consiste en asignar números naturales a las frecuencias de eventos, adquiere significado por los señalamientos de la docente sobre las posibilidades de ocurrencia de todas las palabras con un determinado número de letras. La idea de espacio muestra se introduce de manera clara para distinguirla de la de variable aleatoria, porque plantea la búsqueda del conjunto de todas las palabras en la primera página del diccionario del idioma español para cada letra del alfabeto, por ejemplo, la letra inicial del nombre de todos los alumnos de este grupo. Ejemplos de ello son las intervenciones que aquí se transcriben. Para registrar e identificar las participaciones durante la enseñanza, las transcripciones correspondientes indican, con P, profesor; con A, Alumno.

1P. Busca la primera página del diccionario que corresponde a la primera letra de tu nombre, cuenta cuántas palabras hay con un mayor número de letras y regístralas en una tabla [lee en el libro].

2P. Bien, busquen entonces la primera letra del diccionario con su nombre.

1A. Ya.

3P. ¿Ya la encontraron?

4P. ¡Hagan su tabla!

5P. ¿Con qué letra voy a buscar mi nombre?

6P. La mía, la de Pati.

2A. Con la P.

7P. Bien, a buscar en la primera página, en la primera página nada más.

- b) *Otros conceptos matemáticos.* El número natural, se utilizó para indicar en el plano cartesiano los valores que delimitan el rango en que pueden ocurrir las distintas frecuencias de un determinado número de palabras (véase Figura 1).



Figura 1. Gráfica de las palabras encontradas en la primera página del diccionario con la letra inicial del nombre de un alumno del grupo

- c) *Recursos semióticos.* La gráfica propuesta en esta lección resulta hasta cierto punto innecesaria; sólo hace referencia a la actividad de conteo de un conjunto de trazos diagonales dispuestos de izquierda a derecha, “talis”, como registro de la frecuencia de eventos (véase Fig. 2), para después presentarlo de abajo hacia arriba mediante la altura de un rectángulo.

Letra "P"		Letra "S"	
Número de letras	Número de palabras	Número de letras	Número de palabras
1	/	1	/
2	/	2	/
3	/	3	/
4	////	4	/
5	////	5	///// /
6	///// /	6	///// /
7	///// /	7	///// /
8	///// /	8	///// /
9	///// /	9	///// /
10	///	10	///
11	/	11	///
12	//	12	//
13	/	13	/

Figura 2. Tabla con datos presentada en la lección 10 (SEP, 2000, p. 28)

La docente hizo notar que con sólo rotar la tabla  $90^\circ$  se hubiera prefigurado la distribución de frecuencias de igual forma.

1P. Ahora vean su tabla, si yo..., fíjense bien, su tabla está así [muestra las tablas con datos en la presentación de la actividad]. ¿Qué pasa si yo giro la tabla? [coloca la tabla de manera horizontal]. A ver, ¡gírenla, la tabla! Vamos a ver la tabla, la tabla...

2P. ¿Qué pasaría? ¿Qué están viendo?

1A. La que está acá [se refieren a la gráfica de barras].

3P. La que está acá, ¿pero la que está acá... qué?

2A. Es la misma.

4P. A ver, vamos a ver qué tenemos aquí [señala las dos tablas con datos] ¿Qué son?

3A. Palitos.

4A. Gráficas.

5P. ¡Frecuencias!

6P. Es una frecuencia, pero ¿qué parece, Raúl?

5A. Una gráfica.

7P. Parecen gráficas, ¿ya se fijaron?

6A. Sí.

d) *Términos empleados.* Es notoria la falta de sentido con el que se utilizan los términos para hacer referencia a las ideas fundamentales de estadística. El empleo de expresiones distintas para referirse a una misma idea, por ejemplo, *qué más*, *más frecuente* y *más alto* (variable aleatoria), revela que la operatividad aritmética juega el papel principal en su enseñanza.

e) *Situación propuesta.* Buscar en la primera página para cada letra del alfabeto (con la inicial del nombre de todos los alumnos del grupo) en el diccionario del idioma español el número de palabras constituidas por una letra, por dos, por tres, cuatro...; hasta por el mayor número que ahí ocurra.

*Segunda sesión.* Lección 27 “Qué tan altos somos” (SEP, 2000, pp. 64-65).

*Propósito.* Se pretende que el alumno “Recopile, organice y analice la información recolectada en diversas fuentes” (SEP, 1997, p. 18).

*Contenido.* La lección se refiere al cálculo de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda), correspondiente a las estaturas de los 32 alumnos del grupo de quinto grado. No se proporcionó información explícita por parte del docente respecto al contenido de esta sesión.

f) *Ideas fundamentales de estadística.* La variable aleatoria, tanto la variable estadística (numérica y continua) en juego en la situación planteada, como la frecuencia y el promedio de los valores de la variable, es el principal foco en la actividad y adquiere sentido por los señalamientos de la docente sobre el conjunto de dieciséis valores entre los cuales se encuentran las estaturas de los alumnos de este grupo. Ejemplos de ello son las intervenciones que aquí se transcriben.

1P. Estas medidas que tenemos [de los alumnos] en el salón, ¿cómo se llaman?

2P. ¿Se acuerdan que lo vimos?

1A. Frecuencia.

3P. No, la frecuencia es cuántas veces se repite [un dato].

4P. Se acuerdan cuando lanzábamos los volados, águila y sol ¿qué eran?

2A. Árbol.

5P. ¡No, no, no!

6P. ¿Cómo se llamaba [lo] que les decía [de] cuáles son los posibles resultados de un fenómeno aleatorio?

3A. Espacio de muestra.

7P. ¿Cuál?

4A. El espacio de muestra.

8P. ¡Fuerte, Raúl!

5A. ¡El espacio de muestra!

9P. El espacio muestra, que son los resultados que tenemos aquí [señala la primera columna de la tabla de frecuencias].

Se puso en juego la operatividad aritmética para apuntalar la idea de muestra mediante la suma de las frecuencias absolutas obtenidas para cada estatura de los alumnos del grupo; la docente se aseguró de que la suma de las frecuencias absolutas fuera igual al tamaño de la muestra (treinta y dos de alumnos). Como ejemplos se citan las siguientes intervenciones.

1P. Ahora vamos a sacar el total muchachos, para ver si son los que están.

2P. A ver chicos, ¿cuántos tenemos?

3P. Tenemos uno [señala la tercera columna de la tabla de distribución de frecuencias], tres, cinco, siete, diez, trece, diecisiete, veinte, veintiocho, treinta y dos.

4P. Treinta y dos.

5P. ¡Ya, completo!

- g) *Otros conceptos matemáticos.* Se utilizaron números naturales para indicar los valores de la frecuencia absoluta de los valores de una variable aleatoria en una muestra y el tamaño de ésta. En cuanto a producto cartesiano, la docente propuso sobreponer dos gráficas de barras para comparar la distribución de frecuencias de los eventos del espacio muestra (véase Fig. 3).



Figura 3. Sobreposición de dos gráficas de barras para comparar la distribución de frecuencias de los eventos del espacio muestra

- h) *Recursos semióticos.* La tabla propuesta en esta sesión hace referencia a la actividad de conteo de un conjunto de marcas diagonales “talis” como registro de la frecuencia de eventos, en este caso la estatura en metros de un determinado número de alumnos (véase Figura 4), para después presentarlo en forma vertical mediante la altura de un rectángulo, y comparar la distribución de frecuencias de los eventos del espacio muestra.

Estaturas	Frecuencia	Total
1.30	—	1
1.33	==	2
1.35	---	1
1.36	---	1
1.37	---	1
1.39	===	3
1.40	=====	5
1.45	===	3
1.46	=====	5
1.47	---	1
1.50	===	3
1.52	---	1
1.53	---	1
1.55	==	2
1.56	==	2

Figura 4. Estaturas en metros de los alumnos de quinto grado.

- i) *Términos utilizados para referirse a estadística.* El docente utilizó las siguientes expresiones: cuál es menor (variable aleatoria), cuál es mayor (variable aleatoria), datos (valores de la variable aleatoria por cada evento del espacio muestra), frecuencia (variable aleatoria), más alto (variable aleatoria), posibles resultados (espacio muestra), espacio muestra (espacio muestra), promedio (variable aleatoria), valor intermedio (variable aleatoria). Obsérvese que esta idea juega el papel principal en la enseñanza y no se distingue de la de espacio muestra. El uso de estos términos indica que, en la enseñanza, cuando se plantea una situación de estudio de naturaleza estadística en términos de una variable aleatoria, se desconoce al espacio muestra que corresponde a su dominio.
- j) *Situación propuesta.* Los alumnos midieron sus estaturas con una cinta métrica, y la docente registró cada estatura mediante marcas diagonales “talis” en una tabla de frecuencias antes de trazar una gráfica de barras, para luego plantear las mismas preguntas, a partir de esos datos, que las que propone el libro de texto (SEP, 2000), único medio utilizado en la enseñanza. Ella propuso calcular el promedio de las estaturas de los alumnos de su grupo y compararlo con el que plantea la actividad del libro.

### Resultados del análisis de las sesiones de enseñanza

La enseñanza de la estadística se centra en el cálculo de las medidas de tendencia central (moda, mediana y promedio), sin enfatizar si los datos se distribuyen de forma simétrica o asimétrica. La propuesta es calcular el promedio venga como viniere. Aunque los distintos promedios constituyen resúmenes útiles de un conjunto de datos, sólo permiten identificar el valor central o representativo de ellos. Sin conocimiento de su dispersión en torno al promedio, no se proporciona una idea de su comportamiento que permita la predicción.

### Conclusiones

La orientación determinista de la enseñanza se enfatiza con el predominio de la aritmética. El conocimiento de las reglas de cálculo no implica la comprensión de los conceptos básicos

subyacentes. Si los alumnos adquieren sólo el conocimiento de tipo computacional, es probable que cometan errores predecibles, salvo en los problemas más sencillos.

### Referencias bibliográficas

- Ávila, A., Balbuena, H. y Bollás, P. (1999). *Matemáticas, cuarto grado*. México: SEP.
- Ávila, A., Balbuena, H. y Fuenlabrada, I. (2000). *Matemáticas, quinto grado*. México: SEP.
- Balbuena, H., Block, D. y Fuenlabrada, I. (2001). *Matemáticas, sexto grado*. México: SEP.
- Carvajal, A., Martínez, N. y Block, D. (2004). *Matemáticas, primer grado*. México: SEP.
- Castrejón, J., Ávila, A. y Balbuena, H. (2002). *Matemáticas, tercer grado*. México: SEP.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Madrid: Paidós educador.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6(2), pp. 187-205. Holanda: Reidel.
- León, H., González, N. y Guzmán, M. (1994). *Matemáticas, segundo grado*. México: SEP.
- Maldonado, J. (2006). *Medios y enseñanza de estocásticos en la educación primaria: Elementos para formación docente. Ensayo*. XI Verano de la Investigación Científica del Pacífico (programa delfín), DME, Cinvestav del IPN. México.
- Ojeda, A. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.) *Matemática educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*, (pp. 195-214). México: Santillana.
- SEP (1997). *Avance programático, Matemáticas, Quinto grado*. México: SEP.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective*. USA: Springer.