

EL GRADO DE VISUALIZACIÓN. UN INDICADOR DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VISUAL

Miguel Díaz Cárdenas, Luis Gilberto Dircio Ramírez
Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de México
Guerrero
CEBACH Plantel Tlapa, Guerrero
midica01@gmail.com, luis_d_ramirez@yahoo.es
Campo de investigación: Visualización Nivel: Superior

Resumen. *En este documento, se presenta una propuesta metodológica para medir el grado de visualización en personas que realizan actividades de resolución de problemas matemáticos. Dicha propuesta se basa en las ideas de Krutetskii sobre los distintos estilos cognitivos de las personas, y la sugerencia de Norma Presmeg, para interpretar gráficamente la acción de la fuerza de la lógica (las generalizaciones) y de la fuerza del pensamiento visual, que intervienen en todo tipo de actividad matemática.*

Palabras clave: pensamiento visual, generalizaciones, grado de visualización

Introducción

La presente propuesta metodológica para medir el *grado de visualización* en personas que realizan actividades de resolución de problemas matemáticos (ARPM), es producto de un estudio realizado en el campo general de investigación denominado matemática educativa. Específicamente, dentro de la línea llamada Visualización Matemática. El propósito central de esta línea radica en investigar y documentar la influencia de la visualización en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en las diferentes áreas y en los distintos niveles de escolaridad. En este estudio (Dircio, 2008) de carácter cognitivo, se asumió como problema *clarificar el papel que la visualización desempeña en la actividad de resolución de problemas matemáticos*. Y como objetivo, *el estudio y análisis del tipo de generalizaciones y argumentaciones que las personas exhiben como producto de procesos visuales, así como las restricciones de su pensamiento visual*. El establecimiento del *grado de visualización* de cada uno de los participantes en este estudio, constituyó la forma concreta, en la que fue posible valorar el papel de la visualización de las personas en ARPM.

Elementos teóricos

El concepto de visualización

Entendemos de acuerdo con Vigotsky (1988), que en el ser humano el pensamiento y el lenguaje se desarrollan por separado; pero muy pronto comienzan a asociarse, de modo que tal asociación entre pensamiento y lenguaje, adquiere una de sus formas más desarrolladas, es lo que conocemos como lenguaje racional o intelectual o pensamiento verbal. Guétmanova (1989) reconoce al pensamiento verbal, o lenguaje intelectual, o pensamiento abstracto como medio para la construcción de conocimiento. Pero distingue otras formas de lenguaje no-intelectual asociadas a pensamiento no-verbal que pueden transformarse en pensamiento abstracto; entre ellas destacamos las formas de pensamiento asociadas a lenguaje figurativo (imágenes, diagramas, figuras, símbolos o representaciones en general). A este pensamiento asociado a representaciones lo designaremos como *pensamiento visual*. Entonces el pensamiento visual puede convertirse en pensamiento abstracto, es decir también puede ser medio para la construcción de conocimiento.

De acuerdo con Presmeg (1999), asumimos que el pensamiento visual es producto de procesos visuales, y adquiere la forma concreta de *generalizaciones* y los argumentos para sustentarlas.

De acuerdo con Duval (1999), asumimos que la visualización es un proceso cognitivo que tiene una función sinóptica, es decir, la visualización permite darnos cuenta de la configuración completa, de las relaciones contenidas en una representación. Y aunque la visualización es relevante en la actividad matemática, esta no es inmediata; pues si bien es cierto que los procesos visuales pueden iniciarse cuando el individuo disponga de una representación interna o externa creada por él o proporcionada por alguien más, también es cierto (como señala Presmeg), que no cualquier representación garantiza que el proceso de visualización sea efectivo.

El grado de visualización

Desde nuestra perspectiva, las investigaciones que hablan del *grado de visualización* (Moses (1977), Lean y Clements (1981), Suwarsono (1982), Presmeg (1985, 1986b), (Galindo, 1994) en (Dircio, 2008), en realidad nos muestran que en la actividad de resolver problemas matemáticos existen diferentes modos o estilos cognitivos para procesar la información. Observamos además, que dichos estudios al investigar el *grado de visualización* sólo centran su atención en la cantidad de imágenes empleadas por los estudiantes y en el pensamiento visual autónomo; sin embargo, en el contexto de la enseñanza nos hemos percatado empíricamente, que los estudiantes pueden visualizar si se les apoya con representaciones adecuadas. Por ello entendemos que el *grado de visualización* no sólo debe ser establecido por la preferencia y cantidad de imágenes empleadas en

la solución de un problema, sino que además, se debe tomar en cuenta el producto del proceso de visualización, así como también el hecho de que los estudiantes logran visualizar si se les proporcionan representaciones adecuadas para realizar el proceso.

Estilos cognitivos

Aceptamos de acuerdo con Kruteskii (1976), por una parte, la existencia de tres tipos básicos de estilos cognitivos de las personas en actividades de resolución de problemas matemáticos: *analítico, geométrico, armónico*. Por otra parte, que la fuerza de la lógica en el pensamiento necesaria para resolver un problema matemático, puede producirse con o sin apoyo visual es decir, que la visualización puede ser útil pero no es esencial.

Por nuestra parte, entendemos que las generalizaciones son la fuerza de la lógica en el pensamiento, y que éstas pueden resultar de distintos tipos de acuerdo a la clase de actividad matemática que se esté realizando: *descripción de regularidades, reconocimiento de patrones, formulación de procedimientos, formulación de proposiciones, formulación de definiciones y finalmente la formulación de resultados*.

Atendiendo a la sugerencia de Presmeg (2002), decidimos elaborar una representación que permitiera ubicar la actuación de las personas en actividad de resolver problemas matemáticos de acuerdo a su estilo cognitivo (figura1). En este diagrama consideramos en el eje Y positivo la fuerza de la lógica en el pensamiento matemático, en el eje X positivo la fuerza del pensamiento visual y además se consideró una línea horizontal que representa la fuerza de la lógica necesaria (las generalizaciones requeridas) para la solución del problema. Luego entonces, en la actividad de resolver problemas matemáticos habrá personas no visualizadores (zona Azul), es decir aquellos que no requieren de apoyos visuales y en cambio se caracterizan por recurrir a estrategias lógico/verbales para resolver y encontrar la solución al problema; además personas de tipo armónico (armónico abstracto y armónico pictórico) quienes se caracterizan por tener un equilibrio entre las componentes lógico/verbal y visual pictórico (zona verde), y finalmente los visualizadores (zona amarilla), quienes se apoyan frecuentemente en el uso de imágenes visuales en la resolución de problemas. En esta misma representación, hemos incluido una zona de color naranja para ubicar a las personas que en la solución de un problema matemático, requieren de apoyo visual proporcionado por alguien más, prácticamente estamos hablando de pensamiento

visual asistido; este último aspecto, abre la perspectiva para estudiar lo que pasa en la enseñanza de la matemática con la mayoría de los estudiantes.

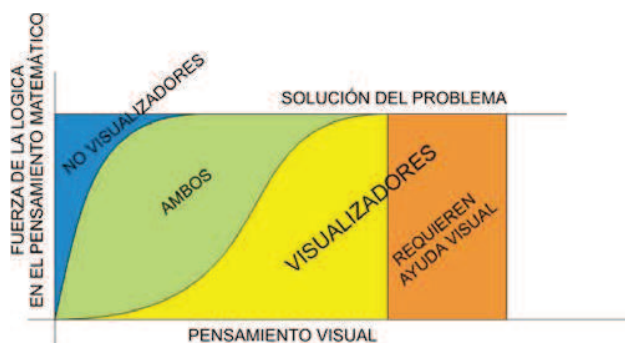


Figura 1. Diversas formas y grados de uso de pensamiento visual en actividades de solución de problemas matemáticos

Metodología

Para encontrar una forma metodológica para la valoración del papel de los procesos visuales que realiza una persona en ARPM, cualitativamente distinta de las formas propuestas en las investigaciones mencionadas, fue necesario plantearnos una interrogante:

¿Qué definición de grado de visualización será adecuada, para que a través de ella podamos valorar el papel de la visualización en ARPM?

Por un lado, entendemos que el *grado de visualización* no sólo debe ser establecido por la preferencia y cantidad de imágenes empleadas en la solución de un problema, sino que además debe considerarse el producto de los procesos visuales, que son las generalizaciones y los argumentos para defenderlas. Asumimos que las generalizaciones constituyen la fuerza de la lógica en el pensamiento, y que ésta podía valorarse a través de la calificación de las generalizaciones: generalizaciones correctas e incorrectas respecto al resultado, pero empíricas o teóricas de acuerdo a la base de los argumentos que se emplean para sostenerlas (Davýdov, 1982; Canul, 2007). Por otro lado, se contempló el hecho de que las personas en situación escolar logran visualizar si se les proporcionan representaciones adecuadas; ello permite valorar la fuerza del pensamiento visual, en dos etapas, una para estudiar el desarrollo del pensamiento visual autónomo, y otra para estudiar lo relativo al pensamiento visual asistido. Y con ello atendimos al

estudio de la visualización desde dos perspectivas: desde la naturaleza individual de dicho proceso y, desde la enseñanza de la matemática.

Se decidió probar esta forma metodológica para medir el grado de visualización con un grupo de 8 estudiantes de tercer año de Licenciatura en Matemáticas, con conocimientos de Cálculo Diferencial, a los que se enfrentó con un par de problemas de máximos y mínimos. Desde una perspectiva de enseñanza, se hizo necesario considerar una forma de representación (basada en la representación de la figura 1), que pueda describir el actuar de una persona en relación con los procesos visuales que realice cuando se enfrenta a ARPM.

En el siguiente diagrama (figura 2), se presenta la forma que se usó para recabar la información por cada persona participante en el estudio. Representamos por un lado la fuerza de la lógica en el

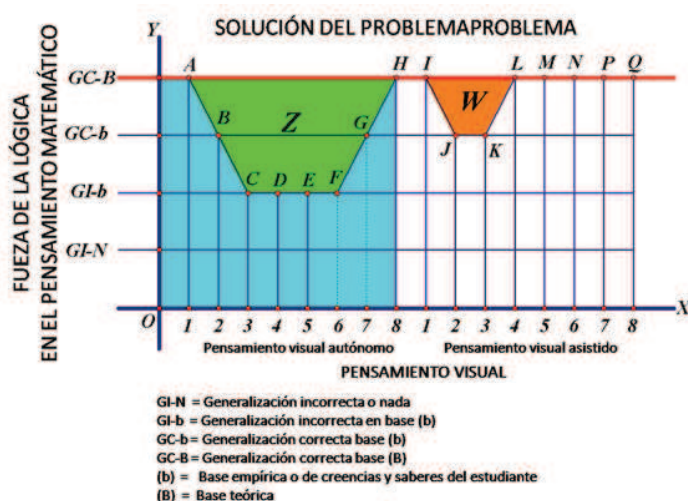


Figura 2. Forma para registrar el grado de visualización por persona participante en ARPM

pensamiento (en el eje Y positivo), los distintos valores que puede tomar dependen de la calidad de las generalizaciones: generalización incorrecta sin argumentos o nada (*GI-N*); incorrecta con argumentos basados en los saberes del estudiante o en sus creencias (*GI-b*); correcta con argumentos en una base de creencias del estudiante (*GC-b*); y correcta con argumentos en una base teórica (*GC-B*). También se representa la fuerza del pensamiento visual (en el eje X positivo) el cual se ha dividido en *pensamiento visual autónomo*, es decir aquel que el estudiante exhibe cuando resuelve de forma individual los problemas, y *pensamiento visual asistido*.

Para ambas fases de estudio, se muestran los procesos de visualización durante la actividad de resolver problemas con los números: 1, 2, 3, 4, etc., los cuales están en dependencia de la situación o problema a resolver (el número de generalizaciones requeridas), la línea continua que se levanta sobre cada número, indica que alguna representación visual fue utilizada por la persona, la línea punteada significa que no exhibió alguna representación, los extremos de estas líneas nos hablan de la altura alcanzada por la fuerza de la lógica en cada proceso visual. Debe comprenderse que en una situación ideal, los extremos de cada línea vertical deberán llegar a la línea (en color rojo) denominada como solución del problema, en caso contrario significa que las generalizaciones requeridas para la solución no alcanzaron la suficiente calidad, o que existe una debilidad manifiesta en la fuerza de la lógica.

Resultados

La información contenida en la ficha de la figura 3 es un resultado real que corresponde a la alumna M, y allí se observa que existe una zona Z y una zona W respectivamente en cada etapa. Entonces el significado que le atribuimos a dichas zonas es la distancia a la que quedan las

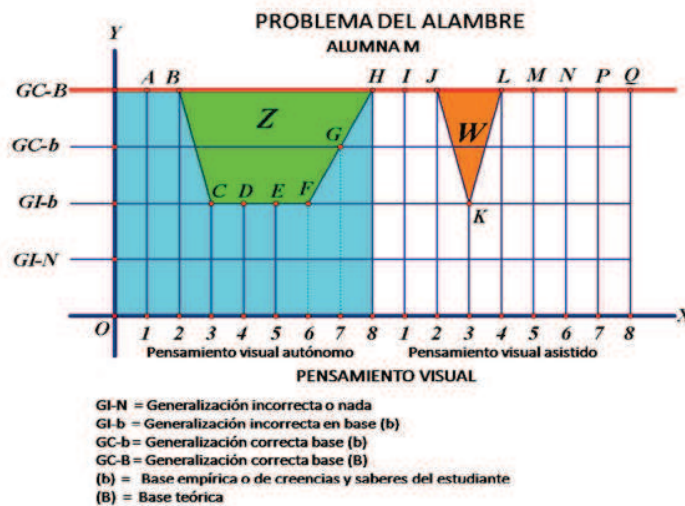


Figura 3. El grado de visualización de la alumna M

generalizaciones producidas por los estudiantes, de las requeridas en una actividad específica, en este caso, en la actividad de resolución de problemas matemáticos.

Los factores que inciden en el crecimiento de la zona Z son: por una parte, la falta de procesos visuales; el uso de representaciones no adecuadas, es decir restrictivas en si mismas; y por otra parte, la calidad de las generalizaciones producidas. En tanto que los factores que influyen en el crecimiento o decrecimiento de la zona W dependen únicamente de la calidad de las generalizaciones. Ya que aquí, se contribuyó con representaciones adecuadas, aspecto que en la etapa de pensamiento visual autónomo no estaba garantizado.

En la misma figura 3, podemos observar que la zona Z es mayor que la zona W , y ello significa que la habilidad de visualización de M no se encuentra desarrollada, ya que su pensamiento visual autónomo produce la mayoría de generalizaciones del tipo incorrectas.

Sin embargo, cuando se trabajó en un ambiente de resolución de problemas, el área de la zona W es menor que el área de la zona Z , y ello se debe a que en esta segunda etapa de algún modo se contribuyó con representaciones adecuadas sobre las cuales la alumna realizó procesos de visualización. En éste caso, la alumna M manifestó un grado de visualización mayor, porque pudo apoyarse en representaciones visuales que le hicieron producir generalizaciones de mejor calidad.

Conclusiones

Nuestra propuesta metodológica para determinar el grado de visualización, nos permitió observar el actuar de cada estudiante en cada una de las fases de la resolución de los problemas, y sus producciones; y se pudo determinar que en todos los casos en este estudio, la zona Z fue mayor que la zona W . Con esta base puede afirmarse por un lado, que el pensamiento visual autónomo no está desarrollado en la mayoría de estos estudiantes; pero, por otro lado, también puede afirmarse, que con algo de ayuda ellos pueden efectuar procesos efectivos de visualización. Una conclusión que emerge a partir del hecho comparativo entre las zonas Z y W , es que hace falta desarrollar la habilidad de visualización en la enseñanza de la matemática.

De lo anterior, surge como necesario el desarrollo del pensamiento visual autónomo tanto en estudiantes como profesores, pues se reconoce como una vía muy fructífera para el desarrollo del pensamiento matemático. Pero antes de emprender alguna acción en el sistema de enseñanza, se hace necesario determinar las habilidades y hábitos que pueden constituir la capacidad de visualizar. Porque sólo con este conocimiento se podrán ejercer acciones válidas para el desarrollo

del pensamiento visual en la escuela. Ello hará que la visualización se coloque en una posición de equilibrio al lado de los contextos numéricos y algebraicos en la matemática escolar.

Queremos puntualizar que al tener en cuenta aspectos no considerados por los anteriores investigadores en la determinación del grado de visualización de personas en *ARPM*, pensamos que se contribuye metodológicamente con un indicador que puede dar cuenta del estado de desarrollo del pensamiento visual con sólo observar la relación entre las zonas *Z* y *W*.

Referencias bibliográficas

Canul, E. (2007). Actitudes Generalizadas sobre la enseñanza de la matemática en el nivel medio. Tesis de Licenciatura no publicada. UADY. Mérida, Yucatán, México.

Davýdov, V. (1982). Tipos de generalización en la enseñanza. México: Pueblo y Educación.

Dircio, L.G. (2008). La resolución de problemas mediada por la visualización. Un estudio de casos. Tesis de Maestría no publicada. UAG. Chilpancingo, Guerrero, México.

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in the Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. 25p.; In proceedings of the Annual Meeting of the North America Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. (21st. Cuernavaca Morelos, México, October 23-26 1999.

Galindo, E. (1994). Visualization in the calculus class: Relationship between cognitive style, gender, and use of technology. Doctoral dissertation, Ohio State University.

Guétmanova, A. (1989). Lógica. Serie: Biblioteca del estudiante. Moscú: Progreso.

Krutetskii, V.A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press.

Presmeg, N. (1999). On visualization and generalizations in mathematics. Psychology of Mathematics Education, proceedings of the twenty first annual meeting. (1): (pp. 151-154).

Presmeg, N. y Balderas, P. (2002). Graduate students' visualization in two rate of change Problems. En F. Hitt (Ed). Representation and Mathematics Visualization. (pp. 47-62). México: PME-NA. CINVESTAV-IPN.

Vigotsky, L (1988). Pensamiento y lenguaje. México: Quinto Sol.