

EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE USANDO MEDIADORES, CON LA FINALIDAD DE AMPLIAR LA ZONA DE DESARROLLO POTENCIAL EN LA ENSEÑANZA DE LA DESCOMPOSICIÓN LU

Rogelio Ramos C.

Universidad Nacional Autónoma de México
egorrc@gmail.com, egor1131@servidor.unam.mx
Campo de investigación: Pensamiento numérico

México

Nivel: Superior

Resumen. *Propuesta experimental, en la que se plantea el problema de mejorar el aprendizaje del método de descomposición LU; la cual consiste en ampliar el nivel de desarrollo potencial en estudiantes de Ingeniería. En el aprendizaje escolar, la actividad del alumno está mediada por la actividad del profesor, que es el que debe ayudarlo a activar los conocimientos previos (a través de las “herramientas”) y a estructurar los conocimientos previos (a través de los “símbolos”) proponiéndole experiencias de aprendizaje. En el modelo Vygotsky, se entiende por desarrollo, a la interiorización de medios proporcionados por la interacción con otros: el desarrollo viene guiado y conducido por el aprendizaje (Vygotsky, 1979). Los conocimientos estructurados con ayuda de los mediadores (“herramientas” y “símbolos”) generan en el alumno la mencionada “ZDP” que le permite acceder a nuevos aprendizajes, creándose, cierta autonomía e independencia para aprender a aprender más.*

Palabras clave: Mediadores, zona de desarrollo potencial, factorización LU, enseñanza-aprendizaje

Introducción

En el modelo sociocultural de Vygotsky, es muy importante aclarar el significado de los términos, herramientas y símbolos. Las “herramientas” (herramientas técnicas) son las expectativas y conocimientos previos del alumno que transforman los estímulos informativos que le llegan del contexto. Los “símbolos” (herramientas psicológicas) son el conjunto de signos que utiliza el mismo sujeto para hacer propios dichos estímulos.

Todo este proceso recibe el nombre de “ley de la doble formación” puesto que el conocimiento se adquiere procesándolo, primero, desde el exterior, con las “herramientas” y reestructurándolo luego en el interior, a través de los “símbolos”.

Los conocimientos estructurados con ayuda de los mediadores (“herramientas” y “símbolos”) generan en el alumno la mencionada “zona de desarrollo potencial” que le permite acceder a nuevos aprendizajes, creándose así un cierto grado de autonomía e independencia para aprender a aprender más.

Así, tenemos como propuesta establecer las condiciones adecuadas para facilitar la ampliación del nivel de desarrollo potencial, proporcionando una herramienta didáctica al docente para la enseñanza-aprendizaje del modelo LU.

Las condiciones se desarrollan con base a cuatro actividades fundamentales: Andamiaje Didáctico, La Enseñanza Recíproca, Conducción Social del Aprendizaje, y Colaboración entre Compañeros.

Descripción general

Se ha experimentado, con estudiantes de ingeniería, en situaciones en el aula de clase, con objeto de caracterizar el comportamiento que tienen ellos ante la presencia de estrategias de aprendizaje. Este experimento es parte de una investigación en la que se plantea el utilizar e implementar medios educativos, adecuados para lograr que el estudiante adquiriera tanto los elementos que le permitan el autoaprendizaje, así como un aprendizaje significativo y duradero. Se sustenta en uno de los supuestos de la teoría sociocultural de Vygotsky, la Zona de Desarrollo Potencial. Se aplica al aprendizaje de la solución de sistemas de ecuaciones lineales, mediante el método de descomposición LU. Así, como resultado del citado experimento, propusimos en este trabajo llevar a cabo situaciones didácticas en un taller durante la XXIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.

Antecedentes

La historia de las matemáticas no es sólo una colección de hechos ubicados en un tiempo, país, materia y autor, es una estrategia que nos permite reconocer los principales problemas que han permitido el progreso de la ciencia, y sentado las líneas de avances para estudios posteriores. Así, el conocer, y el comprender dichos fenómenos, no sólo desde un punto de vista técnico, sino humanístico nos ayudará a comprender y relacionarnos con los problemas de nuestra época. En el aspecto de la enseñanza de las matemáticas, Cantoral y Farfán (2003) mencionan que se ha convertido en una necesidad básica, el proporcionar a una investigación en matemática educativa de una aproximación sistémica y situada, que haga posible incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento; su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza.

Justificación

En la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM, se han planteado, propósitos dentro del plan de desarrollo institucional, y uno de los más importantes es el reducir el índice de reprobación y deserción; por lo que en el presente experimento nos hemos propuesto contribuir a un mejoramiento en el aprovechamiento escolar mediante el uso de metodologías para la enseñanza del pensamiento numérico, dichas metodologías se fundamentan en el modelo sociocultural de Vigotsky.

Planteamiento del problema

Se podrá facilitar el aprendizaje de la factorización LU, para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, usando como metodología para su enseñanza, mediadores; con el propósito de ampliar la zona de desarrollo potencial de los estudiantes en escuelas de ingeniería.

Objeto de estudio

Los estudiantes de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, que cursan la asignatura de Métodos Numéricos, en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM.

Objetivos

Objetivos generales

Se ha producido y editado un cuaderno de notas a través del comité editorial universitario como parte de los materiales educativos para la asignatura de métodos numéricos correspondiente al cuarto semestre de la currícula del plan de estudios para las carreras de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM y se pretende que estos sirvan de refuerzo para fortalecer las herramientas técnicas, que son parte de los mediadores que se han utilizado en el experimento diseñado.

Objetivos particulares

Un objetivo del experimento diseñado, ha sido el de mostrar que se pueden obtener mejores resultados en el aprendizaje de la técnica de descomposición LU, a través del uso de mediadores,

como una de las principales componentes de los referentes cognitivos propios de la teoría sociocultural de Vygotsky.

Hipótesis

El uso de mediadores en la enseñanza-aprendizaje de la factorización LU, podría contribuir a ampliar la Zona de Desarrollo Potencial de los estudiantes de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Marco teórico

La Zona de Desarrollo Potencial (ZDP), sería pues, de acuerdo con la teoría de Vygotsky (1979), la distancia entre el nivel real o actual de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. La acción conjunta (interactividad) del sujeto y de los que le rodean en el espacio de esta ZDP es justamente el factor que hace posible que los mediadores externos lleguen a convertirse en procesos internos.

El concepto de ZPD se relaciona así con la Ley de la doble formación de las funciones psicológicas (Vygotsky, 1979) según la cual toda función aparece dos veces: primero entre las personas, interpsicológica, y después en el interior del propio sujeto, intrapsicológica. Esta doble formación supone que el "aprendizaje en sentido estricto" y "el aprendizaje en sentido amplio" interactúan de modo que el primero posibilita la internalización de los instrumentos externos, los cuales una vez internalizados se transforman en procesos de desarrollo que hacen posible la reestructuración: el aprendizaje precede de este modo al desarrollo.

En el aprendizaje social, los logros se construyen conjuntamente en un sistema social, con la ayuda de herramientas culturales (en este experimento, materiales didácticos y antecedentes) y el contexto social en la cual ocurre la actividad cognitiva es parte integral de la actividad, no simplemente un contexto que lo rodea (Resnick, 1991).

Al aceptar la premisa básica en la construcción del conocimiento, no hay razón para buscar fundamentos ni usar el lenguaje de la verdad absoluta. La posición constructivista es post-

epistemológica y es por eso que es tan poderoso para inducir nuevos métodos de investigación y enseñanza. Reconoce el poder del ambiente para requerir adaptación, la temporalidad del conocimiento y la existencia de múltiples identidades (selves) comportándose de acuerdo con las reglas de varias subculturas (Noddings, 1990).

La cuestión clave de la educación está en asegurar la realización de aprendizajes significativos, a través de los cuales el alumno construye la realidad atribuyéndole significados. Para tales fines, el contenido debe ser potencialmente significativo y el alumno debe tener una actitud favorable para aprender significativamente. (Coll, 1993). Coll plantea que la significatividad está directamente vinculada a la funcionalidad y plantea que:

“(…) cuanto mayor sea el grado de significatividad del aprendizaje realizado, tanto mayor será también su funcionalidad” (Coll, 1993, p. 167).

Continúa Coll con el planteamiento de que el aprendizaje requiere una intensa actividad por parte del alumno, y que cuanto más rica sea su estructura cognoscitiva, mayor será la posibilidad de que pueda construir significados nuevos y así evitar memorización repetitiva y mecánica. Además el aprender a aprender constituye el objetivo más ambicioso de la educación escolar, que se hace a través del dominio de las estrategias de aprendizaje.

La teoría subraya que el motor del aprendizaje es siempre la actividad del sujeto, condicionada por dos tipos de mediadores: “herramientas” y “símbolos”, ya sea autónomamente en la “zona de desarrollo real”, o ayudado por la mediación en la “zona de desarrollo potencial”. Los conocimientos estructurados con ayuda de los mediadores (“herramientas” y “símbolos”) generan en el alumno la mencionada “zona de desarrollo potencial” que le permite acceder a nuevos aprendizajes, creándose así un cierto grado de autonomía e independencia para aprender a aprender más.

Aplicación del experimento y resultados obtenidos

El proceso de experimentación consistió en realizar un desarrollo intuitivo de la formulación del método de descomposición LU, apoyado, tanto en los conceptos (mediadores) vistos en cursos antecedentes y que consisten únicamente en el producto de matrices y sus reglas; así como en el material de apoyo desarrollado para el propósito del experimento. En el proceso se mostraron la

forma de realizar los productos correspondientes a fin de obtener un algoritmo para la determinación de los elementos de la matriz U, así como el correspondiente algoritmo para la determinación de los elementos de la matriz L. Enfatizando en esta operación, las observaciones que se pueden poner en relieve acerca del patrón de comportamiento en el cálculo de los elementos de las filas y columnas de las matrices triangulares superior (U) e inferior (L). Una vez que se determinaron las fórmulas correspondientes para el cálculo de los elementos de las matrices L y U; se aplicaron dichos algoritmos en la solución de algunos casos de aplicación en los que intervienen sistemas de ecuaciones algebraicas lineales. Se aclararon lo que se creyó pertinente durante el desarrollo y la aplicación del método de descomposición LU. Una vez que se aclaró se pidió a los participantes que cada uno de los equipos que se formaron diera una explicación o exposición del método con sus propias palabras y recursos. A continuación presentamos algunos de las experiencias de los participantes, quienes describieron con sus propias palabras lo que ellos consideraron su experiencia de aprendizaje.

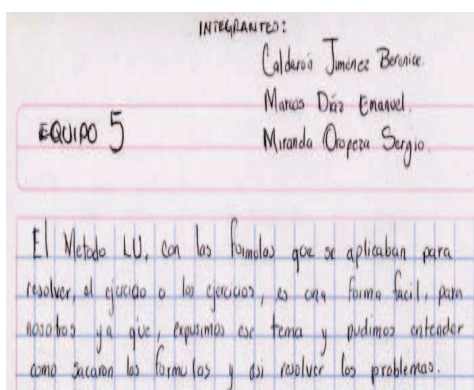


Fig. 1. Descripción equipo No. 5

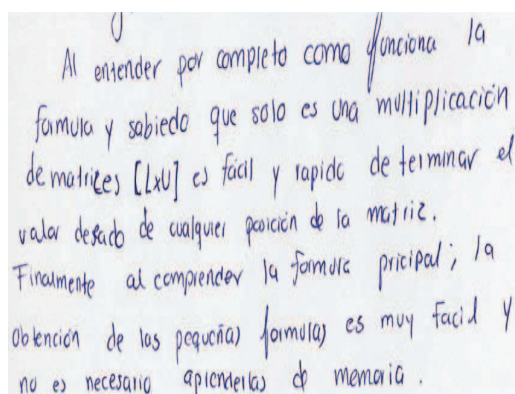


Fig. 2. Descripción equipo No. 3A

Jorge Luis Rodríguez Ruiz ↴

El método me parece muy cómodo con las fórmulas separadas, aunque desearía que explicara la fórmula general comprendiéndola sumatoria, lo cual me era confuso. Así que este método me agrada por que es práctico y sencillo ya que su base son multiplicación de matrices. Solo eso, multiplicación.

Fig. 3. Descripción alumno

PARRA GARCÉS OMAR ENRIQUE: MÉTODO DE LU SE ME COMPLICÓ UN POCO CUANDO LA MATRIZ FUE DE ORDEN 9x9 PERO AL ANALIZAR LA FÓRMULA NO HUBO NINGÚN PROBLEMA PARA SU SOLUCIÓN.

MEDINA GARCÍA MIGUEL ÁNGEL: MÉTODO DE LU LA DIFICULTAD QUE ENCONTRE FUE RESOLVERLO POR EL MÉTODO O UTILERÍA DE NUESTRA EXPOSICIÓN, DESPUÉS AL UTILIZAR LA FÓRMULA DADA POR EL PROFESOR SE ME FACILITÓ.

SORDILLO URIBE ALEXANDRA IZBEL: SE ME HIZO MÁS FÁCIL LA UTILERÍA CON EL QUE EXFUSE, EN EL DE LAS FÓRMULAS ME CONFUNDÍ Y ESTABA MUY LARGO EL PROCEDIMIENTO PARA RESOLVERLO.

VILLEDA ZUNIGA JOSUE RAMÓN: NO TUVE DIFICULTAD AL UTILIZAR LAS FÓRMULAS DADAS POR EL PROFESOR, CON OTROS MÉTODOS QUE HABÍA INVESTIGADO SI TUVE PROBLEMAS.

Fig. 4. Descripción equipo No. 6

③ Razon personal, me gusta ir por el camino "dijital" es decir no hacer lo que los demás acostumbraban hacer.

∴ Conclusión

Se amplía al método de descomposición LU sin formulación debido a tres aspectos:

① El análisis del método, es decir el desarrollo de los productos de las dos matrices, en lo personal resulta ser más sencillo que la formulación; aunque cabe destacar que si se tiene un orden en el desarrollo de la formulación, este resulta ser aún más sencillo que el desarrollo de los productos de las matrices, esto debido a que la formulación es directa, en tanto al producto de las 2 matrices hay que desarrollar más procedimientos.

② Cuando se analiza ambos procedimientos, al analizar la formulación que emplea al método LU resulta ser la misma que la empleada en el producto de las 2 matrices esto es lo siguiente:

Para obtener renglón de U se emplean 2 subíndices $\begin{cases} r = 1, 2, 3, \dots, n \\ j = r, r+1, \dots \end{cases}$

Cabe denotar que j es k varían, entonces

$$U_{rj} = a_{rj} - \sum_{k=1}^{r-1} L_{rk} U_{kj}$$

este valor será el que tiene al subíndice j , pero al que nos va a dar el valor de U

lo que va a variar en el análisis del renglón es k columna, para obtener todos los valores de un renglón de U

k depende de r , es decir de acuerdo a los términos que se van a sumar $r-1$ (de acuerdo al resultado serán los valores que puede obtener k)

Debe notarse que los valores que voy a hacer la sumatoria, se conocen, por ello así que en el primer renglón k sumatoria es cero (buena además que no se ha conocido valores de L)

Como al método se analiza U y L alternadamente, una vez analizado 1º renglón de U, pasamos a resolver 1º columna de L

Para obtener columna de L se emplean 2 subíndices $\begin{cases} c = 1, 2, 3, 4, \dots, m \\ i = c+1, c+2, \dots \end{cases}$

ahora al valor a variar será i

$$L_{ic} = a_{ic} - \sum_{k=1}^{c-1} L_{ik} U_{kc} / U_{cc}$$

ahora vamos los renglones para completar al valor U_{cc} que forman la primera columna

se divide todo entre el valor del renglón, pero así se perjudica a todos los valores de la columna.

Nota: que i es el número además que este aumento 1 más que j .

Fig. 5. Descripción de Alumno, que fue uno de los casos excepcionales en los que se produjeron los resultados esperados; expansión de la Zona de Desarrollo Potencial

Es pertinente aclarar que además del material didáctico de apoyo, consistente en un cuaderno de notas, se utilizaron cuadrados (de 3 por 3 centímetros) de cartulina en los que se escribieron los elementos de las matrices participantes en el proceso; teniendo como propósito el facilitar la visualización del patrón de comportamiento en el desarrollo de la inducción ordinaria, para la obtención de las fórmulas representativas del método, y esto se aplicó en el taller en la RELME 23.

Conclusiones

Una de las observaciones que vale la pena destacar en la aplicación del experimento, es el hecho de que los participantes presentaron ciertas dificultades en el uso o aplicación del algoritmo, debido, muy probablemente a la falta de comprensión de una de las principales características de los algoritmos, y que se refiere a la generalización. Se les pidió que describieran con sus propias palabras la principal dificultad en el uso y aplicación de la formulación del método de descomposición LU; dicha formulación consiste de un par de expresiones generales que sirven para el cálculo de los elementos de las matrices L y U, respectivamente. Se pudo observar que en el momento de aplicar las fórmulas a los casos propuestos, se presentaban dificultades para el uso formal del algoritmo que define al método; así mismo, se observó en general, que los participantes se inclinaron por usar preferentemente a los elementos a partir de los cuales se llega a la formulación generalizada del método de descomposición LU; es decir, a llevar a cabo el producto de las matrices LU, en lugar de usar el proceso formal y que consiste en la correcta aplicación de las fórmulas del método. Por lo anteriormente expuesto, podemos concluir que se han presentado ciertas dificultades en el aprendizaje del método LU; y se observa que las expectativas y conocimientos previos del alumno (“herramientas técnicas”), se han podido presentar y manejar de manera adecuada, transformando los estímulos informativos que llegan del contexto; por lo que el problema podría radicar en la reestructuración del conocimiento en el interior del participante, mediante el uso de símbolos (herramientas psicológicas). Así pues, pensamos que no se produjeron los resultados esperados salvo en algunos casos aislados; en términos generales, no se consiguieron establecer los conocimientos estructurados, mediante el uso de mediadores, los cuales generarían en el alumno la Zona de Desarrollo Potencial, que permitiría acceder a nuevos aprendizajes y que a su vez, permitirían una cierta autonomía e independencia para conseguir la meta mas ambiciosa de la apropiación del conocimiento; es decir,

el metaconocimiento (aprender a aprender más). Este último argumento de la teoría sociocultural de Vygotsky, se pudo observar en los estudiantes, dado que ellos prefirieron solamente usar los conocimientos previos, ellos hablan de realizar el producto de matrices, cada vez que se les presente un caso de estudio para resolver por descomposición LU, en lugar de usar la formalización del método, en cuyo caso podrían haber internalizado el proceso.

Un aspecto muy importante al que se puede llegar a manera de conclusión, es que se presentaron ideas que conducen a una mejora en el diseño de la situación didáctica; y esta situación quedaría definida por la aplicación de una inducción ordinaria para la descripción y caracterización formal del método LU, mediante la que se espera que el sujeto se vea forzado a resolver problemas usando el método de descomposición LU; de tal forma que al aplicarla, el sujeto no conocerá otro proceso que el que se establece por las expresiones que definen al método formalmente; y de esta manera se produzca un mejor resultado en el crecimiento de la zona de desarrollo potencial en el estudiante. En el momento de escribir este documento, ya se ha puesto en práctica esta mejora de la situación didáctica y se espera tener resultados a finales de 2009, los cuales podrían ser presentados en la próxima RELME XXIV.

Una observación muy importante y aclaratoria es el hecho de que el sujeto ha descrito con sus propias palabras, lo que piensa de las dificultades o bondades para el aprendizaje del método de factorización LU; que en términos generales, se destaca el hecho de que se les ha dificultado la aplicación de las expresiones generales del método; a diferencia de la facilidad que tuvieron para realizar los productos de las matrices L y U cada vez que fuera necesario para resolver los casos que se les presentó (esto representa solamente el uso de las herramientas o herramientas técnicas); no obstante esta situación no asegura el hecho de que en un momento dado se produzca en el estudiante el proceso de reestructuración del conocimiento (mediante el uso de los símbolos o herramientas psicológicas) y de esa manera pueda internalizar, y hacer propio el proceso de aprender a adquirir aprendizajes mediante la expansión de su zona de desarrollo potencial.

Referencias bibliográficas

Cantoral, R. y Farfán, R. M. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6(1), 27-40.

Coll, C. (1993). *Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento*. Buenos Aires: Paidós.

Noddings, H. (1990) Constructivism in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1(4), 7-18.

Resnick, L. (1991). Shared Cognition: Thinking as Social Practice. En L. Resnick (Ed.) *Perspectives on Socially Shared Cognition* (pp. 1-20), Washington, D.C.: American Psychological Association.

Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Critica/Grijalbo.