

## E-LEARNING DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO PADRÃO SCORM

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald  
Universidade Luterana do Brasil  
iaqchan@ulbra.br; claudiag@ulbra.br

Brasil

**Resumen.** O objetivo desse trabalho foi investigar o desenvolvimento de uma sequência didática em formato eletrônico, com o conteúdo matemático de Análise Combinatória, utilizando a plataforma eletrônica de aprendizagem ILIAS e recursos metodológicos diferenciados, possibilitando gerar cenários individualizados de navegação. A metodologia de investigação consistiu no desenvolvimento de um e-learning com os principais conceitos do tema: Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples, Arranjo e Combinação Simples, com diferentes apresentações didáticas, resultando na organização de dezessete objetos de aprendizagem com os conceitos estudados. O e-learning desenvolvido proporcionou, aos alunos, a escolha entre os diferentes objetos multimidiáticos, possibilitando a continuação na sequência ou a revisão do conteúdo já estudado e o acompanhamento da sua aprendizagem, através de um Teste Adaptativo Computacional, valorizando a autoavaliação durante a realização dos estudos.

**Palavras chave:** educação matemática. análise combinatória. e-learning

**Abstract.** The goal of this study was to investigate the development of a didactic sequence in electronic format, with the mathematical content of Combinatorics, using electronic learning platform ILIAS and methodological resources, making it possible to generate individualized navigation scenarios. The research methodology consisted in developing an e-learning with the concepts of Enumeration, Permutation, and Combination in different didactic presentations, resulting in the organization of seventeen learning objects based on the concepts studied. The developed e-learning program provided the students a choice between the different multimedia objects, enabling the follow-up continuation in the presentation sequence or the revision of contents already studied and the monitoring of their learning, through a Computer-Adaptive Test, valuing the self-assessment during studies.

**Key words:** mathematics education. combinatorics. E-learning

### Introdução

Esse trabalho apresenta as atividades realizadas para o desenvolvimento de um *e-learning* (*eletronic learning*), no padrão SCORM (Sharable Content Object Reference Model), com o conteúdo de Análise Combinatória, direcionadas ao Ensino Médio, com o objetivo de investigar alternativas à apresentação sequencial e linear dos módulos de aprendizagem. Em uma apresentação linear os módulos (os conteúdos de um determinado campo de conhecimento) são apresentados em uma ordem sequencial prefixada com uma avaliação que finaliza a apresentação ou, em caso de não aprovação, a sequência é reiniciada e apresentada tal como anteriormente. O *e-learning* desenvolvido apresenta um modo alternativo, permitindo que cada estudante tenha a sua própria sequência, de acordo com suas preferências e necessidades didáticas.

## Análise Combinatória E Sua Didática

Segundo Ribnikov (1988) a Análise Combinatória estuda os conjuntos discretos e as configurações que podem ser obtidas a partir dos seus elementos, mediante certas transformações que causam mudanças na estrutura ou na composição dos mesmos. De maneira geral, pode-se dizer que é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações entre conjuntos discretos. Para Batanero, Godino e Pelayo (1996) a Análise Combinatória é um componente essencial da Matemática Discreta e, como tal, tem um importante papel na Matemática escolar. Também afirmam que, além da sua importância no desenvolvimento da ideia de probabilidade, a capacidade combinatória é um componente fundamental do pensamento formal.

Dentre as razões para o ensino da Análise Combinatória, descritas por Kapur (1970), destacam-se as oportunidades proporcionadas pelos problemas combinatórios como: os conceitos de contagem, a Modelagem Matemática, a possibilidade de conjecturar, contando sem contar através de generalizações, as otimizações; as aplicações nos campos das Ciências; o desenvolvimento de conceitos de relações, funções, classes de equivalência, isomorfismo; ajuda no desenvolvimento do pensamento combinatório que examina todas as possibilidades, enumera e encontra a melhor solução e, pelo planejamento adequado, trabalha com problemas que não dependem de cálculos complicados, permitindo que seja apresentado nos diversos níveis escolares.

A classificação do tipo de problema a ser tratado facilita na compreensão do mesmo e na identificação do método a ser utilizado para solucioná-lo. Batanero, Godino e Pelayo (1996) classificam os principais tipos de problemas, abordados nos estudos de Análise Combinatória, diferenciando-os nas seguintes categorias:

- ❖ De existência, onde se comprova a existência, ou não, de um determinado tipo de estrutura. Ex: O problema dos matrimônios: Ana conhece André, Jose e Carlos; Beatriz conhece Jose e Carlos; Carmem conhece Carlos, Antonio e Julio; Daniela conhece André e Jose; Elisa conhece Carlos, Jose e André; Leticia conhece Antonio, João e Francisco. É possível achar um marido para cada moça entre os rapazes que elas conhecem?
- ❖ De enumeração, onde são enumerados ou listados os elementos que possuem determinada propriedade. Ex: Temos que escolher as cores de uma bandeira para um novo país. A bandeira tem 2 faixas de cores distintas que devem ser escolhidas entre as cores: azul, vermelho e amarelo. Para escolher qual bandeira é a mais bonita, faça a todas as bandeiras possíveis;

- ❖ De contagem, onde é determinado o número de elementos que possuem uma ou várias propriedades. Ex: O dominó tem 2 tipos de peças, as peças duplas, os dois lados tem números iguais, e as ordinárias, os dois lados tem números diferentes. Quantas peças ordinárias tem a soma dos seus lados igual a seis?
- ❖ De classificação, onde, devido a inviabilidade de contagem, é feita uma classificação mediante relações apropriadas. Ex: Quantos inteiros entre 0 e 1000 não são divisíveis por 2 e 3?
- ❖ De otimização, quando é possível associar uma função ao conjunto solução, a qual induz no conjunto uma ordem total, podendo então considerar as noções de máximo e mínimo. Ex: Na informática, problemas como o algoritmo de busca linear em uma lista ordenada com  $n$  elementos, executa  $n$  operações de comparação entre os elementos da lista e o elemento procurado. A otimização ao problema através de uma *busca binária*, executa para o pior caso,  $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$  operações, ou seja, tem uma complexidade computacional  $O(\log_2 n)$ , que é bem inferior a complexidade  $O(n)$  da busca linear.

A classificação dos problemas em Análise Combinatória é um facilitador, pois a compreensão do tipo de problema ajuda na escolha da estratégia mais apropriada a ser utilizada na resolução do mesmo.

Para os problemas de contagem, Dubois apud Batanero, Godino e Pelayo (1996) propõe três estratégias:

- *seleção de uma amostra* a partir de um conjunto de objetos - dado um conjunto de  $n$  elementos distintos, são feitos agrupamentos de  $r$  elementos selecionados;
- *colocação de objetos em casas* - dado um conjunto de  $n$  elementos distintos, são selecionados  $r$  elementos que são distribuídos em  $k$  posições ou casas;
- *partição de um conjunto* de objetos em subconjuntos – dado um conjunto de  $n$  elementos distintos, são selecionados  $r$  elementos que são distribuídos em  $k$  posições ou casas, considerando-se os elementos nas casas como subconjuntos ordenados tem-se cada distribuição como uma partição ordenada de elementos distintos em subconjuntos ordenados.

A distinção entre os modelos estratégicos é essencial do ponto de vista matemático, pois os objetos e representações dos problemas são distintos e estão diretamente associados aos procedimentos e técnicas a serem empregados na solução dos problemas. Segundo Fischbein e Gazit apud Batanero, Godino e Pelayo (1996) o conceito do Princípio Fundamental da Contagem ou Arranjos com e sem repetição de elementos pode ser explorado com o uso de

números, letras e figuras geométricas. Em seus estudos 80% dos alunos, nas idades de 10 a 15 anos, construíram a árvore de possibilidades sem nenhum tipo de ajuda. Uma vez que seja introduzido o Princípio Fundamental da Contagem é aconselhável a introdução do conceito de Permutações Simples, cuja solução consiste na mudança da ordem dos elementos, a estratégia para a dedução da fórmula e sua conexão com a Árvore de Possibilidades. Os mesmos autores identificaram que os alunos têm maiores dificuldades para os conceitos de Permutação e Arranjo com repetição, seguido de Arranjos e Combinações Simples. Quanto à natureza dos objetos a serem manipulados, após os alunos estarem acostumados a operar com números e letras, é possível fazer uso de objetos como bandeiras e comissões.

Em síntese, a organização de uma sequência didática com o conteúdo de Análise Combinatória, segundo Batanero, Godino e Pelayo (1996), levando em conta as diversas categorias de problemas e as possíveis estratégias a serem usadas, deve iniciar-se por situações introdutórias aos conceitos combinatórios, onde seja possível a enumeração sistemática de todas as configurações com um número de possibilidades não elevado. A partir da capacitação em resolver tais problemas é possível a compreensão dos algoritmos de geração sistemática de todas as possibilidades.

### Sequência Didática Com Análise Combinatória

Os modos de apresentação, na figura 1, mostram uma sequência linear e uma sequência alternativa com multicaminhos, onde cada conteúdo A, B e C pode ser apresentado, aos estudantes, de três maneiras diferentes. As setas em negrito mostram como um estudante poderia acessar os módulos dos três conteúdos, criando uma sequência de navegação individual entre os conteúdos a serem estudados. Caso a sequência seja reiniciada, os mesmos conteúdos serão apresentados de modo que o aluno possa acessar outros objetos de aprendizagem, criando um novo caminho de navegação.

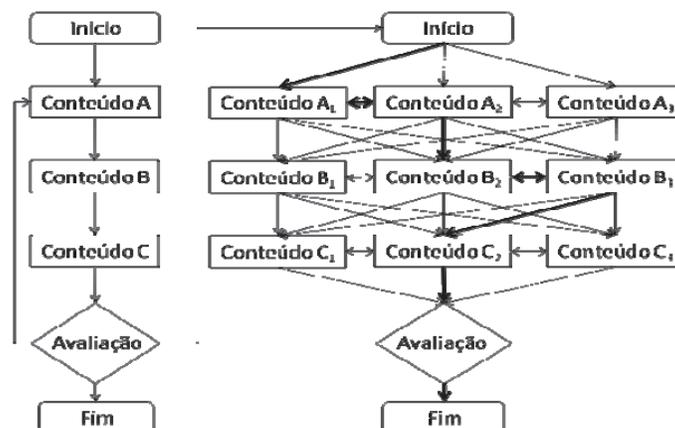


Figura 1: Sequência linear e Sequência alternativa de multicaminhos

Dentro de uma proposta concreta de trabalho, desenvolveu-se um e-learning que possa ser utilizado por qualquer instituição de ensino, para tal adotou-se o padrão SCORM como diretriz para os objetos de aprendizagem e para a sequência eletrônica.

### SCORM

O padrão SCORM é um conjunto das melhores práticas em *e-learning* com contribuições contínuas de entidades como *Alliance of Remote Instructional Authoring & Distribution Networks for Europe (ARIADNE)*, *Aviation Industry CBT Committee (AICC)*, *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, *Learning Technology Standards Committee (LTSC)* e *IMS Global Learning Consortium Inc.* e sob a gerência da *Advanced Distributed Learning Initiative (ADL)*. As principais características são a portabilidade e a granularidade. A portabilidade é a característica que possibilita que um *e-learning* possa ser apresentado em diferentes plataformas de ensino, que adotem o padrão SCORM, mantendo a ideia do objetivo instrucional proposto pelo seu desenvolvedor. A granularidade é a característica que permite que os módulos possam ser utilizados na composição de outras sequências, para tal é necessário que os conteúdos apresentados nos módulos sejam independentes de um contexto específico ou de outros módulos para a compreensão e aprendizagem do conceito abordado.

### Teste adaptativo computacional

As avaliações com fins educativos consistem, essencialmente, em determinar as mudanças qualitativas por que passam os aprendizes, em termos de aquisição de aprendizagens, portanto a avaliação da aprendizagem é o processo de determinar em que medida ou grau se conseguem tais mudanças, possibilitando, assim, um juízo de valor acerca da qualidade dessas supostas mudanças (ANDRIOLA, 2008). Nesse sentido, os testes que se fundamentam em um *score* bruto, nos quais os resultados dependem do conjunto de itens que compõem o instrumento de medida, ou seja, as análises e interpretações estão associadas à prova como um todo, característica principal da Teoria Clássica do Teste, torna inviável a comparação entre indivíduos que não foram submetidos aos mesmos testes (ANDRADE, TAVARES e VALLE, 2000), não sendo a melhor alternativa para identificar habilidades e competências. Uma estimativa mais eficiente pode ser conseguida quando se apresentam questões compatíveis com os respondentes.

Segundo Baker (2001), as habilidades, competências e inteligências são consideradas pela Psicologia como variáveis latentes, não visíveis, ou seja, são abstratas, portanto não são passíveis de uma medição direta, logo, do ponto de vista psicométrico, a Teoria de Resposta ao Item (TRI), com seus modelos probabilísticos, apresenta-se como uma alternativa eficaz para a identificação das habilidades e competências.

No *e-learning* desenvolvido utilizou-se de Testes Adaptativos Computacionais (TAC), com base na TRI, como recursos didáticos para o acompanhamento da aprendizagem. Um TAC, segundo Costa (2009), é um sistema que apresenta, como um examinador humano faria, questões com níveis de dificuldades adequadas ao desempenho do estudante, com a intenção de estimar o conhecimento ou a proficiência do indivíduo, em uma determinada área de conhecimento.

Para um TAC é necessário um banco de questões com uma boa qualidade psicométrica, para uma melhor estimativa das habilidades do respondente, e um algoritmo de seleção das questões a serem apresentadas.

O desenvolvimento do banco de questões foi baseado em um estudo realizado por Homa (2011) com o objetivo de identificar os tipos de problemas de Análise Combinatória, classificando-os em cinco níveis de dificuldade, em uma escala de 1 a 5. O desenvolvimento do TAC permitiu, além do uso de questões de múltipla escolha, questões com respostas discretas, necessariamente números inteiros, que diminuíram as probabilidades de acerto casual nas questões do teste. Foi adotada como premissa básica, a compatibilidade com pacotes de *e-learning* desenvolvidos no padrão SCORM, permitindo a utilização por quaisquer instituições que possuam, em seu ambiente de aprendizagem eletrônica, plataformas de apresentação compatíveis com o padrão. A ferramenta, como teste, também possui um caráter generalista podendo ser usado com conteúdos de qualquer campo de conhecimento. A figura 2 apresenta um exemplo de uma questão de Arranjo Simples do TAC.

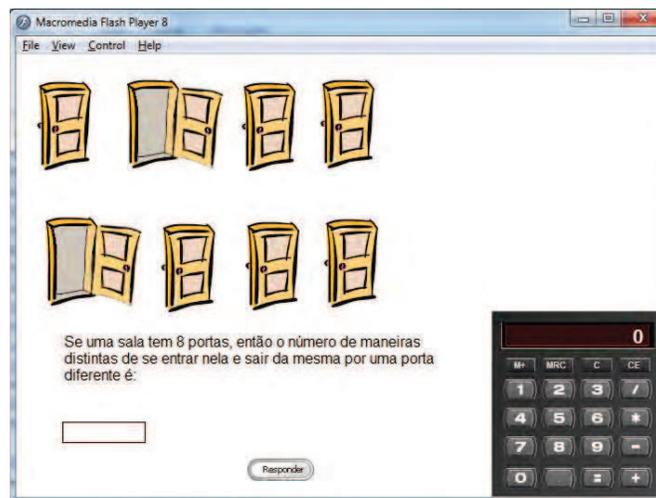


Figura 2 - questão com imagem auxiliar e resposta discreta.

### Objetos de aprendizagem

A sequência desenvolvida introduz os conceitos da Análise Combinatória através de situações problema com as atividades sugeridas pelos estudos de Batanero, Godino e Pelayo (1996).

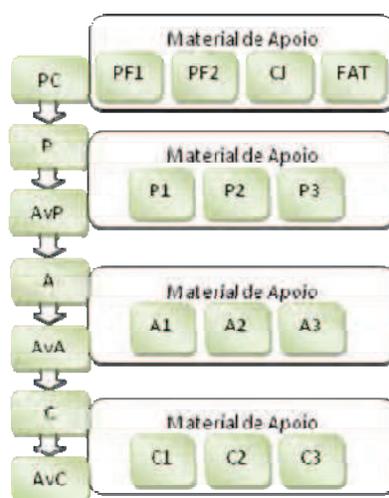
Foram disponibilizados objetos de aprendizagem, em uma abordagem construtivista, com atividades interativas para a realização de agrupamentos com elementos geométricos com a intenção facilitar a generalização dos problemas.

Também foram desenvolvidos objetos de aprendizagem com um material mais explicativo com a apresentação formal dos conceitos e suas fórmulas para cálculo do número de agrupamentos para os principais problemas combinatórios para uma recuperação de conceitos que os alunos podem acessar de acordo com suas necessidades dicáticas.

A sequência foi organizada em quatro módulos: Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples, Arranjo Simples e Combinação Simples. O acompanhamento da aprendizagem foi realizado, ao final de cada módulo, através do TAC desenvolvido, apresentado ao aluno quando o mesmo estivesse seguro para submeter-se à avaliação, exceto no módulo do Princípio Fundamental da Contagem que não possui um teste associado.

Ao final do teste, a interface informa ao aluno a estimativa da sua habilidade baseada na Teoria de Resposta ao Item. Adotou-se a linha de corte da habilidade em 3, dentro de uma escala de 1 a 5, ou seja, a atividade avaliação é considerada *satisfeita* para um valor igual ou superior a 3.

Na figura 3 apresenta-se a organização dos módulos de estudo e os objetos de aprendizagem para a sequência didática com o conteúdo de Análise Combinatória, a legenda apresenta a nomenclatura dos conceitos utilizados no diagrama.



Atividade	Nomenclatura	Atividade	Nomenclatura
Princípio da Contagem	PC	Arranjo	A
Contagem_compl_1	PC1	Arranjo_compl_1	A1
Contagem_compl_2	PC2	Arranjo_compl_2	A2
Contagem_Conjuntos	CJ	Arranjo_compl_3	A3

<b>Contagem Fatorial</b>	FAT	<b>Avaliação Arranjo</b>	AvA
<b>Permutação</b>	P	<b>Combinação</b>	C
<b>Permutacao_compl_1</b>	P1	<b>Combinacao_compl_1</b>	C1
<b>Permutacao_compl_2</b>	P2	<b>Combinacao_compl_2</b>	C2
<b>Permutacao_compl_3</b>	P3	<b>Combinacao_compl_3</b>	C3
<b>Avaliação Permutação</b>	AvP	<b>Avaliação Combinação</b>	AvC

Figura 3 - Organização dos objetos de aprendizagem.

Para essa sequência didática foram utilizados vinte objetos de aprendizagem, três objetos de uso público da iniciativa RIVED (Rede Internacional Virtual de Educação) e dezessete desenvolvidos, abordando os principais conceitos da Análise Combinatória: o Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples, Arranjo Simples e Combinação Simples. Os objetos de aprendizagem dos conceitos necessários para a resolução de problemas de contagem foram desenvolvidos em *Flash* e *actionscript 2.0*, e as atividades interativas são do tipo clicar e arrastar, permitindo a organização dos elementos como nas atividades com objetos concretos.

Cada objeto de aprendizagem é organizado em uma sequência de problemas com uma atividade interativa associada e conta com o recurso auxiliar dos vídeos tutoriais com suporte de áudio ou legendas, que demonstram a solução dos problemas apresentados.

A figura 4 apresenta um problema de Permutação Simples com a atividade interativa relacionada.



Figura 4 - Problema de Permutação Simples com a atividade interativa associada.

O *e-learning* desenvolvido foi implementado na plataforma eletrônica de aprendizagem ILIAS, e encontra-se disponível no endereço <http://matematica.ulbra.br/ilias>. O ILIAS foi escolhido, para o desenvolvimento do *e-learning*, por ser uma plataforma de uso livre e em conformidade com o padrão SCORM desde o ano de 2007.

### Referências bibliográficas

- Andrade, Dalton Francisco; Tavares, Heliton Ribeiro; Valle, Raquel da Cunha. (2000). *Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações*. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística.
- Andriola, Wagner Bandeira. (2008). Uso de la teoría de respuesta al ítem (TRI) para analizar la equidad del proceso de evaluación de aprendizaje docente. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa 1(1)*. Recuperado em 18 de janeiro de 2011 de <[http://www.rinace.net/riee/numeros/vol1-num1/art12\\_hm.html](http://www.rinace.net/riee/numeros/vol1-num1/art12_hm.html)>
- Baker, F. B. (2001). *The basics of item response theory*. Washington, DC: Eric.
- Batanero, Carmen; Godino, Juan Díaz; Pelayo, V. Navarro. (1996). Razonamiento combinatorio em alumnos de secundaria. *Educación Matemática 1*, 26-39.
- Costa, D. R. (2009). *Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.
- Homa, Agostinho Iaquan R. (2011). *Testes Adaptativos no padrão SCORM com Análise Combinatória*. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Brasil.
- Kapur, J. N. (1970). Combinatorial analysis and school mathematics. *Educational Studies in Mathematics 3*, 111-127.
- RIBNIKOV, K. *Análisis Combinatorio*. Moscou: Mir.
- SCORM 2004 3rd Edition Content Aggregation model. Recuperado em março de 2010 de <http://www.adlnet.gov/resources#Tab-Technical-Documentation>.
- SCORM 2004 3rd Edition Sequencing and Navigation. Recuperado em março de 2010 de <http://www.adlnet.gov/resources#Tab-Technical-Documentation>.
- SCORM 2004 3rd Edition Run-Time Environment. Recuperado em março de 2010 de <http://www.adlnet.gov/resources#Tab-Technical-Documentation>.