

## DISEÑO Y DESARROLLO DE SOFTWARE EDUCATIVO PARA CÁLCULO NUMÉRICO

María Eva Ascheri, Rubén Pizarro, Gustavo Astudillo, Pablo García, Eugenia Culla  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa      Argentina  
mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar, ruben@exactas.unlpam.edu.ar

**Resumen.** En el marco de actividades de investigación, hemos diseñado y desarrollado un software educativo que utilizamos como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de temas de Cálculo Numérico, que se dicta en carreras de Matemática, Física e Ingeniería Civil. Pretendemos que este software guíe a los estudiantes funcionando como apoyo a la explicación del profesor. Sus principales características son: su disponibilidad en Internet y la utilización de herramientas libres para su elaboración. En este trabajo, presentamos resultados que surgen a partir del uso de este software y de encuestas realizadas a los estudiantes de Cálculo Numéric.

**Palabras clave:** software educativo, cálculo numérico

**Abstract.** In the framework of research activities, we have designed and developed an educational software that is used as didactic resource for teaching and learning topics of Numerical Calculus, dictated in careers of Mathematics, Physics, and Civil Engineering. This software is expected to be used as a guide for students to support teacher's explanation. Its main features are: its availability on the Internet and the use of free tools for developing. In this papers, we report results arising from the use of this software also surveys to students of Numerical Calculus.

**Key words:** educational software, numerical calculus

### Introducción

En el curso de Cálculo Numérico se estudian diferentes métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales, sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, aproximación e interpolación, derivación e integración numérica. El desarrollo de estos temas demanda a los estudiantes el aprendizaje de una gran cantidad de contenidos, que incluyen métodos y fórmulas. Esto hace que, frecuentemente, los estudiantes realicen los cálculos matemáticos aplicando las fórmulas sin efectuar un análisis detallado del comportamiento de cada método, según la situación problemática abordada y los resultados obtenidos. Este análisis es de gran importancia para facilitar la comprensión y permitir un aprendizaje significativo (Ausubel y Novak, 1978), en beneficio del uso de estas temáticas en aplicaciones futuras.

Sin duda, la aplicación de software educativo como el que ya hemos elaborado en investigaciones previas y que los estudiantes han utilizado en la realización de sus actividades, es de gran importancia para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las temáticas que se abordan en Cálculo Numérico (Pizarro y Ascheri, 2009).

No obstante, el software que hemos desarrollado en dichas investigaciones previas, presenta ciertos inconvenientes en lo que se refiere a su distribución y a su funcionamiento óptimo. Esto se debe, fundamentalmente, en el primer caso, a los costos del software adicional que se

requiere para su uso y en el segundo, a los escasos conocimientos informáticos específicos que los estudiantes poseen, ya que pertenecen a los primeros años de carreras universitarias no informáticas (Matemática, Física e Ingeniería).

Por otro lado, en la actualidad, un gran número de alumnos, además de realizar las actividades que son propias de un estudiante universitario, están insertos en diferentes sectores laborales, lo que hace que dispongan de menos tiempo libre en los horarios convencionales de cursado. Contar con un software de acceso por medio de Internet, les proporciona una oportunidad muy valiosa de poder desarrollar sus actividades académicas en el horario que dispongan o crean más conveniente, sin tener que instalar software muy costoso o incluso adquirir equipos de computación con requerimientos de hardware elevados. Además, una interfase en línea es más familiar para el estudiante actual, habituado a la utilización de los servicios de chat, correo electrónico, navegación y demás, y a la que puede acceder en una mayor disponibilidad horaria.

### Desarrollo

En el marco de actividades de investigación, desarrollamos un software educativo con herramientas libres. Para ello, utilizamos PHP, HTML, CSS, la librería JGraph y GIMP. Cuando comenzamos con el desarrollo de esta aplicación, una de nuestras metas era que la misma se pudiera usar libremente como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de algunos métodos numéricos, en donde se mostrase de forma numérica y gráfica el comportamiento de los mismos.

De nuestra experiencia lograda a partir del desarrollo de un Proyecto de Investigación anterior (Pizarro y Ascheri, 2009), de la búsqueda y análisis de material disponible en línea sobre las temáticas que se abordan en un curso de Cálculo Numérico (Ascheri, Pizarro, Astudillo, García y Culla, 2007), y de la identificación de aquellos contenidos que resultan de más difícil comprensión para los estudiantes, fue que decidimos incluir los temas “Métodos para la resolución de ecuaciones no lineales”; “Interpolación y aproximación polinomial” y “Ajuste de curvas por mínimos cuadrados”.

El desafío que nos planteábamos no se centraba únicamente en desarrollar una aplicación Web. Además, debería ser un software educativo, considerando la definición indicada por Pere Marquès (1996, p.2): *“programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje”*.

Teniendo esto como referencia, avanzamos en la selección de herramientas de libre acceso que nos permitieran desarrollar un software libre. Esto es, *“el software libre es aquél que puede ser distribuido, modificado, copiado y usado; por lo tanto, debe venir acompañado del código fuente*

para hacer efectivas las libertades que lo caracterizan” (Culebro Juárez, Gómez Herrera, Torres Sánchez, 2006).

Considerando los aspectos anteriores, elaboramos el primer prototipo –opciones para el cálculo de raíces de ecuaciones no lineales– (Ascheri, Pizarro, Astudillo, García y Culla, 2008). Luego, realizamos un proceso de evaluación que nos permitió detectar debilidades y fortalezas de la aplicación y generar así, un segundo prototipo –se le agrega la opción de interpolación polinomial (Ascheri, Pizarro, Astudillo, García y Culla, 2010).

Partiendo de la evaluación mencionada en el párrafo anterior y a partir de la aplicación del software en el aula, pudimos evolucionar hasta completar la aplicación –se le incorpora la opción de ajuste de curvas por mínimos cuadrados (Ascheri, Pizarro, Astudillo, García y Culla, 2011). La versión actual del software incluye los contenidos presentados en la Figura 1:

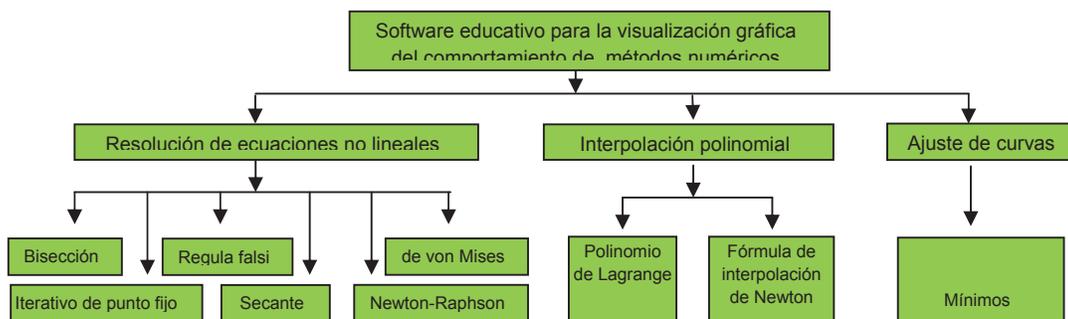


Figura 1: Cuadro de contenidos que aborda el software desarrollado

Al software se puede acceder en <http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/>.

A continuación, haremos una síntesis de los resultados que ofrece el software educativo de elaboración propia. Al ingresar al software tendremos la pantalla dada en la Figura 2:



Figura 2: Pantalla inicial del software

Ingresando a la opción “Cálculo de raíces”, podremos acceder a cualquiera de los seis métodos disponibles. Al seleccionar, por ejemplo, el método de “Newton-Raphson” aparecerá una ventana en la cual se deberán ingresar los datos necesarios para implementarlo (Figura 3).



Figura 3: Pantalla del método de Newton-Raphson

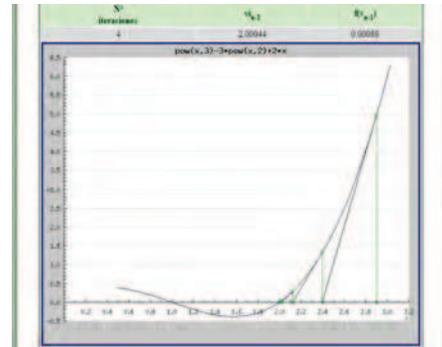


Figura 4: Gráfico que muestra las iteraciones

Al seleccionar la opción “Aplicar el método”, se obtienen sucesivas imágenes en las cuales se representan la gráfica de la función y las correspondientes aproximaciones a la raíz que se está buscando (Figura 4). Finalmente, se mostrarán los datos numéricos relacionados con la resolución del problema propuesto. Si elegimos alguno de los otros métodos, el software responde de manera similar de acuerdo al problema a resolver.

Si al iniciar el software (ver Figura 2), elegimos la opción “Interpolación” y seleccionamos, por ejemplo, “Polinomio de Lagrange”, obtenemos la Figura 5:

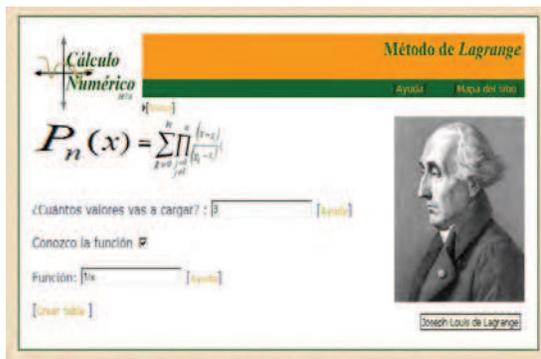


Figura 5: Pantalla inicial del método de Lagrange

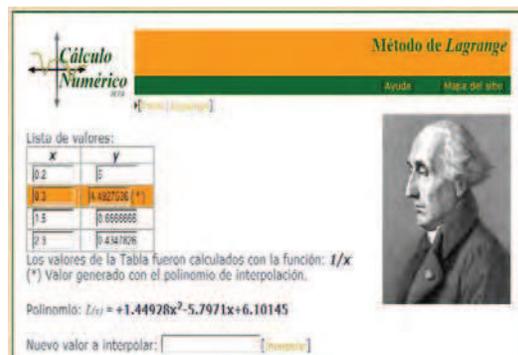


Figura 6: Selección de datos a interpolar

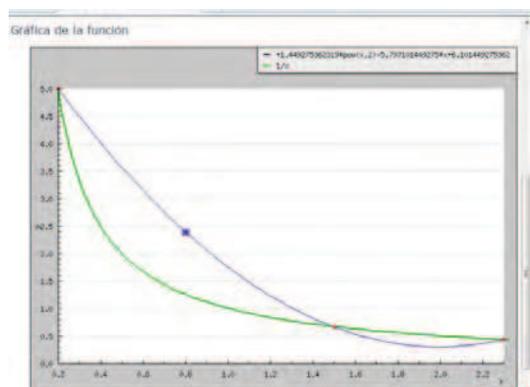


Figura 7: Gráfico del polinomio de interpolación

En este caso, podemos elegir la opción de interpolar aplicando la fórmula de Lagrange. Ingresamos la función, los valores en la cual la queremos calcular y el valor a interpolar, obtendremos los resultados que se muestran en las Figuras 6 y 7 (numéricos y gráficos).

Análogamente, al iniciar el software (ver Figura 2) se podrá seleccionar la opción “Ajuste de curvas”, a partir de la cual se podrá ajustar una curva por el método de Mínimos cuadrados, seleccionando un ajuste polinómico o exponencial, y presentará luego los gráficos obtenidos.

Como se desprende de las figuras anteriores, es necesario considerar una serie de requerimientos para aplicar los métodos numéricos. Una vez que el usuario determine estos requerimientos, verá si la respuesta obtenida es adecuada o no, de acuerdo al problema que pretende resolver. Pretendemos así, que el alumno realice una revisión de los conceptos teóricos para confirmar por qué un método está funcionando o no, cuál de los métodos resulta más adecuado para resolver el problema en cuestión y hacer un análisis gráfico de cómo se obtienen los resultados.

Resulta evidente que la aplicación de elementos gráficos realiza un importante aporte al proceso de enseñanza y aprendizaje. El volumen de información que el estudiante recibe es mayor y de mejor calidad en determinados casos. Por ejemplo, podemos invertir mucho tiempo en describirle a un estudiante un paisaje determinado, pero mostrarle material fotográfico generará un nivel de percepción enormemente mayor, además de proporcionar una calidad de aprendizaje diferente. En informática, se han utilizado y desarrollado herramientas gráficas con el objetivo de facilitar las tareas de análisis y diseño de sistemas por consideraciones similares. En matemática, el análisis de la forma gráfica en que se comportan las funciones se encuadra en el mismo renglón. Como opinan Suárez y Cordero (2005), la graficación permite articular el uso de la modelación y de la tecnología en actividades matemáticas. Adicionalmente, según Zazkis, Dubinsky y Dautermann (1996), mostrar el comportamiento analítico y visual de forma integrada, puede ser necesario para comprender mejor ciertos conceptos matemáticos.

Este software es utilizado en las clases teóricas y prácticas. En estas últimas, se resuelven ejercicios de los trabajos prácticos y de las evaluaciones parciales, mientras que para el desarrollo de la teoría, se usa como herramienta pedagógica colaborativa para la interpretación geométrica de los métodos numéricos estudiados, para el planteo y desarrollo de nuevos ejemplos, entre otros.

## Resultados obtenidos

Transitando el quinto año en el que utilizaremos el software en el curso de Cálculo Numérico, hemos obtenido información sobre el impacto del mismo en el desarrollo de las clases. Realizamos encuestas y registramos observaciones de clases, además de considerar los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales.

Del análisis de las encuestas realizadas en el año 2009, podemos decir que los estudiantes, en su gran mayoría, señalan:

- *Es muy positivo la inclusión del software en el desarrollo de las clases.*
- *El software me facilitó la comprensión de los diferentes métodos vistos.*
- *Me resultó fácil comprender su funcionamiento.*
- *Es muy importante poder acceder al mismo por medio de Internet, porque no tengo que instalar software adicional en mi computadora y además, lo puedo usar fuera de los horarios de cursado.*

Las respuestas a las encuestas fueron positivas. Sin embargo, de las observaciones de las clases podemos señalar los siguientes aspectos:

- Varios estudiantes afirman “...esto de las computadoras no es para mí...”, al momento de tener que utilizarlas en sus actividades.
- La mayoría de los estudiantes siguen utilizando la calculadora por sobre la computadora para la realización de cálculos.
- Ante la posibilidad de realizar reiterados intentos con diferentes valores en el software, existe una tendencia a quedarse con el primer resultado obtenido, lo que dificulta la extracción de conclusiones.

Como veremos en la Figura 8 y a partir de la encuesta realizada posteriormente en el año 2011, los estudiantes usaron las ayudas de la aplicación y el software fuera de la Facultad.



Figura 8: Respuesta de los estudiantes en las encuestas

En la siguiente tabla mostramos las diferentes opiniones de los estudiantes sobre la utilización del software durante el desarrollo de la materia. Se preguntó:

¿Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales? Justifique su respuesta.

Respuestas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sí, porque muestra el resultado al que uno debe llegar y gráficamente muestra como resuelve cada método implementado.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si, tal vez por la rapidez de los cálculos que a mano llevan más tiempo hacia que uno se pueda enfocar en el análisis de los mismos...y no preocuparse en la resolución...o en un posible error de cuentas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sí, sobre todo para ver una solución gráfica y para corroborar resultados</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Creo que la explicación teórica estuvo clara pero al momento de la práctica es útil para ahorrarse un montón de cálculos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si, ya que te brinda las soluciones detalladas por cada iteración y los resultados en caso de que no llegues al objetivo manualmente... así puedes entender el comportamiento de cada método...</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si... sobre todo porque, particularmente, no estoy a favor de realizar cálculos repetitivos y tediosos a fin de hallar algún tipo de solución, sino que el verdadero sentido se encuentra en poder comprender para que sirve, así como los usos a futuro que se pueden dar. También, es interesante la comparación entre los distintos métodos y mediante la utilización del programa se podrían establecer estos análisis comparativos.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Totalmente, el software funciona eficientemente para la comprensión e interpretación de los métodos, la representación gráfica de cada uno de ellos ayuda mucho</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A modo de comprobación, o también para entender como trabajaba el error de la formula de Newton cuando no conocía la función.</li> </ul>

Tabla 1: Opinión de los estudiantes sobre la utilización del software

Por lo que expresan los estudiantes en las diferentes instancias, podemos decir que si bien conocen y acuerdan con la incorporación de TIC en sus actividades de estudio, reconocen ciertas dificultades en el uso de las computadoras, en la mayoría de los casos, por no tener experiencias previas. Sólo la han utilizado en la realización de actividades complementarias u optativas. Esto coloca a las computadoras en un rol secundario y no como una herramienta de apoyo para construir sus aprendizajes.

Como integrantes de la cátedra de Cálculo Numérico y del grupo de investigación, podemos afirmar que trabajar en este software nos ha permitido incorporar herramientas de programación y contar en la actualidad con nuevos instrumentos didácticos para el desarrollo de los contenidos temáticos.

## Conclusiones

El software educativo que hemos elaborado es una aplicación gratuita que corre en un entorno Web con mínimos requerimientos y puede ser usado para la enseñanza y el aprendizaje de métodos numéricos, donde se muestra de forma numérica y gráfica el comportamiento de éstos.

Si bien ha sido positiva la implementación de este software en el desarrollo de Cálculo Numérico, aún la utilización de las computadoras no es considerada por los estudiantes como un proceso natural; siguen priorizando el uso de lápiz, papel y calculadora. Dado que esta materia se cursa en tercer año del Profesorado en Matemática, los estudiantes han transcurrido al menos 15 años en un sistema educativo en el cual, en sus actividades, mantienen tareas netamente tradicionales. La mayoría de nuestros estudiantes serán Profesores de Matemática de Nivel Medio y encargados de incorporar nuevas formas de enseñar y aprender, por lo cual sus experiencias con la inclusión de tecnologías en sus clases deberían ser más frecuentes, pudiendo de esta forma aceptar y mejorar su manejo de la computadora y de diferentes software. Las nuevas políticas diseñadas para la inclusión de TIC demandan que los profesores estén capacitados para usarlas. Con la realización de experiencias como la del presente trabajo, tratamos de aportar a este objetivo.

Continuar con la elaboración del software educativo ampliando los contenidos a desarrollar, incorporándolo a otras asignaturas y analizando la metodología de trabajo, son seguramente líneas de trabajo que nos permitirán aproximarnos al logro de los cambios en Educación que se pretenden conseguir. Creemos necesario investigar cuál es el impacto del uso del software en el rendimiento académico de los estudiantes, por lo que incluimos también este tema entre las futuras líneas de investigación.

## Referencias bibliográficas

- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A., Astudillo, G. J., García, P. y Culla, M. E. (2007). Relevamiento de software en línea para la enseñanza-aprendizaje de métodos numéricos. Herramientas para su desarrollo. V *CIEMAC* (pp. 20-24). Cartago. Costa Rica.
- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A., Astudillo, G. J., García, P. y Culla, M. E. (2008). Un software educativo con herramientas libres y acceso Web para temas de Cálculo Numérico: un primer prototipo. II *REPEM* (pp. 223-230). Santa Rosa: EdUNLPam.
- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A., Astudillo, G. J., García, P. y Culla, M. E. (2010). Resolución de ecuaciones no lineales e interpolación numérica usando software educativo elaborado con herramientas gratuitas. III *REPEM* (pp. 476-483). Santa Rosa: EdUNLPam.

- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A., Astudillo, G. J., García, P. y Culla, M. E. (2011). Software educativo desarrollado para temas de Cálculo Numérico: Últimos avances. *XVI EMCI Nacional y VIII EMCI Internacional* (pp. 1-8). Olavarría. Argentina.
- Ausubel, D. P. y Novak, J. D. (1978). *Educational Psychology: "A Cognitive View"*. New York: Holt, Rinerhart and Winston.
- Culebro Juárez, M., Gómez Herrera, W. y Torres Sánchez, S. (2006). *Software libre vs software propietario. Ventajas y desventajas*. México: Creative Commons. Recuperado el 16 de marzo de 2009 de <http://www.softwarelibre.cl/drupal//files/32693.pdf>.
- Marqués, P. (1996). *El software educativo*. España: Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 8 de febrero de 2010 de [http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques\\_software](http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software)
- Pizarro, R. A. y Ascheri, M. E. (2009). Diseño e implementación de un software educativo en Cálculo Numérico. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología* (3), 39-46.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2005). Modelación en matemática educativa. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18*, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Zazkis, R., Dubinsky, E. y Dautermann, J. (1996). Coordinating visual and analytic strategies: a student's understanding of the Group D4. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 435-457.