

## Resolução de problemas aditivos: uma análise do papel da interação social na superação de dificuldades

Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa<sup>1</sup>  
crispeessoa@hotmail.com

### Resumo

*Este trabalho objetiva verificar o papel da interação social na resolução de problemas matemáticos de estrutura aditiva, observando mudanças de estratégias em função da possibilidade de interação aluno-aluno, que é a variável independente deste estudo. Os resultados mostram que a interação tem efeito importante sobre os procedimentos de resolução de problema no campo conceitual acima aludido. Tal efeito traduzindo-se principalmente por mudanças de procedimentos de resolução de problemas das duplas estudadas, e na alteração positiva do nível de desempenho dos sujeitos, no campo conceitual das estruturas aditivas.*

**Palavras-chave:** Resolução de problemas, problemas aditivos, interação social, mudança de estratégias de resolução.

### Os problemas aditivos

A compreensão e o desenvolvimento de conceitos matemáticos pelas crianças auxilia na resolução de problemas, não só matemáticos mas também, de um modo geral, de outras disciplinas, bem como aqueles que aparecem na sua própria vivência.

Gérard Vergnaud acredita que os conceitos desenvolvidos por uma criança são inseridos em *campos conceituais* (Vergnaud, 1986). Um *campo conceitual* diz respeito à interação complexa entre um conjunto interligado de conceitos e um conjunto de situações de utilização desses conceitos. O domínio progressivo das situações, por parte do indivíduo, exige o concurso de uma certa variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas que se apresentam estreitamente conectadas.

Este autor afirma, que os conceitos envolvem um conjunto de situações-problema, que lhes dão significado psicológico; um conjunto de invariantes, que podem ser vistos como as propriedades lógico-operatórias, as quais permitem generalização e certo grau de transferência de aprendizagem; e, finalmente um conjunto de símbolos utilizados na representação do conceito (Carragher, Caraher e Schliemann, 1988). Esses aspectos formam um tripé (situações, invariantes e

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação pela UFPE.

Instituição atual: UFRPE (Universidade Federal Rural de Pernambuco) – Professora do Departamento de Educação.

Linha de Pesquisa: Desenvolvimento de conceitos matemáticos nas séries iniciais

representações) e estão intimamente interligados, isto é, um conceito não se desenvolve isoladamente e sim, nas relações com outros conceitos, através dos diferentes tipos de problemas que utilizam vários contextos e simbolismos. Isso ajudará no desenvolvimento da capacidade de relacionar situações.

O *campo conceitual das estruturas aditivas* é constituído de situações que envolvem a adição e a subtração isoladamente ou a combinação dessas operações, bem como outros conceitos matemáticos. Vergnaud afirma que a primeira perspectiva conceitual de subtração, de uma criança, tem conexão estreita com a idéia de decréscimo de uma quantidade, em função, por exemplo, de consumo, perda ou venda. As crianças enfrentam dificuldades para expandirem o significado da subtração de decréscimo ou de diminuição para outros diferentes casos como, por exemplo, a comparação ou a diferença. Esses casos exigem da criança a competência para a realização do *cálculo relacional*, que a capacita para a escolha da operação adequada ao que o problema propõe e para a realização do *cálculo numérico* correspondente.

Os grifos acima referem-se a uma diferenciação feita por Vergnaud, onde o mesmo distingue *cálculo numérico* de *cálculo relacional*, como diferentes competências para a resolução de problemas e operações. Os cálculos numéricos são as operações relacionadas às contas propriamente ditas. Os cálculos relacionais envolvem operações de pensamento necessárias para compreender os relacionamentos envolvidos na operação.

Ao analisarem as estratégias utilizadas pelas crianças e as dificuldades por elas encontradas para resolverem o cálculo relacional dos problemas de adição e de subtração, Vergnaud e Durand (1976) e Carpenter e Moser (1982), classificaram estes problemas.

Será analisada neste trabalho a classificação de Carpenter e Moser (1982). Estes autores classificam os problemas aditivos em quatro categorias básicas, que são subdivididas em dezesseis subcategorias dependendo do valor desconhecido na situação-problema, onde observam-se fatores de ordem semântica.

1- Problemas que envolvem combinação (“combine”): esses problemas descrevem um relacionamento estático entre duas quantidades e suas partes. Esse tipo de problema apresenta as seguintes variações:

Combinação - todo desconhecido

Ex.: Alexandre tem 8 bombons e Leandro tem 14. Quantos bombons eles têm ao todo?

Combinação - parte desconhecida

Ex.: Patrícia e Gabriel colecionam chaveiros. Eles têm juntos 22 chaveiros. Gabriel tem 14. Quantos chaveiros Patrícia tem?

2- Problemas que envolvem mudança (“change”): esse tipo de problema envolve um relacionamento dinâmico, pois, a partir de uma quantidade inicial e, através de uma ação direta ou indireta, causa-se um aumento ou diminuição na mesma. Vejamos suas variações:

Mudança - resultado desconhecido - situação de acréscimo

Ex.: Marília tinha 14 papéis de carta. Sua mãe lhe deu 8 papéis. Quantos papéis de carta Marília tem agora?

Mudança - resultado desconhecido - situação de decréscimo

Ex.: João tinha 22 bolas de gude. Jogando com seus colegas perdeu 14 bolas. Quantas bolas João tem agora?

Mudança - transformação desconhecida - situação de acréscimo

Ex.: Mamãe tinha 14 laranjas na fruteira. Foi à feira e comprou outras frutas. Agora a fruteira de mamãe tem 22 frutas. Quantas frutas ela comprou na feira?

Mudança - transformação desconhecida - situação de decréscimo

Ex.: Janaína tinha 22 lápis de cores. Na escola ela deu alguns para suas amigas. Janaína agora tem 8 lápis. Quantos lápis ela deu?

Mudança - série inicial desconhecida - situação de acréscimo

Ex.: Joana tinha algumas revistas. Seu tio chegou de viagem e trouxe-lhe de presente, para sua coleção, 8 revistas. Ela tem agora 22 revistas. Quantas Joana tinha antes?

Mudança - série inicial desconhecida - situação de decréscimo

Ex.: Carla tinha algumas bonecas. Ela deu 8 para sua prima e ficou com 14 bonecas. Quantas bonecas Carla tinha antes?

3- Problemas que envolvem igualização (“equalize”): esse tipo de problema envolve a mesma espécie de ação encontrada nos problemas de mudança, mas, existe, também, uma comparação envolvida. Problemas de igualização envolvem a mudança de uma quantidade para que as duas venham a ter a mesma quantidade ou o mesmo número de atributos. Apresenta as seguintes variações:

Igualização - acréscimo na quantidade menor

Ex.: Na casa de Adalberto existem 22 árvores e na de Roberto existem 14. Quantas árvores Roberto precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Adalberto?

Igualização - decréscimo na quantidade maior

Ex.: Na sala da 4ª série há 22 cadeiras e 14 mesas. Quantas cadeiras terei que tirar para ficar com a mesma quantidade de mesas e cadeiras, formando conjuntos de uma cadeira com uma mesa, na sala?

4- Problemas que envolvem comparação (“compare”): envolve a comparação entre duas quantidades. Nesse tipo de problema a diferença entre duas quantidades precisa ser encontrada. Ao contrário dos problemas de mudança e de igualização, que envolvem uma dinâmica, esses são estáticos. Apresentando as seguintes variações:

Comparação - diferença desconhecida - termo a mais

Ex.: Mariana e Túlio encontraram conchinhas na praia. Mariana achou 22 conchinhas e Túlio achou 14. Quantas conchinhas Mariana achou a mais que Túlio?

Comparação - diferença desconhecida - termo a menos

Ex.: Rômulo tem 22 anos e seu irmão, Dênis, tem 14. Quantos anos Dênis tem a menos que Rômulo?

Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a mais

Ex.: Vera comeu 22 brigadeiros; ela comeu 8 a mais que Solange. Quantos brigadeiros Solange comeu?

Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a menos

Ex.: Paula e Igor criam coelhos. Paula tem 22 coelhinhos e Igor tem 8 a menos que Paula. Quantos coelhos Igor tem?

Comparação - quantidade maior desconhecida - termo a mais

Ex.: Nilda tem 14 livros e Cláudio tem 8 livros a mais que ela. Quantos livros Cláudio tem?

Comparação - quantidade maior desconhecida- termo a menos

Ex.: Ana Paula tem 14 canetas. Ela tem 8 canetas a menos que Maria, sua prima. Quantas canetas Maria tem?

Como se pode observar nesses exemplos, um mesmo cálculo numérico, adição ou subtração, pode levar a diferentes cálculos relacionais, dependendo da estrutura do problema.

As considerações de Carpenter e Moser e as de Vergnaud geraram várias pesquisas em torno das estruturas aditivas. Os resultados mostram que, mesmo ao final das quatro primeiras séries do ensino fundamental ou ao final do curso de formação de professores, os alunos apresentam dificuldades quanto à compreensão dos problemas que envolvem estruturas aditivas, especialmente os de tipos mais complexos e que são menos utilizados pelos livros didáticos (César, 1990; Borba e Santos, 1996; Borba, Pessoa e Santos, 1997; 1998; 1999; Pessoa e Da Rocha Falcão, 1999; Nunes, Campos, Magina e Bryant, 2001).

A partir de resultados obtidos nas pesquisas dos autores acima citados, foi constatado que os problemas mais difíceis são aqueles de estruturas mais complexas, menos usuais em sala de aula e nos livros didáticos e os que os verbos que dão a informação numérica são semanticamente contrários à operação adequada à resolução do problema. Se o aluno não tiver uma verdadeira compreensão das relações implícitas no problema, ou seja, se não estiver atento aos cálculos relacionais, provavelmente ocorrerá o “erro”.

De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001), “é exatamente porque a educação pode modificar a realidade que o professor precisa ser um profissional que trabalha com base em evidências” (p.49). Baseado nestas evidências, torna-se, portanto, necessário que se tenha clareza sobre o papel da escola e do professor de buscar alternativas de superação destas dificuldades apresentadas. Esses dados precisam estar defasados amanhã.

As pesquisas vêm indicando as dificuldades. O presente estudo, porém, buscou, além das dificuldades, estudar um meio específico de superá-las, através de um contexto de atividade.

Acredita-se que a aprendizagem pode ocorrer de diversas formas. No caso da presente pesquisa, pretende-se investigar, especificamente, como os alunos podem vir a superar dificuldades, através de um processo interativo no qual participam dois companheiros de sala de aula e um experimentador, voltados para a resolução de problemas aditivos.

### **A intenção social**

Em sua extensa e rica obra, Piaget ressalta as interações sociais como um dos fatores da construção cognitiva do ser humano: *“a vida social é uma condição necessária para o desenvolvimento da lógica. cremos portanto, que a vida social transforma até a própria natureza do indivíduo”* (Piaget, 1977, p. 239).

Entretanto, no que diz respeito à interação social como elemento constituinte no processo de desenvolvimento cognitivo e aprendizagem, essas são bem mais exploradas pelos sócio-construtivistas vygotskyanos.

A partir dos anos setenta, um grupo de pesquisadores pós-piagetianos, como Willem Doise, Gabriel Mugny e Anne-Nelly Perret-Clermont, passou a examinar a forma pela qual a interação social atuaria na construção cognitiva.

Houve um crescimento de interesses por esse tema, tanto de pedagogos quanto de psicólogos, a partir das novas pesquisas que surgiram em torno da interação. Começaram a surgir mudanças sobre a maneira de ver as relações professor-aluno. O aluno deixa de ser considerado mero receptor, passivo, e passa a ter um papel mais ativo, sendo concebido como um agente que pode construir seu próprio conhecimento junto com outras pessoas (professor e outros alunos, por exemplo) e outros mediadores (livros, meios tecnológicos etc.) em seu contexto social.

Começa a se expandir a visão de que o aluno é capaz de construir seu próprio conhecimento, mediante um complexo processo interativo, no qual intervêm três elementos-chave: o próprio aluno, o conteúdo da aprendizagem e o professor, o qual atua como mediador entre ambos, formando o triângulo da relação didática<sup>2</sup>, onde cada um dos vértices tem importância no processo de ensino-aprendizagem. A crença de que apenas a interação professor-aluno seria válida em sala de aula foi sendo substituída pelas idéias de que professor e alunos podem construir amplas parcelas de significados compartilhados sobre os conteúdos de ensino (Coll e Colomina, 1996).

Com a ênfase nos processos de construção de significados compartilhados com relação aos conteúdos escolares, passou-se a considerar a possibilidade de que os próprios alunos

---

<sup>2</sup> Essa relação é composta pelo professor, pelo aluno e pelo conhecimento. Esses três pólos podem ser vistos como vértices de um triângulo didático, onde cada vértice representa as seguintes relações: a relação professor-conhecimento, a relação aluno-conhecimento e a relação professor-aluno (Charnay, 1996).

podem exercer, em algumas circunstâncias, uma influência educativa sobre os colegas, isto é, podem desempenhar o papel de mediador entre o outro aluno e o saber, o que, antes, era reservado exclusivamente ao professor (Coll e Colomina, 1996).

Ao se observar uma sala de aula, percebe-se que os alunos interagem de diferentes formas: eles estabelecem conversas paralelas, brigam, brincam e trocam idéias durante as atividades de aula. O aluno na escola procura juntar-se, para brincar ou trabalhar, com os companheiros com os quais tem ou pretende ter amizade. Durante o ano letivo, grupos são feitos e desfeitos, havendo muitas trocas nesse período de convivência. Nessas trocas observa-se que o comportamento modifica-se em função do companheiro com o qual se está brincando ou trabalhando. O que parece ocorrer na interação social é a regulação do comportamento de um sujeito em função do comportamento do outro. Percebe-se que essa regulação depende de alguns fatores, como: gênero, idade, nível de desempenho na sala de aula, características de personalidade dos sujeitos. Muitas vezes há benefícios nas mudanças de atitude em função do companheiro com quem se está trabalhando; em outras vezes os benefícios não são tão claros.

Santos (1997) afirma que o processo de ensino-aprendizagem se dá através de dois procedimentos inseparáveis: a atividade construtiva por parte do próprio aluno e a ajuda e o suporte oferecido pelos outros (colegas, professores). Portanto, acredita-se que a aprendizagem de um conteúdo ou a resolução de um problema, conjuntamente, onde os alunos tenham a oportunidade de explicitar o seu conhecimento e confrontar o seu ponto de vista com o de outros colegas, pode vir a ser uma situação favorável para que os participantes ajudem-se mutuamente, no sentido de superarem as dificuldades que encontram ou os erros que cometem durante a realização da tarefa.

Originalmente, as pesquisas em interação, mais propriamente aquelas que trabalharam com a hipótese do conflito sócio-cognitivo, da escola de Genebra (Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975), especialmente), utilizavam tarefas piagetianas, que, em princípio, não são objeto de ensino sistemático na escola. Posteriormente, entretanto, Perret-Clermont e colegas transferiram esse tipo de investigação à esfera escolar, para verificarem se os resultados eram semelhantes. Com esse objetivo, Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1980), utilizaram conceitos matemáticos nas investigações e verificaram que os resultados são semelhantes aos originais, onde, resumidamente, pode-se afirmar que o trabalho coletivo apresenta melhores e maiores progressos que os trabalhos realizados individualmente. Diante dos resultados das pesquisas citadas, pretende-se, no presente trabalho, verificar o papel da interação social na superação de dificuldades na resolução de problemas aditivos.

A resolução de um problema matemático pode levar, necessariamente, o aluno a refletir sobre tal, mesmo que, às vezes, de forma superficial e fragmentária. Essa reflexão,

muitas vezes, não é explicitada e o próprio aluno não toma consciência sobre o que está pensando. No entanto, durante a interação, ele precisa explicitar suas idéias e suas hipóteses para que o colega tome conhecimento delas e possam, assim, compartilhar esse pensamento de forma que ambos construam a solução.

Nessa relação pode-se observar a maneira como cada membro influi no processo de aprendizagem e resolução de problemas do outro. Uma situação escolar em que os alunos devam resolver problemas e devam construir conjuntamente o conhecimento, mediado pela explicitação de idéias, pode vir a ser, portanto, uma importante via para a construção do conhecimento. Ao interagirem com um companheiro para resolver um problema, os sujeitos constroem juntos uma hipótese que não estava presente no começo da discussão. Mesmo que ela surja de um dos membros, logo os dois se apropriam da mesma e passam a trabalhar nela. Quando é validada, passam a utilizá-la em outros contextos de problemas. Dialogando e tentando chegar a uma resolução conjunta, os alunos chegam a reconstruir suas idéias em função do diálogo e discussão com seu companheiro. É interessante que, em algumas situações de interação, o aluno atua não só em função do que ele pensa, mas também, em função do que o companheiro pensa, uma vez que estão trabalhando conjuntamente. Acredita-se, portanto, que tal contexto de atividade funciona como importante amplificador das possibilidades de resolução de problemas dos alunos envolvidos.

### **Objetivos**

A presente pesquisa teve como objetivo geral analisar o papel da interação social na superação de dificuldades de resolução de problemas de estruturas aditivas. Tal objetivo geral abarcou os seguintes objetivos específicos:

Verificar os problemas mais difíceis para o grupo de alunos pesquisados.

Comparar os resultados do pré e do pós-teste a partir da reflexão sobre o trabalho de interação.

Identificar estratégias de resolução dos problemas aditivos no pré-teste e suas possíveis modificações na sessão de interação e no pós-teste, em função das discussões com o companheiro.

Analisar as modificações no nível de desempenho dos sujeitos na resolução dos problemas aditivos, após o trabalho em interação.

### **Desenho experimental**

Participaram deste estudo 50 sujeitos de duas quartas séries de uma escola pública estadual da cidade de Olinda, Pernambuco, sendo 38 meninas e 12 meninos, com idades variando de 9 a 13 anos, pertencentes, em sua maioria, às comunidades carentes dos arredores da escola, sendo, portanto, de uma classe sócio-econômica desfavorecida.

O critério utilizado para montar as duplas partiu da construção de um sociograma da turma, construído a partir das respostas dos sujeitos a um questionário onde se perguntava qual o nome dos colegas com os quais eles gostavam de brincar e de estudar. A partir das respostas, procurou-se formar duplas de acordo com as escolhas manifestadas no questionário sobre as afinidades. Assim, foram formadas dezoito duplas homogêneas, quanto ao gênero – feminino; 5 duplas igualmente homogêneas masculinas e 2 duplas heterogêneas.

A seqüência experimental foi composta por um pré-teste, duas sessões de interação e um pós-teste. O pré e o pós-teste foram compostos de 16 problemas, contemplando todas as categorias da classificação de Carpenter e Moser. Todos os alunos resolveram-nos individualmente, sem ajuda ou interferência. Em todas as etapas as questões apresentaram a mesma ordem de grandeza dos números envolvidos, modificando-se os personagens, objetos e situações do problema.

O trabalho de interação foi desenvolvido em duas sessões. A primeira consistia no que foi denominado de *atividades de esquentamento*<sup>3</sup>, compostas de jogos e desafios matemáticos cujo objetivo era possibilitar aos membros das duplas acostumarem-se com o trabalho em interação, onde pudessem cooperar, trabalhar juntos, confrontando pontos de vista, estabelecendo conflitos, concordando, discordando e construindo resoluções conjuntamente. Essa sessão era composta por duas duplas. Com isso pretendia-se uma competição entre as duplas e um trabalho conjunto entre os seus membros, para que, dessa forma, os alunos realmente sentissem a necessidade de interagirem. As duplas formadas para essa sessão foram as mesmas para a de resolução de problemas.

Na segunda sessão os alunos resolveram os cinco problemas aditivos da classificação de Carpenter e Moser, que se apresentaram como mais difíceis para as duas quartas séries. Entende-se aqui como problemas mais difíceis aqueles que apresentaram um maior percentual de erros no pré-teste.

A análise de dados foi realizada de forma quantitativa, observando-se a diferença entre a quantidade de erros no pré e no pós-teste, analisando-se seu percentual. Além disso, foi realizada uma análise qualitativa, observando-se as estratégias desenvolvidas pelas duplas ao resolverem os problemas. Essas estratégias foram observadas, também, no pré e no pós-teste, bem como nas resoluções individuais, onde procurou-se analisar se, após a interação, os sujeitos apresentaram alguma mudança dessas estratégias.

## **Resultados**

---

<sup>3</sup> Esta sessão não foi analisada. Ela serviu, apenas, como atividade para motivar a interação para a sessão de resolução de problemas em interação.



Ao analisar os resultados obtidos no pré-teste, constatou-se, como nos estudos anteriores, que os problemas com maior percentual de erros são aqueles de estruturas mais complexas e menos usuais em sala de aula e nos livros didáticos.

Ao comparar os resultados do pré e do pós-teste, percebe-se que na maioria dos problemas houve um decréscimo no percentual de erros.

**Tabela 1:** Comparação do percentual de erros por tipo de problema no pré e no pós-teste (N = 66)

| Tipo de problema   | Percentual de erro |            |
|--|--------------------|------------|
|  | Pré-teste          | Pós-teste  |
| 1. Combinação - todo desconhecido                                      | 27%                | 14%        |
| <b>2. Combinação - parte desconhecida</b>                              | <b>45%</b>         | <b>27%</b> |
| 3. Mudança - resultado desconhecido - situação de acréscimo            | 9%                 | 9%         |
| 4. Mudança - resultado desconhecido - situação de decréscimo           | 24%                | 12%        |
| <b>5. Mudança - transformação desconhecida - situação de acréscimo</b> | <b>68%</b>         | <b>47%</b> |
| 6. Mudança - transformação desconhecida - situação de decréscimo       | 23%                | 15%        |
| <b>7. Mudança - série inicial desconhecida - situação de acréscimo</b> | <b>65%</b>         | <b>42%</b> |
| 8. Mudança - série inicial desconhecida - situação de decréscimo       | 24%                | 40%        |
| 9. Igualização - acréscimo na quantidade menor                         | 39%                | 30%        |
| 10. Igualização - decréscimo na quantidade maior                       | 41%                | 23%        |
| <b>11. Comparação - diferença desconhecida - termo a mais</b>          | <b>48%</b>         | <b>39%</b> |
| 12. Comparação - diferença desconhecida - termo a menos                | 32%                | 21%        |
| 13. Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a mais          | 42%                | 44%        |
| 14. Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a menos         | 38%                | 10%        |
| 15. Comparação - quantidade maior desconhecida - termo a mais          | 15%                | 53%        |
| <b>16. Comparação - quantidade maior desconhecida - termo a menos</b>  | <b>50%</b>         | <b>53%</b> |

Pode-se afirmar que é óbvio que haverá um decréscimo no percentual de erros, pois houve um trabalho sistemático realizado com esses problemas. Entretanto, o que é interessante nestes resultados é que, ao responderem ao pré-teste, os sujeitos simplesmente faziam uma conta de adição ou de subtração; ao resolverem os problemas em interação, eles passaram a criar diferentes estratégias de resolução, a partir das discussões com o companheiro; no pós-teste, algumas dessas estratégias passaram a aparecer nas resoluções feitas pelos sujeitos individualmente.

Abaixo estão as estratégias que surgiram na resolução dos problemas em interação e, a seguir, apresenta-se uma análise do surgimento dessas estratégias no pós-teste.

**Tabela 2:** Estratégias de resolução que surgiram nos cinco problemas aditivos trabalhados durante a sessão de interação (aqueles que se apresentaram com maior percentual de erros no pré-teste).

| Estratégias   | Prob2 | Prob5 | Prob7 | Prob11 | Prob16 |
|---|-------|-------|-------|--------|--------|
| Fazer uma adição e uma subtração e verificar qual o resultado mais válido para o problema | X     |       | X     | X      | X      |
| Subtração   | X     | X     | X     | X      | X      |
| Subtração com prova real  | X     |       |       |        |        |
| Complemento   | X     | X     | X     | X      | X      |

|          |  |   |   |   |   |
|----------|--|---|---|---|---|
| Adição   |  | X | X | X | X |
| Inversão |  | X | X |   |   |

### **Fazer uma adição e uma subtração e verificar qual é o resultado mais válido para o problema**

Essa estratégia surge no pré-teste, porém, com menos frequência que na sessão de interação e no pós-teste, uma vez que pelo acordo de trabalho na interação eles deveriam verificar a validade das respostas. Eles, então, faziam as duas contas e verificavam qual das respostas se encaixava melhor ao que era proposto pelo problema.

No pós-teste essa estratégia voltou a aparecer com uma frequência maior que no pré-teste, tendo em vista que, agora, grande parte dos sujeitos parecia ter uma preocupação maior sobre o que o problema pedia. Além disso, eles passaram pela experiência de poderem adquirir formas diferentes de resolução do problema, através das discussões com o colega.

### **Subtração; subtração com prova real; adição**

Essas formas de resolução apareceram tanto no pré-teste quanto nas resoluções em interação e no pós-teste, pois foram utilizadas tanto quando o sujeito seguiu a pista semântica do problema, como quando o compreendeu, já que se tratavam de problemas aditivos.

No pós-teste, a utilização da prova real, para verificar a correção da resposta, apresentou uma frequência maior do que no pré-teste, onde ela surgiu em apenas 10% dos casos; no pós-teste ela chegou aos 33%, predominando nas duplas em que essa prática foi bastante presente na interação.

Pode-se analisar o exemplo de uma dupla em que uma das alunas (Car.) resolveu todos os problemas do pré-teste sem se utilizar da prova real. Na sessão de interação, essa passou a ser uma prática constante da dupla. No pós-teste a aluna utilizou-se desse recurso em todos os cálculos. Sua companheira (Ira) também não se utilizou desse procedimento no pré-teste. Portanto, essa foi uma estratégia criada, pela dupla, no momento da interação. Depois elas passaram a adotá-la como válida em outros momentos, atingindo, assim, um dos objetivos de interagir: trocar idéias, construí-las e reconstruí-las conjuntamente e, depois, utilizá-las em outros momentos da vida. Segundo Brousseau (1996), quando o aluno consegue utilizar o conhecimento construído em outras situações, realmente houve aprendizagem.

### **Complemento**

Os sujeitos realizam-na da seguinte forma:

$$\begin{array}{r}
 432 \\
 + \quad \underline{\quad\quad\quad} \\
 795 \text{ (números do problema de tipo 2 – Combinação parte desconhecida)}
 \end{array}$$

Eles tentam encontrar um número que, somado com 432, dê como resultado 795, mostrando, assim, que compreenderam que o problema traz o todo e uma das partes, e que cabe a eles encontrarem a outra. A maioria das duplas buscou um número dentro de uma lógica, ou seja, começaram buscando 3 centenas e assim por diante.

É interessante observar que essa foi uma estratégia que não apareceu em nenhum protocolo do pré-teste. Pode-se pensar que, talvez, eles tenham se utilizado desse procedimento porque sentiram-se livres para expressarem seu pensamento em uma situação fora de sala de aula, onde estavam trocando idéias com um colega e, ao mesmo tempo, diante de um “professor”, que não era o seu, e que lhes deu “autorização” para romperem o contrato didático, dizendo que eles poderiam utilizar-se do tipo de resolução que considerassem melhor, mais fácil e mais eficaz e que precisariam discutir sobre o problema. Assim, sentiam-se autorizados a mostrarem como pensam.

Um outro dado interessante sobre essa estratégia foi que ela surgiu como sugestão de um dos sujeitos da dupla, e quando conseguiram resolver através dela, o outro passou a sugerir a sua utilização: “*E se a gente fizer como da outra vez?*” (fazendo referência a este tipo de resolução), mostrando que aceita, como válida, a estratégia sugerida pelo outro. Muitas vezes, tentaram utilizá-la em outros problemas, porém perceberam que é um procedimento que só vale para alguns determinados tipos de problemas. Além disso, é uma estratégia que apareceu no pós-teste, nos protocolos dos sujeitos que interagiram com o companheiro que a iniciou.

Portanto, esses casos podem levar a crer que a interação ajudou o aluno a criar um significado para o problema, a partir da significação que o outro dava para esse problema, além de, como já foi afirmado, considerar a estratégia do outro como válida e incorporá-la na sua forma de resolução de problemas. Os alunos que sugeriram esse tipo de estratégia também continuaram utilizando-a, apesar de não a terem usado no pré-teste, talvez porque perceberam que sua formulação foi validada a partir do confronto com o ponto de vista do companheiro.

### **Inversão**

Nessa estratégia os sujeitos invertem os termos na subtração, colocando as quantidades de acordo com a ordem em que aparecem no enunciado da questão.

Fazem o seguinte:

$$\begin{array}{r} 356 \\ - 676 \\ \hline 320 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 356 \\ - 676 \\ \hline 780 \end{array}$$

(números do problema de tipo 7 - Mudança série inicial desconhecida situação de acréscimo)

No primeiro caso, os sujeitos fizeram: 676 menos 356, ou seja, realizaram a subtração de forma correta, porém com os termos em lugares invertidos, o que pode gerar confusão. No segundo caso os sujeitos se propuseram a fazer a subtração com reserva, buscando a centena para efetuarem a subtração da dezena e buscando a unidade de milhar (que nesse caso não existe), para resolverem a centena.

Talvez essa não deva ser considerada estratégia de resolução, pois é uma forma como os sujeitos armaram a conta. Entretanto, essa atitude leva a uma reflexão e a um questionamento tanto sobre a compreensão desses sujeitos acerca das propriedades da subtração como sobre a compreensão da lógica dos problemas propostos, comprovando a hipótese de que, para muitos deles, resolver problemas é apenas juntar números e operar com eles.

É interessante observar que, com o surgimento dessa forma de resolução por um dos sujeitos, surge a seguinte discussão:

Ric.: *“Desse jeito num dá, tem que ser o maior em cima e o menor embaixo”*

Edn.: *“Não... assim dá também.”*

Ric.: *“Num dá não, assim dá errado... tem que ser assim oh!... (mostra como armar a conta) e agora dá pra fazer”*

Edn.: *“Ah! Por isso às vezes eu erro. Agora eu já sei, bota toda vez o grande em cima, né?”*

Essa discussão mostra que a interação pode servir tanto para fins positivos quanto para fins negativos. A discussão pode levar o aluno a se dar conta de que está realizando um procedimento inadequado. Mas, pode, também, induzir o outro, que não se utilizava desse procedimento, a utilizá-lo. Isso pode levar à reflexão de que, na interação, podem ocorrer benefícios: a apropriação de uma estratégia válida, a compreensão de um conceito, o esclarecimento de dúvidas; porém, pode ocorrer, também, a apropriação de procedimentos inadequados.

Apesar disso, no presente trabalho, acredita-se nos aspectos positivos da interação, pois quando interagem, os alunos têm a oportunidade de exporem suas hipóteses sobre determinados assuntos e validá-las ou não, além de reestruturarem seu pensamento acerca do que se está discutindo e apropriarem-se das idéias que o companheiro pode apresentar-lhe. Os dados deste estudo apresentam muito mais benefícios que malefícios. É importante que o professor possa ficar atento às discussões que surgem nos grupos em sala de aula.

Após o pós-teste, verificou-se a modificação do nível de desempenho dos sujeitos no interior das duplas. Constatou-se, então, que, dos sujeitos fortes, 74% continuaram nessa condição no pós-teste, e 26% passaram para a condição médio; nenhum passou para a condição fraco. Dos sujeitos médios, 52% permaneceram nessa condição, 26% passaram dessa para a condição forte e 22% passaram de médio para fraco. Dos sujeitos classificados como fracos, 45% permaneceram nessa condição, 38% passaram para a condição média e 17% para a condição forte.

Como se pode observar, nas condições "Forte" e "Médio", a maior parte dos sujeitos permaneceu inalterada quanto ao nível individual de desempenho. Pôde-se, entretanto, constatar que os sujeitos considerados "Fracos" apresentaram uma modificação positiva no desempenho, onde, um pouco mais da metade passou para a condição média ou forte.

É importante destacar que não seria de se esperar aumentos espetaculares de desempenho individual com uma única sessão de interação. Além do mais, apesar de serem destacadas aqui essas diferenças, o mais importante, é o tipo de desempenho em função do tipo de constituição das duplas, e não melhoras individuais no interior das mesmas.

### **Discussão dos resultados a título de conclusão**

Muitas vezes a prática da interação não ocorre na sala de aula e perde-se bastante do que poderia ser aproveitado a partir das discussões e trocas que os alunos são capazes de fazer quando são estimulados. Sabe-se que a interação não é uma prática que se adquire em um único momento, mas, uma prática que precisa ser construída no dia-a-dia.

Ao contrário da interpretação que se faz acerca das colocações vygotskianas de que, o sujeito mais forte (um adulto ou companheiros mais capazes) ajudaria o mais fraco, atuando na sua Zona de Desenvolvimento Proximal (Oliveira, 1993), os sujeitos mais fortes, ou mais capazes, também se beneficiaram, neste trabalho. Os sujeitos médios ou fortes, ao discutirem e explicitarem suas idéias, conseguiram reestruturar sua compreensão acerca do problema e melhoraram seu desempenho ou conseguiram permanecer na condição forte, confirmando as afirmações de Webb (1983) de que ambos podem se beneficiar em uma interação, tanto o mais capaz quanto o menos capaz.

Percebe-se, confirmando a afirmação de Pedrosa (1996), que o comportamento de um sujeito é regulado pelo comportamento do outro. Este trabalho apresenta casos de sujeitos com características marcantes de personalidade, que modificaram o comportamento em função do comportamento do companheiro. Um dos sujeitos (Ros), por exemplo, apresentou uma atitude extrovertida. Ao interagir com alguém mais extrovertido do que ele e que dominava os problemas com maior clareza, modificou seu comportamento, passando a ficar calado e aceitando as colocações do companheiro.

Uma outra observação que se fez nesta pesquisa foi de que os sujeitos modificaram suas estratégias após interagirem com um colega que apresentou estratégias como hipóteses e que conseguiu, junto com o companheiro, validá-las. As hipóteses de resolução surgiram por sugestão de um deles. Eles tentaram aplicá-las e quando conseguiram sucesso, adotaram a estratégia como válida e tentaram aplicá-la em outras situações, fato que ocorreu durante a própria sessão de interação e, também, no pós-teste.

A estratégia que surgia, inicialmente, era a de fazer uma conta, muitas vezes, buscando-se uma pista no enunciado do problema. Este é um fato comumente utilizado nos contratos didáticos de matemática, no qual, segundo Henry (1991), todo problema resolve-se através de uma conta, e, geralmente, o enunciado dá a pista sobre qual conta deve ser utilizada para resolvê-lo. Por isso, ao resolver os problemas, a primeira tentativa, como era de se esperar, foi a de fazer uma conta de adição ou subtração. O experimentador, então, perguntava se a resposta encontrada era válida para o problema, e isso fazia-os voltarem à questão e tentarem, de alguma forma, compreendê-lo. A partir daí, surgiram novas estratégias de encontrarem juntos um significado para o problema.

Como foi visto na análise do pós-teste, os sujeitos apresentaram, nessa etapa da pesquisa, estratégias diferentes das que tinham apresentado no pré-teste, e que haviam sido construídas ou adquiridas durante a sessão de interação. Portanto, pode-se analisar o lado positivo da interação em sala de aula, onde os alunos adquirem novas formas de pensamento e de compreensão dos conceitos trabalhados na escola. Entretanto, pode-se analisar, também, o aspecto em que os sujeitos adquirem formas errôneas de resolução, como o exemplo da inversão, em que alguns sujeitos que não a utilizaram no pré-teste, passam a utilizá-la no pós-teste, após tê-la vivenciado na sessão de interação. Nesse sentido, de acordo com Davis, Silva e Espósito (1989), alguns autores defendem que deve-se tomar cuidado em relação à interação, pois essas podem servir tanto para fins positivos como negativos: podem ser fontes de troca de informações corretas ou erradas, dependendo da forma como se trabalha sobre esse aspecto. No entanto, aqui, acredita-se muito mais nos aspectos positivos dessa prática, pois, se ela for bem trabalhada e vivenciada entre alunos e professores, ou ainda, se for trabalhada em diversas situações, poderá ser uma grande aliada da escola no sentido de ajudar os alunos na construção conjunta dos conceitos.

Pode-se, finalmente, analisar que neste grupo específico houve uma mudança positiva em função da interação, pois os sujeitos mostraram que adquiriram formas diferentes de verem a resolução de problemas, procurando compreendê-los e construindo significados para eles, apresentando novas estratégias e novas formas de discuti-los. Isso pôde ser observado independentemente do tipo de problema que estava sendo resolvido, do gênero dos sujeitos envolvidos e do padrão que se estabeleceu na interação. Entretanto, a personalidade, os comportamentos dos sujeitos e, algumas vezes, o nível de habilidade influenciaram nas relações e nas discussões. Acredita-se, portanto, aqui, que a oportunidade de construir hipóteses, em conjunto, com um igual é bastante válida, levando a um crescimento em termos de construção conjunta de significados.

### Referências Bibliográficas

- BORBA, R. E.; SANTOS PESSOA, C. A. & SANTOS, R. B. (1997). O livro didático e as estruturas cognitivas. *Anais do XXVI Congresso Interamericano de Psicologia*, São Paulo, p. 333.
- BORBA, R.; PESSOA, C. & SANTOS, R. (1998). Analisando as estruturas aditivas dos livros didáticos de matemática de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série. *Anais do VI ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)* São Leopoldo, p. 87.
- BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), p. 16-33.
- CARPENTER, T. & MOSER, J. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skill. In T.Carpenter, J. Moser e T. Romberg (orgs.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, New Jersey : Erlbaum, p. 9-24.
- CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W. & SCHILIEMANN, A. (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo : Cortez.
- CÉSAR, L. (1990). *A resolução dos problemas de adição e subtração na escola de 1º grau*. Dissertação. Mestrado em Psicologia Cognitiva da UFPE. Recife : UFPE.
- CHARNAY, R. (1996).Aprendendo (com) a resolução de problemas. In.: Parra, C. & Saiz, I (orgs.) *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre : Artes Médicas.
- COLL C. & COLOMINA, R. (1996). Interação entre alunos e aprendizagem escolar. In.: Coll, Palacios e Marchesi, *Desenvolvimento psicológico e educação*, v. II, Porto Alegre : Artes Médicas.
- DAVIS, C., SILVA, M. & ESPÓSITO, Y. (1989). Papel e valor das interações sociais na sala de aula. *Cadernos de Pesquisa* 71, novembro. São Paulo, p. 49-54.
- DOISE, W.; MUGNY, G. & PERRET-CLERMONT, A-N. (1975). Social interaction and the development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology*, 5, p. 367-383.
- HENRY, M. (1991). *Didactique des mathématiques: une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants*. Paris : Publicações IREM.
- NUNES, T. CAMPOS, T. MAGINA, S. & BRYANT, P. (2001). *Introdução à Educação Matemática – Os números e as operações numéricas*. São Paulo: PROEM.

- OLIVEIRA, M. K. (1993). Vygotsky. Aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico. São Paulo : Scipione.
- PERRET-CLERMONT, A-N. (1979). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Berna : Peter Lang.
- PESSOA, C. & DA ROCHA FALCÃO, J. (1999). Estruturas aditivas: conhecimentos do aluno e do professor. Anais do IV EPEM – Encontro Pernambucano de Educação Matemática Recife (meio magnético).
- PIAGET, J. (1977). *Psicologia da inteligência*. Rio de Janeiro : Zahar.
- SANTOS, B. S. (1997). *Interacción entre iguales y procesos de aprendizaje mediatizados por ordenador*. Análisis e intervención en contexto escolar. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona. Barcelona.
- SANTOS, R.; PESSOA, C. & BORBA, R. (1999) Livro didático: uma análise dos problemas aditivos. *Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste – EPEM*, Salvador, p. 269 (impresso e CD-ROM).
- SCHUBAUER-LEONI, M. L. & PERRET-CLERMONT, A-N. (1980), Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre des problèmes additifs. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, p. 297-350.
- VERGNAUD, G. & DURAND, C. (1976). Structures additifs et complexité psychogénétique. *Revue Française de Pédagogie*, v. 36, p. 28-43.
- VERGNAUD, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, p 75-90.
- WEBB, N. M. (1983). Predicting learning from student interaction: defining the interaction variables. In: *Educational psychologist*, 18, p 33-41.