

ASPECTOS SEMIÓTICOS DAS REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS. MEDIADAS PELO WINPLOT

M^a Margarete do R. Farias, Rosana Giaretta S. Miskulin
DCET/ Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC.
IGCE/ Universidade Estadual Paulista - UNESP
margarete333@hotmail.com, misk@rc.unesp.br

Brasil

Resumo. O presente artigo parte de uma pesquisa de Mestrado, apresenta uma atividade investigativa intitulada: “O Ponto ótimo da Latinha de Refrigerante”, a qual destaca a mobilização entre as várias representações matemáticas quando fazemos uso de recursos computacionais. Essa atividade foi aplicada em uma turma do primeiro ano de CDI - Cálculo Diferencial e Integral do curso de Matemática da UNESP de Rio Claro/Brasil. A metodologia adotada prima o aspecto qualitativo com ênfase na observação participante e, tem como objetivo perceber as estratégias utilizadas pelos alunos de Matemática, na resolução do problema envolvendo limites e derivadas de funções. A análise tendo como base os dados coletados aponta que por meio de um processo semiótico tornou-se possível gerar novas formas de representação e que a cognição e o efeito transformador dos signos sobre o ensino podem conduzir os alunos a um processo de pensamento mais generalizado sobre a atividade matemática.

Palavras chave: semiótica, softwares matemáticos, representações matemáticas

Abstract. The present article, part of a Master's research project, describes an inquiry activity titled "The Optimal Point of Soda Can", which emphasizes the connections among multiple mathematical representations emerging from the use of computer resources. This activity was applied with a class of first year university students in a Differential and Integral Calculus course at UNESP, Rio Claro / Brazil. The methodology used was qualitative with emphasis on participant observation and sought to uncover and understand the strategies used by mathematics in solving problems involving limits and derivatives of functions. The analysis of the data shows that through a semiotic process it was possible to generate new representations and that cognition and the transformative effects of the teaching of signs can guide students to a more general thought process for mathematical activities.

Key words: semiotics, mathematical software, mathematical representations

Introdução

O caminhar da pesquisa

Nesse artigo apresentamos o excerto de uma pesquisa de mestrado no qual é ressaltada a relevância de transitar entre várias representações matemática em uma perspectiva semiótica, tendo como base o referencial teórico da Semiótica de Charles Sanders Peirce. Nesse contexto, é destacada a análise de uma atividade proposta aos sujeitos da pesquisa, intitulada: “O ponto ótimo da latinha de refrigerante”, evidenciando a forma de construção dos gráficos mediante a linguagem do ambiente computacional Winplot.

No que se seguem em relação ao uso da tecnologia no trato das representações matemáticas, autores assinalam que com a possibilidade do uso de calculadoras gráficas e dos computadores, o uso de múltiplas representações, tem sido intensivamente discutido, especialmente para o ensino de funções. Borba e Villarreal (2005), Borba e Confrey (1996) têm também destacado

a importância dessa abordagem que privilegia a mudança de uma representação matemática à outra, ou seja, visa contemplar em uma atividade ou em um dado problema a coordenação entre essas várias representações que podem ser esquematizadas em forma de tabelas, gráficos, representações geométricas, expressões algébricas entre outras. Além do que qualquer atividade mediada pelo computador é uma atividade signica, que pode expressar um signo. Nesse sentido, Miskulin (1999), assinala que, “a representação desempenha uma função extremamente importante” (p. 289), enfatizando que, toda representação possui um caráter semiótico e um caráter instrumental, onde a semioticidade pode ser percebida, por exemplo, nos desenhos, gráficos, gestos, discursos e palavras. E, a dimensão instrumental da representação está relacionada aos objetivos, formas do sujeito expressar o conceito matemático por meio dos signos que carrega nele próprio o significado conceitual matemático.

Uma breve apresentação sobre semiótica

Peirce (1975), a partir de uma complexa relação entre a noção de experiência e a doutrina que compõe toda a estrutura do pensamento concluiu que tudo que aparece à consciência assim o faz em uma gradação de três propriedades: Primeiridade, Secundidade e Terceiridade onde o terceiro pressupõe o segundo e o primeiro. O segundo pressupõe o primeiro e o primeiro é livre e qualquer relação superior a três passa a corresponder a uma complexidade dessa tríade.

Por primeiridade, Peirce (1975), classificou por impressão total, não analisada, provocada por qualquer multiplicidade, não vista como fato concreto, mas simplesmente como uma qualidade, mera possibilidade positiva de surgimento, ou seja, aquilo que é sem referência a mais nada, como vaga impressão de algo.

A secundidade é entendida como a experiência, a energia dispensada sobre um objetivo ou uma ideia em particular. A terceiridade implica em generalidade, continuidade, mas, a mais elementar ideia de terceiridade é aquela de um signo ou representação. Em outras palavras, a terceiridade é uma relação triádica, existente entre o signo (representamen), o objeto e o pensamento interpretante, ou seja, um signo coloca um segundo - seu objeto em relação cognitiva para com um terceiro - o interpretante. Veja abaixo de maneira figurativa como se estabelece essa relação. (Figura 1).

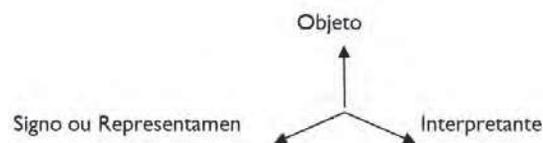


Figura 1: a relação triádica do signo

Peirce (1975) configura a palavra signo em uma acepção ampla. Pode ser um indivíduo, uma palavra, uma ação, um pensamento ou qualquer coisa que admita um interpretante. A partir de um interpretante, e por causa dele, torna-se possível um signo.

Vale, portanto esclarecer que um signo só pode fazer sentido como tal se traz o poder de representar alguma coisa diferente dele. Um signo não é um objeto, ele apenas está no lugar do objeto, fazendo referência ao objeto, de maneira que ele só pode representar esse objeto de um certo modo e em uma certa capacidade. Por exemplo, no contexto matemático, a aparência gráfica da palavra função, a representação algébrica da função, são todos signos do objeto matemático função.

De forma mais sistemática existem 10 divisões triádicas (não nos adentraremos em maiores detalhes nessas classificações). E dentre essas tricotomias há três mais gerais, a saber: a relação do signo consigo mesmo, a relação do signo com seu objeto e a relação do signo com seu interpretante. Desta maneira, é importante que mantenhamos na mente a leitura dos elementos da Figura 1, associados às categorias fenomenológicas de primeiridade, secundidade e terceiridade. As três subcategorias básicas, a partir dessa nova proposição triádica, Peirce (1975) concebe que todo signo em si próprio pode ser: 1) Mera qualidade; 2) Existência Concreta e 3) Lei geral.

Na relação do signo consigo mesmo temos: Quali-Signo é todo signo que é uma qualidade. Semanticamente, um determinante. Por exemplo, a imagem de um gráfico como determinante da informação de dados ou valores numéricos. Sin-Signo é todo o signo que é uma coisa existente, concreta. Em princípio, envolve vários determinantes. Legi-Signo é uma lei, uma convenção. O gráfico por sua vez pode ser representado por uma lei geral, por exemplo, o gráfico da função afim representado pela lei: $y = f(x) = ax + b$, onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Na relação do signo com o objeto, essa pode ser concebida como objeto imediato e objeto dinâmico. Para a compreensão desses conceitos abstratos, consideremos a apresentação do traçado de uma reta na tela do computador. Essa figura configura-se no objeto imediato, a aparência com a qual o signo faz referência ao seu objeto, de modo que o objeto imediato é a imagem da reta. O objeto dinâmico é o que essa imagem pode sugerir, por exemplo, uma função do primeiro grau. Nesse sentido, três são as palavras imprescindíveis na relação entre o objeto imediato e o objeto dinâmico: representa, indica e sugere, pois, segundo Santaella (2002), vai depender novamente da natureza do fundamento do signo. Se for uma qualidade, o objeto imediato só poderá evocar (ícone), sugerir seu objeto dinâmico. Se for um existente (indicial), indica seu objeto dinâmico e se for uma lei (simbólico), o objeto imediato de um símbolo representa seu objeto dinâmico.

O objeto imediato do ícone é o modo como sua qualidade pode sugerir ou evocar outras qualidades. O objeto imediato do índice é o modo particular pelo qual o signo indica o seu objeto. O objeto imediato do símbolo é o modo como o símbolo representa o objeto dinâmico. Enquanto o ícone sugere através de associações por semelhança e o índice através de conexão de fato, existencial, o símbolo representa através de uma lei [...] Enfim, o objeto dinâmico de um símbolo, especialmente quando o símbolo é um conceito, se perde de vista. (Santaella, 2002, p.20).

A relação do signo com o interpretante se constitui no “efeito interpretativo que o signo produz em uma mente real ou meramente potencial” (Santaella, 2002, p.23). É importante enfatizar que o interpretante nem sempre é uma pessoa, constitui-se, portanto, em algo mais geral. Sendo assim, o interpretante pode ser imediato, revelando o potencial interpretativo do signo, mesmo sem mediação de um intérprete. “É algo que pertence ao signo na sua objetividade” (Santaella, 2004, p.24). Uma representação matemática seja ela em que forma se apresente, gráfica, algébrica, geométrica, etc., tem um potencial a ser interpretado, uma ideia. O interpretante também pode ser caracterizado por sua dinamicidade, O interpretante dinâmico é o efeito realmente produzido pela ação do signo, ou seja, a atualização de uma das possibilidades latentes do interpretante imediato. Quando o interpretante imediato é uma possibilidade, o interpretante dinâmico também o será necessariamente. Se o interpretante imediato for um existente, o interpretante dinâmico poderá ter a natureza de uma qualidade ou reação, como uma resposta espontânea a um estímulo. Somente quando o interpretante imediato for uma terceiridade, ou seja, quando ele se apresentar como interpretabilidade fundamentada, o interpretante dinâmico poderá ser, além das duas possibilidades anteriores, também uma forma comportamental, ou maneira de interpretar efetivamente um signo para atingir um propósito desejado, que será o interpretante final do signo. A terceiridade no interpretante dinâmico é a primeira manifestação de um comportamento inteligente, pois indica a presença de um propósito ou intencionalidade, guiando as ações do Intérprete do signo.

Nesse contexto entendemos que as palavras para significarem algo têm que necessariamente estarem conectadas com outras palavras, isto é, para compreendermos um dado pensamento precisamos interpretá-lo com outro pensamento, uma representação em outra representação, onde o signo faz o papel de mediador, pois de um lado representa o que é externo a ele, o seu objeto, e do outro lado dirige-se a alguém, o interpretante que, por sua vez processará a mensagem advinda do signo. O que significa que, elementos da terceiridade implicam em um processo de conhecimento, pois estabelecem um pensamento, compõem uma intercessão

entre o estado de primeiridade e secundidade. De acordo Peirce (1975), não é possível a terceiridade sem que a primeira e a segunda estejam presentes, de maneira que esse entrelaçamento de experiências é uma relação fundamental para a compreensão do pensamento. A partir dessas considerações o signo só pode fazer sentido se traz o poder de representar alguma coisa diferente dele, o que nos faz acreditar que se torna bastante proveitoso, para o ensino da matemática, compreender seus conceitos utilizando múltiplas representações matemáticas.

Metodologia: apresentação dos dados coletados

A metodologia de pesquisa primou a abordagem qualitativa, com ênfase na observação participante. Os procedimentos metodológicos da coleta de dados podem ser descritos em três momentos distintos, porém inter-relacionados: observação em sala de aula, interação com os sujeitos da pesquisa (professores e alunos de CDI) por meio de entrevistas registradas em áudio e aplicações das atividades exploratório-investigativas mediadas por softwares matemáticos. Como já dito anteriormente, nesse artigo vamos destacar a análise de uma atividade intitulada "O ponto ótimo de uma latinha de refrigerantes".

Essa atividade foi aplicada no laboratório de informática da UNESP de Rio Claro, compreendendo conteúdos da disciplina Cálculo I: Limites e Derivadas de funções, a qual propunha determinar as dimensões de uma lata de refrigerantes de $111,5\text{p cm}^3$ construída com a menor quantidade possível de metal, tendo como objetivos investigar a capacidade de justificação do aluno; Analisar as representações matemáticas utilizadas pelos estudantes, quais caminhos abordados e quais as estratégias para resolver os problemas; Analisar o conhecimento matemático do aluno; Analisar a capacidade de generalização do aluno frente o desenvolvimento e investigação dos problemas.

Tal problema de otimização mostrou envolver assuntos de geometria espacial, limite e derivada de funções. Os encaminhamentos para a abordagem das representações algébrica, gráfica e geométrica por meio do software Winplot obedeceram aos seguintes passos: Interação da pesquisadora com os estudantes de modo a propiciar um ambiente investigativo e concepção de um modelo matemático que pudesse motivar os estudantes a encontrar possível ou possíveis soluções para o problema.

Discussão e análise dos dados

Mediante a atividade desenvolvida e tendo como base as categorias de primeiridade, secundidade e terceiridade, podemos inferir, que a qualidade visual do cilindro, vide Figura 2,

corresponde em um primeiro momento - forma snica icnica, uma primeiridade e, em um segundo momento, um indicativo para a definição do modelo matemático - a função custo.

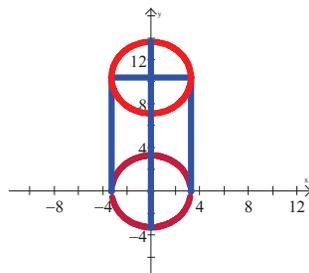


Figura 2: o cilindro

A partir dessa primeira apreensão, por meio da interação e discussões geradas pelos participantes e a pesquisadora, no contexto do desenvolvimento da atividade e pelas inferências e hipoteses levantadas pelos estudantes, estratégias foram discutidas para solucionar o problema apresentado, novas informações ocorreram, permitindo aos estudantes avançarem e elaborar os seus raciocínios de maneira mais significativa, percebendo, por conseguinte, como a qualidade dos signos era manifestada nas diferentes representações das figuras, isto é, como a figura do cilindro, os traços dos gráficos das funções apresentadas se relacionavam com os dados da atividade proposta – existia “uma certa tradução” dos dados da atividade para a sua representação. Nesse ponto, temos então a secundidade.

Em um terceiro momento, quando os alunos começaram a relacionar os conceitos de derivada da função custo com o fato de igualar sua representação algébrica a zero para determinar os pontos críticos, compreenderam que deveriam encontrar também a segunda derivada da função área para investigar se o ponto era de máximo ou de mínimo. Esse foi um movimento importante, pois permitiu aos estudantes relacionar os diversos conceitos matemáticos trabalhados através da visualização e da dinamicidade do software Winplot. Além disso, ao confirmarem as suas conjecturas iniciais perceberam as diversas relações matemáticas que puderam ser extraídas e estabelecidas  partir das diferentes representações algébrica, gráficas e geométricas (esttica e dinâmica). Vide Figura 3.

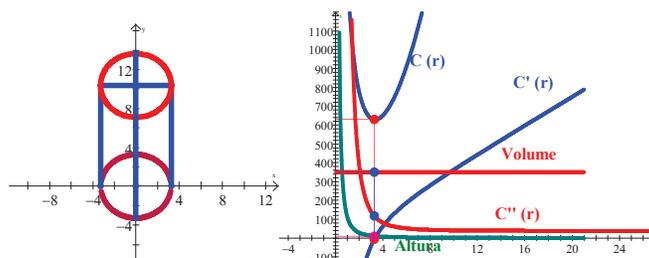


Figura 3: cilindro \times representação algébrica das funções custo, 1ª e 2ª derivadas

Essa abordagem foi importante, pois os estudantes tiveram a oportunidade de perceber que

quando a função Custo atingia seu menor valor, simultaneamente, o cilindro configurava-se na forma ideal, ou seja, expressando as dimensões de menor quantidade para o metal necessário na construção da latinha de cerveja, considerando obviamente os dados apresentados no problema. Nesse momento podemos considerar que os alunos atingiram um nível mais elevado de raciocínio matemático possibilitando aos mesmos a capacidade de abstrair e generalizar os conceitos estudados para outros contextos. Nesse ponto, temos então, na análise Semiótica, a terçeridade.

Considerações finais

A matemática é de fato fundamentalmente representativa e o conceito de representação constitui-se em peça chave da semiótica. De acordo Santaella (2002), na semiótica geral o conceito de representação possui definições variadas tais como; signo, apresentação, imaginação, entre outros. No modelo signíco de Peirce (1975) o signo está diretamente associado à representação compondo uma relação entre o objeto e um intérprete de um signo ou ainda uma apresentação entre o signo e o objeto, ou seja, o signo veicula uma relação entre o objeto e o representante. Nesse contexto, Peirce define o conceito representar como “estar numa relação tal com um outro que, para certos propósitos, ele é tratado por uma mente como se fosse aquele outro” (Peirce, 1976)

Em essência, a forma de representar conceitos e objetos matemáticos na perspectiva da Semiótica, nos conduz a pensar em abordagens que envolvam uma diversidade de linguagens próprias. Linguagens verbais e não verbais que se fundamentam em signos sendo configuradas em códigos, imagens, símbolos, leis, sons entre outras. Sobre essa perspectiva, Peirce (1976) assinala que as representações matemáticas possuem aspectos formais, sintáticos e mentais, “cujo enfoque está nas relações internas entre os diversos elementos que estruturam esse tipo de signo, isto é, na composição, na forma, na medida, na estrutura e na inter-relação entre os aspectos visuais e mentais sobre os quais o discurso matemático opera (p.101).

As representações, portanto, têm um papel especial e importante na apreensão e visualização dos objetos matemáticos, onde a semioticidade pode ser percebida pelos desenhos, gráficos discursos, palavras, etc., o que nos coloca a refletir sobre a relevância da teoria da Semiótica de Peirce para o ensino da Matemática, particularmente na formação de futuros professores de Matemática, entendendo que esses possam experenciar formas distintas de representar os conceitos matemáticos rompendo com os modelos padronizados, permitindo aos mesmos explorar e ampliar a sua capacidade de compreensão e de reflexão sobre a matemática enquanto objeto de ensino e aprendizagem não se limitando apenas ao processo, mas a análise do que está a apreender e, nesse contexto possa fazer uso da tecnologia disponível que venha

ser relevante ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Referências bibliográficas

- Borba, M.C & Confrey, J. (1996). A Student's Construction Of Transformations Of Functions In A Multiple Representational Environment. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 319-337.
- Borba, M.C & Villarreal, M.C. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. Austrália: Springer Press.
- Miskulin, R.G.S. (1999). *Concepções Teórico - Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria*. Tese de doutoramento não-publicada, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Brasil.
- Peirce, C. S. (1975). *Semiótica e Filosofia: introdução*. (O. Mota & L. Hegenberg, Trad.). São Paulo: Cultrix; Editora da Universidade de São Paulo.
- Peirce, C. S. (1976). *The new elements of mathematics*. Bloomington: Indiana University Press.
- Santaella, L. (2002). *Semiótica Aplicada*. São Paulo: Thomson Press.