

ARTICULAÇÃO DOS OSTENSIVOS E NÃO OSTENSIVOS NO ENSINO DA NOÇÃO DE SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES LINEARES E DUAS INCÓGNITAS

Marlene A. Dias, Mariza C. da Costa, Ruy C. Pietropaolo, Tânia M. M. Campos
UNIBAN Brasil

alvesdias@ig.com.br, canjirano@ig.com.br, taniammcampos@hotmail.com

Campo de investigación: Pensamiento Algebrico

Nivel: Básico

Resumo. *Utilizando como referencial teórico central a abordagem teórica de Bosch e Chevallard (1999) e Chevallard (1992) e como referenciais teóricos de apoio as abordagens teóricas em termos de quadro de Douady (1984, 1992), em termos de pontos de vista de Rogalski (1995), sobre os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes de Robert (1997) e a noção de “topos” de Chevallard e Grenier (1997), apresenta-se nesse trabalho uma análise da evolução do ensino da noção de sistemas de duas equações e duas incógnitas para estudantes entre 13 e 14 anos da escola básica no Brasil. Consideram-se, mais especificamente os ostensivos e não ostensivos utilizados nas tarefas propostas aos estudantes das diferentes épocas. Finalmente, são feitas algumas considerações sobre os resultados encontrados, que permitem considerar a existência de um número reduzido de tarefas que podem variar em função dos quadros e dos pontos de vista que se deseja articular para alcançar o nível de conhecimento desejado.*

Palavras-Chave: Sistemas lineares, ostensivos e não ostensivos, quadros

Introdução

A noção de sistemas de equações lineares é uma ferramenta matemática importante tanto para os estudantes do ensino secundário como para os do ensino superior, pois além de permitir a modelagem de diversas situações matemáticas das outras ciências e do cotidiano, ela também possibilita a articulação de outras noções matemáticas, desde o ensino fundamental até o superior. Pode-se citar como exemplo, sua aplicação em questões da engenharia, de álgebra linear e de equações diferenciais.

Certamente, essas aplicações não se reduzem aos sistemas de duas equações e duas incógnitas, mas a escolha dessa noção particular está relacionada ao fato dela permitir uma introdução da noção de sistemas lineares que quando bem explorada, permite discutir as possibilidades de soluções desses sistemas de equações lineares, assim como algumas de suas aplicações.

Sendo assim, o objetivo dessa pesquisa é compreender as escolhas para o tratamento dessa noção para estudantes brasileiros entre 13 e 14 anos, a fim de verificar como suas diferentes possibilidades de tratamento são exploradas nessa etapa da escolaridade.

Dessa forma, estuda-se neste trabalho, a relação institucional esperada, via análise dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e a relação institucional existente em diferentes décadas, via livros didáticos referentes a essas épocas. Ou seja, o estudo aqui proposto tenta compreender a ecologia das diferentes tarefas e técnicas encontradas nas diferentes décadas.

Inicia-se, assim, este estudo, a partir do seguinte questionamento:

- Como se aborda a noção de sistema de duas equações lineares e duas incógnitas nas diferentes décadas?
- De quais instrumentos os professores dispõem para efetuar suas escolhas?
- Quais são os ostensivos e não ostensivos em jogo nas diferentes abordagens, conforme definição de Bosch e Chevallard (1999)?
- Em que sistema de tarefas é possível desenvolver os ostensivos e não ostensivos escolhidos?
- Quais são as condições e empecilhos que favorecem ou atrapalham sua utilização?
- Quais são as escolhas institucionais para a sua utilização?

Na tentativa de responder às questões acima, após o estudo bibliográfico das obras encontradas, observa-se a existência de alguns trabalhos de pesquisa sobre as noções de equações e inequações, mas não encontramos no Brasil trabalhos específicos sobre sistemas de equações lineares, em particular, sobre os sistemas de duas equações com duas incógnitas, o que aumentou o nosso interesse por desenvolver uma pesquisa específica sobre essa noção matemática.

Referencial teórico da pesquisa

O estudo bibliográfico conduziu-nos a escolher a abordagem antropológica de Bosch e Chevallard (1999) e Chevallard (1992) como referencial teórico central para a análise das relações institucionais esperadas e existentes no ensino da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas para estudantes brasileiros entre 13 e 14 anos. Dedicamo-nos, em particular, ao exame dos ostensivos, isto é, dos objetos de natureza sensível como os sons, os grafismos e os gestos, e não ostensivos, ou seja, os objetos como as noções, os conceitos e as idéias que só

podem ser evocados por meio da manipulação adequada dos ostensivos que lhe são associados, privilegiados nas diferentes décadas para o ensino da noção de sistemas de equações lineares.

Dessa forma, o objetivo do estudo da relação institucional esperada e existente para o ensino da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, via documentos oficiais e, principalmente, livro didático, é verificar quais são os diferentes tipos de tarefas propostas nas diferentes décadas, quais técnicas são privilegiadas e quais podem ser utilizadas para justificar o trabalho matemático em jogo, isto é, que discurso tecnológico é empregado para auxiliar o estudante a desenvolver as diferentes tarefas que lhe são propostas em função dos ostensivos e não ostensivos utilizados.

Além disso, para compreender melhor que papéis o professor e o estudante devem desempenhar no processo de ensino e aprendizagem, escolhe-se a noção de “topos” introduzida por Chevallard e Grenier (1997), que permite analisar o que se espera do professor e do estudante, tanto em relação aos conhecimentos prévios necessários quando se introduz um novo conceito matemático, como em relação às atividades e atitudes necessárias para que se desenvolva o trabalho matemático em jogo nas tarefas que competem a cada um deles.

Para a construção da grade de análise, foram ainda utilizadas as noções de quadro, conforme abordagem teórica de Douady (1984, 1992), de pontos de vista, conforme definição de Rogalski (1995) e de níveis de conhecimento esperados dos estudantes conforme abordagem teórica de Robert (1997).

Metodologia da pesquisa

Após um estudo bibliográfico das noções de equações, inequações e sistemas de equações lineares para a escola básica no Brasil e dos trabalhos relacionados ao referencial teórico escolhido.

Na seqüência foram levantadas as sugestões dos documentos oficiais para o tratamento da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas ressaltando os papéis do professor e do estudante e um conjunto de tarefas que possibilitam o tratamento proposto por esses documentos.

A partir dessas tarefas constrói-se uma grade de análise para analisar as regularidades e diferenças existentes nas propostas de ensino da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas nas décadas escolhidas. Essa análise é feita via livro didático.

A grade de análise

A grade serve de instrumento para estudar os ostensivos e não ostensivos possíveis na introdução da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, destacando:

- As tarefas associadas a essa noção e , em geral, utilizadas no trabalho com alunos entre 13 e 14 anos.
- As variáveis dessas tarefas, para as quais se deu ênfase aos ostensivos e não ostensivos possíveis para a sua solução e também as necessidades de mudança de quadro ou domínio em função dos níveis de conhecimento esperados de professores e estudantes em relação ao ponto de vista escolhido para sua solução.

Distinguimos as tarefas apresentadas na figura 1 em função da situação que elas privilegiam:

- situação matemática enunciada no quadro numérico;
- situação matemática numérica transformada para um contexto cotidiano;
- situação matemática algébrica transformada para um contexto cotidiano;
- sistemas de equações lineares algébricos explícitos pedindo ou não o método a ser aplicado;
- estudo gráfico das possibilidades de solução de um sistema de duas equações e duas incógnitas;
- situação que exige a articulação da noção de sistemas de equação linear com outras noções matemáticas.

Figura 1: Tipos de tarefas

Para as variáveis das tarefas considerando a tarefa: “Estudo gráfico das possibilidades de solução de um sistema de duas equações e duas incógnitas, distinguimos as variáveis descritas por meio da grade da figura 2.

- O tipo de situação dada no enunciado da tarefa;
- Os quadros em que a tarefa é enunciada;
- Os não ostensivos possíveis para o seu desenvolvimento, colocando em evidência aqueles que devem fazer parte do “topos” do aluno e/ou do professor;
- Os ostensivos possíveis para o desenvolvimento das tarefas;
- Os quadros que podem ser utilizados para a solução da tarefa;
- Os níveis de conhecimento esperados para a solução da tarefa, em função do ponto de vista escolhido;
- Os pontos de vista sob os quais a tarefa pode ser trabalhada, colocando em evidência aquele que lhe é mais adequado.

Figura 2: Grade de análise

A análise dos livros didáticos

A análise é feita considerando:

O papel desempenhado pela noção de sistemas de equações lineares na obra em relação às outras noções introduzidas na mesma série por meio de um organograma.

Na seqüência, é estabelecido, teoricamente, o papel do professor e do estudante, a saber:

Para a análise da parte que corresponde ao trabalho do professor: a introdução teórica da noção de sistemas de equações lineares e os exercícios resolvidos (“topos” do professor).

Para a análise da parte que corresponde ao trabalho do estudante: os exercícios propostos (“topos” do aluno).

Resultados da análise

Os resultados abaixo correspondem à análise de oito obras que representam as possíveis relações institucionais trabalhadas entre 1959 e 2005. Essas obras estão indicadas separadamente nas referências bibliográficas como livros didáticos analisados.

Verifica-se que, em geral, as tarefas apresentadas não exigem o cálculo literal (regras e leis que permitem a aplicação da técnica) podendo ser resolvidas apenas por meio do cálculo numérico, isto é, utilizando o cálculo mental ou o ponto de vista das tentativas como mostra o exemplo da seguinte tarefa.

Um menino quer cortar um pedaço de barbante com 30 cm de comprimento em duas partes, de forma que uma dessas partes meça o dobro da outra. Quanto deverá medir cada parte? (Estado de São Paulo, p.130, 1992).

As tarefas “situação matemática transformada para um contexto cotidiano”, “sistemas de equações lineares algébrico explícito pedindo ou não o método a ser aplicado”, “estudo gráfico das possibilidades de solução de um sistema de duas equações e duas incógnitas” correspondem a apenas 39% do total de tarefas propostas, sendo que 34% são as tarefas de aplicação de um método de solução de sistemas, que corresponde ao desenvolvimento das técnicas de solução desse tipo de sistema, isto é, privilegia-se apenas o nível técnico.

A tarefa “situação matemática algébrica transformada para um contexto cotidiano”, considerada algébrica, pois exige que os estudantes dominem as noções de equações e sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, verifica-se, conforme nossa proposta de análise, que ela corresponde a apenas 4% do trabalho proposto aos estudantes, o que pode dificultar a possibilidade de aplicação desse conhecimento em outros contextos, no futuro. Ou seja, pouco se exige dos estudantes o que pode dificultar a aplicação da noção de sistemas lineares para a modelagem de situações variadas.

Em relação ao questionamento inicial foi possível observar que:

Para o ensino da noção de sistemas de equações lineares para estudante entre 13 e 14 anos, a abordagem proposta está associada à solução de situações-problema cotidianas e para um tipo de sistema mais restrito, isto é, o sistema de duas equações e duas incógnitas.

Os professores dispõem dos Parâmetros Curriculares Nacionais para efetuar suas escolhas. Nesse documento a abordagem proposta privilegia o trabalho sobre os ostensivos, ou seja, sobre as representações dos sistemas lineares, e o nível técnico no desenvolvimento das seis tarefas propostas.

Verificou-se, ainda, que existe um número reduzido de tarefas que permitem a introdução da noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, e as escolhas variam em função dos quadros que se desejam articular, dos pontos de vista que se desejam levar em conta e do nível de conhecimento que lhes são associados.

Além disso, em função das tarefas e da grade de análise construída, foi possível observar, por meio da análise dos livros didáticos escolhidos, que nas obras atuais considera-se a noção de equação do 1º grau, como conhecimento já construído quando se introduz a noção de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas. Essa escolha pode justificar o fato de não se utilizar o ponto de vista das tentativas ou o cálculo mental mesmo quando esse é possível.

Existe também a preocupação dos autores das três obras recentes em articular os quadros numérico, geométrico e algébrico, mesmo quando as noções são introduzidas por meio dos ostensivos que as representam, o que exige a utilização de um discurso tecnológico para justificar as passagens de uma representação à outra, ou a aplicação de conhecimentos prévios, no desenvolvimento das tarefas propostas.

Consideramos que as escolhas estão associadas ao “topos” do professor e do estudante, uma vez que variam em função do tipo e da quantidade de tarefas que ficam a cargo de cada um deles, conforme nossa proposta de análise. Dessa forma, parecem que em relação às obras atuais analisadas existe a preocupação de se levar em conta os seis tipos de tarefas consideradas nesta pesquisa.

Considerações Finais

É possível observar que houve uma melhor delimitação do estudo da noção de sistemas de equações lineares, em que a ênfase é dada aos sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, mas esse estudo não se limita apenas ao caráter ferramenta de solução de tarefas da própria matemática, de outras ciências ou do cotidiano. Ou seja, seu caráter objeto também é destacado pela exploração e discussão das possíveis soluções dos sistemas, possibilitando ainda uma mudança de quadros que permite visualizar geometricamente essas possíveis soluções.

Observa-se ainda que entre as décadas analisadas, houve um momento (década de 50) em que se estudavam os sistemas de equações lineares de m equações e n incógnitas, mas o nível

privilegiado era apenas o nível técnico. Essa época é seguida por uma abordagem na qual se privilegia o objeto matemático e não se consideram as situações de aplicação do conhecimento em jogo – abordagem característica da época da Matemática Moderna (década 60).

Pode-se dizer que a partir da década de 70, aqui analisada por meio da obra de Scipione, se inicia uma articulação entre o caráter ferramenta e o caráter objeto dos sistemas de duas equações e duas incógnitas, que vem sendo empregada até o presente.

É importante observar que a articulação considerada é feita por meio de uma mudança entre os quadros algébricos e geométricos, não exigindo um trabalho fundamentado nas estruturas de grupo aditivo, multiplicativo, abeliano, anel e corpo, como se propunha na época da Matemática Moderna.

Referência bibliográfica

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77-123.

Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais. (PCN): Matemática*. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF.

Castrucci, G. (2002). *A Conquista da Matemática*, 7ª série. São Paulo: FTD.

Chevallard Y. & Grenier, D.(1997). Le topos de l'élève. En *Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques deHoulgate* (pp. 35-38). França: Houlgate.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* 12(1), 73-112.

De Farias, S. (1959). *Curso de Álgebra Ensino Fundamental*. Rio de Janeiro: Globo.

Di Pierro Netto, S. (1971) *Matemática na Escola Renovada*. São Paulo : Saraiva.

Di Pierro Netto, S. (1982) *Matemáticos Conceitos e Operações*. São Paulo: Saraiva.

Di Pierro Netto, S. (1991) *Matemática Scipione*, 7ª série. São Paulo: Scipione.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Paris : IREM de l'Université de Paris VII.

Douady, R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.

Iezzi, G. et al. (2000). *Matemática e Realidade, 7ª série*. São Paulo: Atual.

Iezzi, G. et al. (2005). *Matemática e Realidade, 7ª série*. São Paulo: Atual.

Robert, A. (1997). Quelques outils d'analyse epistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. En *Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques de Houlgate* (pp. 193-212). França: Houlgate.

Rogalski, M. (1995). *Notas manuscritas do Seminário em São Paulo*. Brasil.

Sangiorgi, O. (1966) *Matemática Curso Moderno*. São Paulo: Moderna.

São Paulo (Estado). (1991) *Proposta Curricular para o Ensino da Matemática: 1º grau*. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. São Paulo: SE / CENP.