

LA IMPORTANCIA DE LOS EVENTOS CONTEXTUALIZADOS EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Alma Alicia Benítez Pérez
CECyT 11 “Wilfrido Massieu Pérez”, IPN
abenitez@ipn.mx

(México)

Resumen. Las competencias matemáticas se refieren al dominio, por parte del estudiante, de los conocimientos, habilidades, valores y actitudes que son indispensables tanto para la comprensión del discurso de las ciencias, las humanidades y la tecnología, como para su aplicación en la solución de los problemas de su vida escolar, social y laboral. El objetivo del presente trabajo fue identificar los niveles de competencias matemáticas adquiridos cuando se promueve el estudio de contextos evocados introductorios, que permitan explorar diversas representaciones. La experiencia educativa se llevó a cabo con un grupo de 45 alumnos, del nivel medio superior que cursaban la asignatura de álgebra, y cuya duración fue de 18 semanas. El análisis de los datos permitió identificar tres niveles de Competencias Matemáticas.

Palabras clave: competencias matemáticas, representaciones, estrategias

Abstract. The math skills relate to the domain, by the student, of knowledge, skills, values and attitudes that are essential in understanding the discourse of science, humanities and technology, and for its application in solving problems of their school, social and labor life. The objective of this study was to identify the levels of math skills acquired when it promotes the study of evoked introductory contexts that allow exploring diverse representations. The educational experience was conducted with a group of 45 students, from high school who attended the course in algebra, and whose duration was 18 weeks. The data analysis identified three levels of Mathematics Competencies.

Key words: mathematics competencies, representation, strategies

Introducción

La importancia que reviste actualmente el término *Contexto* adquiere importancia en el aprendizaje de la matemática, es debido al desarrollo de las competencias de los alumnos para aplicar las matemáticas escolares a contextos de la vida real, ya que consiste en entender con más detalles el entorno de la situación. Para las situaciones extra matemáticas que contextualizan un *objeto matemático*, los problemas contextualizados permiten simular situaciones del mundo real. Las investigaciones sobre los problemas contextualizados, que atienden el aspecto sociocultural, muestran la enorme diferencia que hay entre las matemáticas que se explican en la escuela y las que realizan en la vida cotidiana (Nunes, Schliemann y Carraher, 1993; Jurdak y Shahim, 2001; Díez, 2004). En las situaciones de la vida real donde los alumnos se encuentran involucrados, se ha observado el empleo de un tipo especial de matemáticas, ajenas a las que estudiaron en la escuela (Díez, 2004). En general, las investigaciones muestran que en situaciones contextualizadas el problema y la solución se generan simultáneamente y la persona está implicada cognitivamente, emocional y socialmente.

La incorporación de los problemas contextualizados en el currículum escolar (Acuerdos 442 y 444, Nivel Medio Superior, Secretaría de Educación Pública, México), distinguen: problemas escolares descontextualizados, problemas escolares contextualizados y problemas reales. D'Amore, Fandiño y Marazzani (2003), proponen la siguiente clasificación relacionada con el momento en que se propone a los alumnos los problemas contextualizados: a) Problemas contextualizados evocados de aplicación los cuales se presentan al inicio del proceso de instrucción en el que se han enseñado los objetos matemáticos necesarios para la resolución del problema. b) Problemas contextualizados evocados de consolidación, es similar al anterior pero su resolución resulta más compleja, c) Problemas de contexto evocados introductorios, estos problemas se presentan al inicio de una unidad de aprendizaje con el objetivo de que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar en esta unidad de aprendizaje. En este caso, se presenta una situación que tiene su origen o fuente en el contexto real y que reproduce una parte de sus características, donde el alumno puede resolver con sus conocimientos previos, cuyo propósito es facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos.

Los problemas contextualizados destacan su participación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas concibiendo la actividad matemática como una actividad humana, por lo cual se considera que “saber matemáticas” es “hacer matemáticas”. Uno de sus principios básicos afirma que para conseguir una actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes (Freudenthal, 1983). Por lo que los Lineamientos Curriculares de las Matemáticas han realizado la transición hacia el dominio de las competencias al incorporar una consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático, en la cual se utilizan los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramientas eficaces mediante las cuales se llevaban a la práctica dentro y fuera de la institución educativa. Así mismo puede re-interpretarse como potentes precursores del discurso actual sobre las competencias la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Hanesian (1983), donde se expresa que la significatividad de aprendizaje no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido utilidad y eficiencia. Por lo que la competencia es definida en un sentido amplio como un conjunto de conocimientos habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores.

La relevancia de estas ideas, y la problemática que presenta la enseñanza de la matemática tradicional enfocada a los algoritmos, expone una problemática particularmente evidente en el

nivel medio superior donde las prácticas tradicionales son cotidianas, por lo que se hace necesario diseñar estrategias didácticas para desarrollar competencias matemáticas, considerando el importante papel que adquiere el *contexto* entre un *objeto matemático* y la *práctica*, en la que dicho *objeto* es determinante, así como el uso de diversas representaciones para la aprehensión del *objeto matemático*. El objetivo del presente trabajo fue identificar los niveles de competencias matemáticas adquiridas cuando se proporcionan al estudiante contextos evocados introductorios para explorar las representaciones, empleando tratamientos que permitan evidenciar su contenido, para lo cual se diseñó e implementó una experiencia educativa en un grupo de 45 alumnos, del nivel medio superior del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos II (CECyT II) que cursaban la asignatura de álgebra, y cuya duración fue de 18 semanas. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años.

Marco teórico

Dentro de este proceso, las *representaciones* (Duval, 1999) juegan un papel fundamental, ya que dinamizan la resolución de problemas en las ciencias y en particular en matemáticas, permitiendo al estudiante dar sentido a la información que le brinda el problema y operar con ella hasta dar respuesta a la exigencia del mismo. Duval (1999), considera la existencia de *sistemas semióticos*, los cuales proveen nuevos significados a la *representación*, es decir, cualquier *objeto matemático* tiene diferentes *representaciones* producidas por diferentes *sistemas semióticos*, por lo cual expone la necesidad de enfocar la atención a tres aspectos básicos para lograr la *aprehensión conceptual*: el objeto, uno de los varios *sistemas semióticos* y la composición de signos.

Además enfatiza la importancia de manejar varios sistemas semióticos para lograr la *aprehensión del objeto*, pero advierte los problemas que origina la coordinación de estos sistemas. Los *objetos matemáticos* no pueden ser identificados con cualquiera de sus representaciones, esta actividad ocasiona que muchos estudiantes no puedan identificar el contenido de la *representación* y el *objeto* representado.

Otro aspecto que no debe ser soslayado, es la razón por la cual la *representación* es un aspecto determinante en el proceso del aprendizaje; primero porque beneficia la comunicación y segundo porque permite el desarrollo de tratamientos, los cuales consisten en transformar la *representación*, dentro del mismo sistema, sobre la base de reglas propias para obtener otras representaciones que puedan constituir aportes diferentes de la *representación* inicial (Duval, 1996). Particularmente, Benítez (2009) menciona el hecho de que la primera *representación* con la cual se inicia el proceso de solución es decisiva, ya que se presenta entre la percepción del problema y el proceso de resolución, durante el cual influyen varios aspectos como son: la

formulación del problema, las ideas previas del estudiante, las condiciones dentro de las cuales el problema está inmerso, factores que son determinantes para que el estudiante pueda re-interpretar o modificar la primera representación, cuyo tratamiento conlleva a identificar información para hacer inferencias y seleccionar los elementos relevantes que posteriormente se traducirán en la abstracción del análisis de las partes y su integración, dando lugar a la síntesis y a la conclusión del problema.

Metodología

Esta investigación, se ubica en un paradigma de investigación cualitativo. Las ideas desarrolladas en los referentes teóricos, sirvieron como ejes para diseñar y aplicar actividades, en las que los estudiantes identificaron, interpretaron y analizaron problemas en eventos contextualizados. Los problemas de contexto evocados introductorios se presentaron al inicio de cada unidad didáctica con el propósito de que el alumno emplee sus conocimientos previos para resolver la situación, facilitando la construcción del concepto matemático nuevo que se va analizar en la unidad didáctica.

La experiencia educativa se llevó a cabo con un grupo de 45 alumnos, del nivel medio superior (CECyT) que cursaban la asignatura de álgebra, y cuya duración fue de 18 semanas. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años. Los instrumentos utilizados para la recolección de datos durante la investigación fueron:

- Reportes escritos elaborados en forma individual.
- Reportes escritos elaborados por equipos de estudiantes (4 integrantes).
- Grabaciones en audio del trabajo de los estudiantes.
- Reportes elaborados por el profesor-investigador.

Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionando que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información. Una vez terminada la tarea, los equipos presentaban un reporte escrito. El profesor, de acuerdo con las observaciones realizadas a los equipos, seleccionaba un equipo para exponer su trabajo al grupo. Esta dinámica fue implementada durante todo el curso (18 semanas).

Diseño de las Actividades. Para el diseño de los diferentes contextos simulados se atendieron los significados que incorpora el objeto matemático, además de identificar las habilidades

cognitivas, destrezas, y actitudes a desarrollar en las competencias matemáticas. Para ello el contenido de los contextos simulados se presentaron en forma: textual, gráfica, y numérica, atendiendo la interpretación y exploración que el alumno desarrolla durante el proceso, realizando previamente un análisis del contenido matemático a tratar en el curso: lenguaje algebraico, ecuaciones y funciones, permitiendo el planteamiento de modelos lineales y cuadráticos en contextos simulados.

Tipo de Actividades. Una característica de las actividades fue presentar una situación del mundo real simulada para que el alumno, a través de sus conocimientos previos, explore los conceptos matemáticos nuevos, identificando la información que proporciona la situación para construir la expresión algebraica que modela dicho evento. Después de concluir la experiencia educativa se presentó la siguiente tarea que aborda el tema de funciones y ecuaciones cuadráticas en la solución de problemas;

Una compañía de discos estima que podrá vender siete mil álbumes de una nueva versión de “Le nozze di Figaro” de Mozart-Da Ponte a \$ 240 cada álbum. Por cada reducción de \$5 en el precio por álbum, calcula que venderá 300 álbumes más. A la compañía cada álbum le cuesta \$85 y sus costos fijos son de \$100000. Encuentra el número de álbumes que darán a la compañía la ganancia máxima por cada peso invertido?

Análisis de Datos

Los elementos que guían el análisis son:

- Documentar el papel que juegan los contextos simulados en el desarrollo de competencias en matemáticas.
- Identificar el tratamiento empleado para explorar el contenido de las representaciones en contextos simulados.
- Documentar los niveles de competencias matemáticas adquiridos.

El análisis de las grabaciones, el trabajo escrito por los equipos, así como las notas del entrevistador, muestran las diversas estrategias que los equipos emplearon para explorar las representaciones (numérica, verbal, gráfica y algebraica), así como el papel que juegan los contextos simulados de las cuales se menciona las siguientes:

En cuanto a los problemas contextualizados evocados introductorios (D'Amore, Fandiño y Marazzani, 2003) en los cuales se presenta al inicio del proceso de instrucción en el que se han enseñado los objetos matemáticos necesarios para la resolución del problema, y cuyo propósito es para que el alumno vea las aplicaciones de las matemáticas al mundo real. En este marco de trabajo los estudiantes desarrollaron actividades con problemas evocados de

aplicación durante la experiencia, no obstante al culminar el trabajo con los equipos parece ser que algunos estudiantes quedan anclados en la situación de la vida real y no descontextualizan, pues algunos equipos no lograron transferir el conocimiento, debido a que desconocen los diferentes enfoques del concepto, así como el desconocimiento de los patrones de comportamiento del concepto cuando se mueven los parámetros que lo componen, ya que se ven limitados para transitar entre las diferentes representaciones del concepto. Para otros se presente de manera inmediata la descontextualiza del problema evocado siguiendo el patrón de los tratamientos realizados durante la experiencia en las representaciones, identificando variables descontextualizadas y realizando tratamientos en las diferentes representaciones para identificar los parámetros en la expresión algebraica, sin establecer relación alguna con el contexto. Ambas conductas dan muestra de la influencia que ejerce para algunos alumnos el contexto y para otros la influencia que se tiene cuando se está familiarizado con el estudio de las representaciones ignorando el contexto en el cual está inmerso el problema.

Los equipos fueron consistentes con las estrategias empleadas, por ejemplo se presentaron trabajos en lo que se exploraba la representación numérica con tratamientos cualitativos, cuya información se interpretó de manera global, identificando secuencias numéricas que les permitió identificar la variación de los valores obtenidos para determinar el valor de los coeficientes que constituyen la expresión algebraica, lo que condujo al establecimiento de relaciones con la representación algebraica para construir la expresión algebraica que representa el comportamiento de las parejas ordenadas en la tabla numérica. Mientras que para otros se identificaron las variables en términos de x y y , para exponer veinte a treinta datos, que representan el comportamiento del costo como del ingreso, mismos que se colocaron en la representación gráfica para mostrar el comportamiento lineal y parabólico, respectivamente, no obstante los datos no fueron explorados para determinar un tratamiento que permitiera la posible construir de una expresión algebraica que se ajustara a la situación planteada.

Competencias desarrolladas durante la experiencia. La capacidad de adquirir competencias en matemáticas que puede adquirir los alumnos depende de su desarrollo por lo que se habla de niveles de desarrollo que vendrán determinados por la identificación que el estudiante hace de las características relevantes de la situación, el establecimiento de relaciones en las representaciones para construir un modelo matemático y el uso que hace del modelo para conseguir el objetivo pretendido. El esquema de análisis considera tres niveles de desarrollo.

Niveles	Competencia	Descripción
I	Interpreta el evento contextualizado	Idea vaga del contenido del evento contextualizado

	Organiza y explicita diferentes procedimientos para identificar los datos	Idea aproximada del comportamiento de los datos
	Reconoce la necesidad de establecer un modelo para los datos obtenidos	Establece relaciones para identificar el comportamiento de los datos
	Organiza e interpreta la información recopilada	Establece diferentes acercamientos para definir relaciones e identificar las variables
II	Emplea y reconoce los sistemas de representación	Explora las representaciones; icónica, pictórica, gráfica, numérica y algebraica
	Reconoce el tipo de expresión que permita modelar la situación	Establece acercamientos para identificar la expresión.
	Aplica diferentes procedimientos en la representación numérica para identificar su contenido	Se presentó rigidez en el uso de la representación
	Interpreta la información en las representaciones numérica y algebraica.	Se presentaron dificultades en la lectura de la tabla numérica
	Relaciona el comportamiento de los datos con la gráfica	Durante la experiencia los estudiantes trazaron diferentes gráficas, sin embargo, la escala fue el principal obstáculo que se presentó.
	Identifica el contenido de las representaciones empleadas	Explora el contenido de la representación numérica y gráfica
	Resuelve situaciones problemáticas en contextos simulados utilizando propiedades y conceptos matemáticos estudiados	Tendencia a quedar sujetos a los contextos, en los cuales se presentan las ideas matemáticas o se desarrollan las actividades
	Interpreta y define funciones que modelen situaciones problemáticas	Los alumnos mostraron capacidad para desarrollar actividades de formulación para modelar situaciones, desafortunadamente, los recursos que mostraron limitaron los alcances del proceso
III	Aplica correctamente los conceptos en situaciones prácticas	Se presentó la dificultad para distinguir entre el valor de cambio de una función y la función misma. Este discernimiento es crucial en el tratamiento de la variación en cualquier contexto
	Elabora ejemplos y contraejemplos	Inclinación a formular ejemplos o contraejemplos que eran fáciles de identificar.
	Obtiene resultados discutidos en situaciones problemáticas (contextos simulados).	Dificultad para comunicar ideas matemáticas, tanto en forma oral como escrita. Las preguntas planteadas no expresaban el trabajo desarrollado al interaccionar con la tarea, lo mismo sucedía para enunciar un problema, a pesar de que se había entendido la esencia de la situación
	Expresa conceptos en distintas representaciones (gráfica, numérica,	Los estudiantes establecieron las relaciones matemáticas de una situación y la conexión de la información, sin embargo

	verbal, algebraica...).	no se identificaron tratamientos cualitativos y cuantitativos que permitieran establecer relaciones entre las representaciones empleadas
--	-------------------------	--

Conclusiones

- Durante el diseño de las actividades es fundamental favorecer el pensamiento flexible, pues fue evidente, la tendencia a quedar sujetos a los contextos, en los cuales se presentaban las ideas matemáticas.
- El proceso de aprendizaje durante el uso de contextos simulados, sufrió altas y bajas, principalmente en las actividades para construir o interpretar las situaciones que se planteaban.
- Las representaciones empleadas fueron gráfica, numérica y algebraica, cuyo tratamiento fue de tipo cuantitativo.
- La manera en que se organizaron las actividades en el curso, es decir, trabajo en equipo, exposiciones y discusión grupal, fueron elementos que aportaron para que el alumno pudiera exponer sus ideas y conjeturas.
- La discusión abierta en el salón en de clases fue un escenario importante para el desarrollo de la experiencia. En particular, se mostró el valor que tiene someter a la crítica pública un trabajo y defenderlo ante los demás. En general coadyuvó a entender los procesos de razonamiento, así como sus interpretaciones idiosincráticas que dan los conceptos matemáticos.

Nota: La investigación con número de registro 20100459 ha sido apoyada por la Secretaria Investigación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa, Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas Editores.
- Benítez, A. (2009). Estudio de la Primera Representación Gráfica de las Ecuaciones Algebraicas en Contexto. *Revista Innovación Educativa* 9 (1), 41-50.
- Díez, J. (2004), *L'ensenyament de les mateàtiques en l'educació de persones adultes. Un model dialògic*. Tesis de doctorado no publicada, Universitat de Barcelona. Barcelona.
- Duval R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques?. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382.

- Duval R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues For Learning. In F. Hitt (Ed.), *Proceedings of the Twenty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-26). Morelos: ERIC
- D'Amore, B., Fandiño, M.I. y Marazzani, I. (2003). Ejercicios anticipados y Zona de desarrollo próximo: comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon* 57, 357-378.
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht: Riedel-Kluwer A.P.
- Jurdak, M. y Shahim I. (2001). Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids. *Educational Studies in Mathematics Education* 47 (3), 297-315.
- Nunes, T., Schliemann, A. D. y Carraher, D.W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. New York: Cambridge University Press.