

FLEXIBILIDADE COGNITIVA E NIVEIS DE CONHECIMENTO: a NOÇÃO DE FUNÇÃO AFIM

Marlene Alves Dias, Sirlene Neves de Andrade, Tânia Maria Mendonça Campos
UNIBAN
alvesdias@ig.com.br, sirlene-neves@uol.com.br, taniammcampos@hotmail.com
Campo de investigación: gráficos, funções

Brasil
Nivel: Médio

Resumo. *Centrado na noção de níveis de conhecimento conforme definição de Robert (1997) apresentamos os resultados das análises sobre as possibilidades de articulação de quadros, representações semióticas e pontos de vista quando se considera a abordagem da noção de função afim no Ensino Médio. Para tal identificamos as relações institucionais esperadas e existentes por meio da análise de documentos oficiais e livros didáticos e a relação pessoal desenvolvida por um grupo de estudantes do Ensino Médio de uma escola pública do estado de São Paulo. Os resultados encontrados colocam em evidência que existe uma preocupação institucional em se considerar a articulação entre os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental e no decorrer do Ensino Médio. Apesar do trabalho desenvolvido institucionalmente, poucos estudantes do grupo analisado são capazes de desenvolver um trabalho onde essas articulações são necessárias.*

Palavras-chave: Flexibilidade cognitiva, níveis de conhecimento, função afim

Introdução

A deficiência no processo de ensino aprendizagem atinge todos os níveis e tem diversas causas. Em diversos países, existem grupos que tentam estudar novas formas para melhorar essa situação. Nessa pesquisa nosso objetivo é estudar as deficiências relativas ao trabalho com a matemática, principalmente no que se refere ao estudante do Ensino Médio. Pretendemos com essa análise, propor novos meios de reflexão que possibilitem um tratamento mais eficiente da noção de função afim.

Em geral, os professores na transição de uma etapa escolar a outra reclamam que seus estudantes não estão suficientemente preparados e, em geral, eles atribuem as dificuldades encontradas à falta de conhecimentos prévios em relação aos conteúdos supostos disponíveis e que deveriam ser facilmente articulados sem necessidade de serem evocados ou pedidos explicitamente. Essa condição conduz alguns estudantes a uma situação de desinteresse difícil de ser ultrapassada, uma vez que, a falta de conhecimentos mobilizáveis e disponíveis tende a aumentar no decorrer das diferentes etapas da escolaridade.

Isso se reflete na qualidade de ensino da matemática no Ensino Médio e Superior. Sendo assim, escolhemos trabalhar a questão da *flexibilidade cognitiva*, isto é, a capacidade de trabalhar e articular diversos quadros, podendo efetuar mudanças de quadro quando necessário, sem que para isso seja feito algum apelo explícito, utilizar a representação mais adequada para a resolução de uma tarefa, articular diferentes pontos de vista e concepções; saber planejar, analisar, desenvolver, justificar e controlar o trabalho matemático executado.

Escolhemos assim, analisar quais as condições necessárias para que o estudante possa articular de forma autônoma as noções associadas ao conceito de função afim, uma vez que essa noção é fundamental para a maioria dos cursos de exatas do Ensino Superior. Trata-se de uma noção essencial para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral que é uma disciplina que no Brasil, em geral, apresenta altos índices de reprovação.

Iniciamos assim, este trabalho com o seguinte questionamento:

- 1) Como estão sendo trabalhados institucionalmente os níveis de conhecimento técnico, mobilizável e disponível, definidos por Robert (1997), no Ensino Médio?
- 2) Quais as relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes para a noção de função afim, quando se considera as relações institucionais existentes para o Ensino Médio?

Analisamos, assim, o funcionamento institucional dos três níveis de conhecimento para a noção de função afim conforme definição proposta por Robert (1997) considerando também a noção de relações institucional e pessoal de Chevallard (1996).

Na sequência apresentamos o referencial teórico utilizado para o desenvolvimento da pesquisa. Essas abordagens teóricas permitiram construir a grade de análise para a qual damos um exemplo de seu funcionamento.

Referencial teórico da pesquisa

Para tratar as questões levantadas acima, escolhemos como referencial teórico central a abordagem teórica em termos de níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1997), que distingue os níveis técnico, mobilizável e disponível que são relativos, pois funcionam dependendo do nível de conceituação escolhido para o desenvolvimento

de um determinado conteúdo matemático. O trabalho nesses três níveis pode exigir mudanças de quadros conforme definição de Douady (1984) ou de pontos de vista como define Rogalski (1995), sendo que tanto as mudanças de quadros como de pontos de vista podem exigir ainda a conversão de registros de representação semiótica que aqui é tratada segundo definição de Duval (1993, 1995).

Para melhor compreender como o ensino trata a questão da flexibilidade cognitiva, em função das escolhas teóricas apresentadas acima, consideramos as noções de relação institucional e pessoal definidas por Chevallard (1996) e Bosch e Chevallard (1999), que a partir das noções primitivas de objeto, pessoas e instituição definem relação institucional à um objeto quando pelo menos uma instituição reconhece o mesmo como objeto do saber e relação pessoal quando esse último é reconhecido por pelo menos uma pessoa. Isso nos permitiu conceber as relações institucionais esperadas, aqui analisadas por meio de documentos oficiais, as relações institucionais existentes, estudadas por meio dos livros didáticos e as relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes, ou seja, as marcas das relações institucionais, aqui examinadas por meio de uma macro avaliação.

Consideramos, mais particularmente, a abordagem em torno dos três níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1997), por tratar-se de uma análise mais global onde as abordagens consideradas acima também são levadas em conta.

Descrevemos brevemente, a seguir, a metodologia da pesquisa.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa se desenvolveu em duas fases, inicialmente fizemos uma análise institucional das possibilidades de articulação entre as diferentes formas de tratamento da noção de função afim via Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2000, 2006) e livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (Brasil, 2005). Em seguida, analisamos as relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes de uma escola pública de São Paulo, via questões sobre a noção de função afim encontradas na prova de avaliação do sistema de ensino paulista.

Para a análise institucional se considera:

- Uma análise das sugestões feitas nos documentos oficiais em relação à articulação entre as possíveis formas de tratamento da noção de função afim, via Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM, 2000) e Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio +: Ciências da Natureza e suas Tecnologias (PCN +, 2006).

- Uma análise para observar como é proposto o trabalho sobre a noção de função afim em dois livros didáticos destinados aos estudantes do Ensino Médio indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio do Ministério da Educação (Brasil, 2005).

Para a análise das relações pessoais desenvolvidas pelo grupo de estudantes se considera:

- Uma análise dos resultados obtidos pelos estudantes de uma escola pública estadual, localizada em um bairro da Zona Sul de São Paulo para as questões do SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, 2005) que versam sobre a noção de função afim.

Para as análises propostas acima, construímos a seguinte grade de análise.

A grade de análise

O propósito dessa grade é de servir como um instrumento que permita analisar os diferentes níveis de conhecimento exigidos dos estudantes num curso de introdução à noção de função afim no Ensino Médio. Ela permite analisar os três níveis de conhecimento (técnico, mobilizável e disponível) exigidos dos estudantes:

- Em função das **tarefas** associadas à noção de função afim encontradas no Ensino Médio;
- Em função **das variáveis dessas tarefas**, para as quais damos ênfase ao nível de conhecimento pedido explicitamente no enunciado e os diferentes níveis de conhecimento de outras noções que devem ser utilizados para sua solução.

As variáveis das tarefas são definidas abaixo:

- O nível de conhecimento proposto pela tarefa;
- Os registros de representação dados no enunciado;
- O quadro em que a tarefa é enunciada;

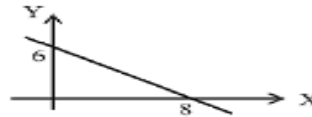
- Os tipos de representações exigidos na solução da tarefa;
- Os níveis de conhecimento necessários para a execução da tarefa em relação às noções que serão utilizadas.

Exemplo de funcionamento da grade em uma tarefa

Tarefa geral: Conversão do registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico explícito.

Na figura 1 apresentamos um exemplo desse tipo de tarefa.

14. No gráfico abaixo, você vê uma reta que corta o eixo X eixo Y no ponto de ordenada 6. A equação dessa reta é



- (A) $y = -\frac{3}{4}x + 6$
 (B) $y = \frac{3}{4}x + 6$
 (C) $y = -6x + 8$
 (D) $y = 6x + 8$

Figura 1: Saesp 2005-Prova de Matemática da 3ª série do Ensino Médio, período noturno

- Nível de conhecimento exigido na tarefa: disponível;
- Registros de representação dados no enunciado: registro de representação da língua natural;
- Quadro em que a tarefa é enunciada: numérico e algébrico;
- Tipos de representação exigidos na solução da tarefa: registro de representação gráfica, registro de representação algébrico intrínseco e registro de representação algébrico explícito;
- Níveis de conhecimento necessários para a execução da tarefa em relação às noções que serão utilizadas: mobilizar a noção de função afim e articular com: a noção de inclinação

da reta (coeficiente angular e coeficiente linear). Além disso, a solução pode exigir outros conhecimentos disponíveis que dependem do caminho escolhido para solução.

A análise dos documentos oficiais

Ao examinar os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2000, 2006) observamos que existe uma preocupação com o trabalho articulado entre a noção de função afim com as noções de progressões, as noções associadas ao quadro da Geometria Analítica, a noção de polinômio. Além disso, sugere-se que é importante desenvolver as habilidades de leitura e interpretação dos registros de representação gráfica, mesmo se não tratam a questão com essa terminologia. Propõe-se, também, a articulação com outros quadros como os quadros da física, da economia, etc. e que se utilize situações que podem ser identificadas pelos estudantes como cotidianas.

A análise dos livros didáticos

A análise dos livros didáticos foi estruturada em torno das seguintes questões:

- Como é introduzida a noção de função afim, quais representações são utilizadas e como elas se articulam?

- Que pesos respectivos ocupam os níveis: técnico, disponível e mobilizável nas tarefas propostas aos estudantes?

- Que tipo de discurso acompanha as tarefas resolvidas e se esse auxilia os estudantes no desenvolvimento dos níveis mobilizável e disponível?

Analisamos os livros didáticos avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (Brasil, 2005) e apresentamos aqui os resultados de Dante (2005). Para a introdução da noção de função afim, verificamos que, em geral, esse livro didático começa com a definição algébrica utilizando símbolos e fórmulas. Alguns procedimentos são apresentados por meio de exemplos específicos, ou ainda, nos exercícios resolvidos e problemas propostos, onde aparecem algumas articulações, por exemplo: temperatura em função de tempo, custo em função de tempo, havendo uma preferência por casos em que os cálculos não são complicados, pois o que se visa é a compreensão do procedimento e o raciocínio do estudante.

Análise dos resultados obtidos pelos estudantes de uma escola pública do estado de São Paulo no Saesp (2005) - Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

Trata-se de um resultado parcial que permite compreender melhor a relação que os estudantes de uma escola estadual de São Paulo desenvolveram em relação ao objeto função afim.

Na figura 2 apresentamos um exemplo de tarefa dessa avaliação.

07. Para estipular o preço por seu trabalho, o pintor de paredes André cobra uma taxa fixa de R\$ 50,00 e mais uma taxa de R\$ 10,00 por m^2 pintado. André vai pintar uma parede de $10m^2$. Quanto André cobrará por esse trabalho?
- (A) R\$ 50,00
 (B) R\$ 100,00
 (C) R\$ 150,00
 (D) R\$ 200,00

Figura 2: Saesp 2005-Prova de Matemática da 1ª série do Ensino Médio, período noturno

I – Nível de conhecimento esperado dos estudantes: Disponível;

II - Conhecimentos supostos disponíveis para solução da tarefa:

Aplicação das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); lei de formação (fórmula) de uma função afim através da fórmula $f(x) = ax + b$.

Desempenho dos estudantes

Questão 07	Turma D	%	Turma E	%	Turmas D + E	%Turmas D + E
A	1	3,6	1	3,3	2	3,4
B	2	7,2	9	30	11	19
C	8	28,5	12	40	20	34,5
D	17	60,7	8	26,6	25	43,1
Total	28	100	30	100	58	100

Quadro 1: Desempenho dos estudantes

Comentarios

Por meio dos dados obtidos, verificamos que apenas 34,5% dos estudantes responderam corretamente à questão, podemos considerar que a dificuldade está na interpretação do problema e no fato de precisarem mobilizar conhecimentos prévios sobre a noção de cálculo de área para saber quantos metros quadrados foram pintados, o que parece não estar disponível para muitos desses estudantes, em especial, para os estudantes da Turma D. Vale ressaltar a diferença estabelecida entre as turmas D e E, pois na Turma D, a maioria dos estudantes optou pela alternativa D, o que já não ocorreu com a Turma E, onde um número maior de estudantes optou pela alternativa correta. Podemos concluir que existe um grande trabalho a ser realizado para melhorar esses resultados.

Considerações Finais

A análise dos livros didáticos pode ser considerada como um meio eficaz para compreender quais os conhecimentos matemáticos necessários para compreender a noção de função afim, e como esses mesmos conhecimentos podem ser aplicados de forma eficaz. Além disso, com essa mesma análise é possível saber qual o nível de conhecimento (técnico, mobilizável e disponível) pode ser esperado dos estudantes que terminam o Ensino Médio e qual o nível de conhecimento que era esperado dos estudantes que terminam o Ensino Fundamental em relação aos conhecimentos matemáticos que podem ser associados à noção de função afim.

Os documentos propõem que o professor desenvolva um trabalho onde as mudanças de quadros, conversão de registros de representação semiótica e mudanças de pontos de vista, mesmo se não tratadas com esta terminologia, são componentes essenciais que devem ser trabalhadas no Ensino Médio.

A grade de análise serviu como instrumento para a análise das relações institucionais. Além disso, a grade ao ser aplicada sobre as questões do SARESP permitiu reconhecer que nível de conhecimento é realmente esperado dos estudantes no final de cada série em relação à noção de função afim e as suas possíveis articulações.

É importante ressaltar que nos livros didáticos destinados aos estudantes do Ensino Médio podemos observar uma preocupação em desenvolver atividades que exigem a conversão dos registros de representação semiótica, mesmo se essa terminologia não é utilizada. Os autores

mostram, sem serem exaustivos, como essas possibilidades podem ser realizadas, com uma ênfase maior ou menor para determinadas conversões que dependem das escolhas pessoais, permitindo assim, uma visão geral dos diferentes casos que podem ser considerados.

Com relação às tarefas destinadas aos estudantes, que foram analisadas nos dois livros didáticos do Ensino Médio, verificamos que na maioria dos casos, fica a cargo do estudante desenvolver a maioria das tarefas que apresentam um contexto de uma situação-problema, exigindo dele um bom nível de leitura e interpretação de textos, além de conhecimentos matemáticos ou relacionados a outras ciências que se supõe tenham sido adquiridos anteriormente e que nesse momento são considerados disponíveis.

Dessa forma, mesmo que as propostas de articulação das diferentes formas de conhecimento associadas à noção de função afim e suas respectivas representações, ainda que não sejam tratadas por meio dessa terminologia, vêm sendo consideradas essenciais, como mostra a análise institucional fundamentada nos Parâmetros Curriculares Nacionais e nos livros didáticos, existe ainda uma imensa distância entre o que é proposto institucionalmente e o que os estudantes foram capazes de desenvolver. Isso mostra que temos um enorme caminho a percorrer e que é necessária uma maior atenção por parte dos professores em relação a este tipo de articulação, pois na maioria dos casos apresentados, o nível de conhecimento exigido dos estudantes é o disponível e não se pode dizer se o desempenho dos estudantes foi bom ou ruim, apenas constatamos que eles têm dificuldades em reconhecer as articulações entre a noção de função afim com outras noções tanto dentro quanto fora da matemática, o que nos permite supor que essas dificuldades estão associadas a uma falta de trabalho com tarefas em que os níveis de conhecimento em jogo são o mobilizável e disponível.

Referência bibliográfica

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Grenoble: *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77-123.

Brasil. (2000) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares nacionais: Ensino Médio* / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, SEMTEC.

Brasil. (2006). *Parâmetros Curriculares nacionais: Ensino Médio + : Ciências da Natureza e suas tecnologias* / Ministério da educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, SEMTEC. Acesso em: 20 de março 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>

Brasil. (2005) *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2005* / Secretaria de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.

Chevallard, Y. (1996) Les outils sémiotiques du travail mathématique *Petit-x* 42, 33-57.

Dante, L.R. (2005) *Matemática: livro do professor*. São Paulo: Ática.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Paris : IREM de l'Université de Paris VII.

Duval, R. (1993) Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitive* 5, 37-65.

Duval, R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine*. Paris :.Peter Lang.

Robert, A. (1997). Quelques outils d'analyse epistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. En *Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques de Houlgate* (pp. 193-212). França: Houlgate.

Rogalski, M. (1995). *Notas manuscritas do Seminário em São Paulo*. Brasil.

São Paulo (2005) *Saresp Encontro de Matemática Avaliações Externas*. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. São Paulo: Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.