APRENDIZAJE DE ESTOCÁSTICOS EN PRIMER SEMESTRE DE INGENIERÍA

Omar Pablo Torres Vargas, Ana María Ojeda Salazar
DME, Cinvestav IPN México
optorres@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx
Campo de investigación: Pensamiento relacionado con probabilidad, estadística Nivel: Superior

Resumen. *Este estudio se dirige a la cuestión de si la formación del ingeniero satisface los requerimientos de conocimientos de estocásticos para un desarrollo satisfactorio en su futuro desempeño profesional y/o académico tecnológico. Para ello, se interesa en la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos en los alumnos del primer semestre de ingeniería y en las dificultades que pueden tener para aprender probabilidad y estadística; se enfoca en la propuesta para estocásticos de los institutos tecnológicos. En la primera etapa de la investigación, el objeto de análisis fue el programa de estudio y los medios que recomienda el sistema de institutos tecnológicos, así como su correspondencia con las ideas fundamentales de estocásticos para un currículo en espiral. En la segunda etapa se considera la simultaneidad de la introducción de probabilidad y de estadística y del cálculo diferencial e integral. La tercera etapa se centra en el examen de la comprensión de estocásticos de los estudiantes.*
Palabras clave: Estocásticos, aprendizaje, comprensión, limitaciones, ingeniería

Introducción

La investigación en la ciencia cognitiva demuestra la prevalencia de algunas maneras intuitivas de pensar que interfieren con el aprendizaje del razonamiento probabilístico correcto (Ahlgren y Garfield, 1988). Este estudio se dirige a la cuestión de si la formación del ingeniero satisface los requerimientos de conocimientos de estocásticos para un desarrollo satisfactorio en su futuro desempeño profesional y/o académico tecnológico. Interesa la comprensión de los estudiantes de primer semestre de ingeniería electrónica de dos tipos de distribución: la Distribución Normal, cuya función de densidad tiene un gráfico en forma de campana y se presenta como el ejemplo más importante de variable aleatoria continua, y la Distribución Binomial, que corresponde a términos sucesivos binomiales, es decir, su correspondiente variable aleatoria es discreta. El teorema del límite central justifica que, a medida que la cantidad de ensayos de Bernoulli aumenta, se aproxime la probabilidad binomial del número de éxitos obtenidos (el resultado de una serie) mediante los valores de una distribución normal (el resultado de una integral definida). Epistemológicamente, las nociones de cálculo se formalizan antes que las de probabilidad. Esa anticipación es producto de una enseñanza determinista que otorga mayor importancia a los conceptos del cálculo diferencial e integral que a los de estocásticos.

En una primera etapa de la investigación se identificaron, en el tema de interés aquí, las ideas fundamentales de estocásticos señaladas por Heitele (1975) en el programa de estudios propuesto por el sistema de Institutos Tecnológicos y en el libro de texto que recomienda, incluyendo los ejercicios o problemas que plantea; el fin fue valorar la pertinencia de la propuesta. Es notorio un desfasamiento de la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral respecto de la de estocásticos, lo que sugiere una desarticulación de los programas de ambas asignaturas que puede ocasionar el malogro de los objetivos planteados con la enseñanza de probabilidad y de estadística.

En el libro de texto propuesto (Walpole, 1992) en el programa de estudios de los institutos tecnológicos, los elementos de probabilidad se presentan desde el inicio y hasta el capítulo 6. A partir de este capítulo comienza Estadística con la sección de Muestreo aleatorio. De manera paralela a la asignatura “Probabilidad y Estadística” se propone “Cálculo Diferencial e Integral” (Stewart, 2001). La simultaneidad de ambas asignaturas en el mismo semestre plantea la interrogante de si esta última se deba impartir previamente a la de probabilidad y estadística y qué consecuencias tiene tal simultaneidad en la comprensión de estocásticos de los estudiantes.

Pregunta de investigación y objetivos

¿Cuáles son las limitaciones para el aprendizaje de Probabilidad y Estadística en los estudiantes de primer semestre de ingeniería en institutos tecnológicos y a qué factores principales se deben?

Objetivo 1. Identificar la comprensión de los estudiantes del primer semestre de ingeniería, de ideas fundamentales de estocásticos implicadas en problemas que requieren de conceptos del Cálculo.

Objetivo 2. Obtener información de las limitaciones que repercutan hacia el orden cognitivo y transgredan el orden epistemológico.

Objetivo 3. Informar sobre la pertinencia de la propuesta institucional para, en su caso, proponer una alternativa.

Elementos teóricos

Tres ejes rectores orientan la investigación. En el orden epistemológico se ha considerado, como se señala en la introducción, la propuesta de Heitele (1975) de diez *ideas fundamentales* de estocásticos como guía de una formación en ellos y base de su conocimiento analítico. Es necesaria una formación continua en estocásticos, desde la educación preescolar hasta la universitaria, que considere sus ideas fundamentales como guía, de manera que en los grados superiores se pueda presuponer un dominio intuitivo favorable al tratar temas de estocásticos así como bases para su conocimiento analítico. La propuesta de Heitele constituye un modelo a usar en la enseñanza a todos los niveles, no para resolver problemas estocásticos, sino para construir currículas coherentes de estocásticos. Steinbring (2005), por su parte, ha esquematizado con el triángulo epistemológico la constitución del concepto matemático, el cual resulta de la interrelación entre el objeto, el signo y el propio concepto, en atención a la dimensión social que reviste la enseñanza y la interacción en el aula (Ojeda, 2006) respecto a la adquisición del conocimiento de estocásticos en el nivel universitario. El significado de los conceptos no se puede deducir de conceptos más básicos; el significado depende de una manera autorreferente del mismo (Steinbring, 1991). El triángulo epistemológico representa un diagrama de relaciones balanceadas entre sus vértices, los cuales no pueden ser tratados de forma independiente en la deducción del significado del conocimiento matemático.

En el orden cognitivo se ha considerado, en particular, el planteamiento de Frawley (1999) respecto a la conciencia como un concepto amplio que incluye tres tipos de subjetividad en el procesamiento de la información: el procesamiento no consciente, la conciencia y la metaconciencia. El procesamiento no consciente es la codificación automática del *input* sin la experiencia subjetiva o la conciencia de los mecanismos de procesamiento: un tipo de subjetividad discreta, identificable y viable. Funciona como un reflejo. Sus mecanismos y contenido son generalmente inmunes a la inspección. La conciencia es la *experiencia con toma de conciencia*. La toma de conciencia es ese elemento sobre el que se puede informar y que puede derivarse de los informes de los demás. De forma diferente al procesamiento ciego, automático, en el nivel consciente existe *algo que parece* tener experiencias: tienen cualidades. El tercer tipo de subjetividad es la metaconciencia: la toma de conciencia y la organización deliberada de la experiencia (Frawley, 1999). Se considera que las limitaciones cognitivas se revelan como forma de protección del individuo ante demasiada información (Gigerenzer, 2008).

Organización del estudio y criterios de análisis

Para estudiar la cuestión de nuestro interés, se implementa el uso sistematizado de la *célula de análisis* (Ojeda, 2006) en las tres etapas en las que se ha organizado esta investigación (véase Figura 1), *en curso* y de carácter cualitativo (Eisner, 1998). Los constituyentes de la célula derivan de la perspectiva teórica. La fase documental del estudio se centró en la propuesta institucional para estocásticos y cálculo diferencial e integral en la carrera de ingeniería electrónica (Stewart, 2001; Walpole, 1992). Se revisó la correspondencia entre uno y otro y se les analizó respecto a las ideas fundamentales de estocásticos señaladas por Heitele; se han distinguido los estocásticos de otros conceptos matemáticos para discriminar entre la identificación de la naturaleza aleatoria de los fenómenos en estudio de los conceptos que se aplican para hacerlo, así como para identificar posibles impertinencias por introducciones simultáneas o tardías de los segundos respecto a los primeros. Esta fase constituye un referente para examinar, en la segunda, la enseñanza de estocásticos y, en la tercera, los resultados de la enseñanza en los estudiantes.

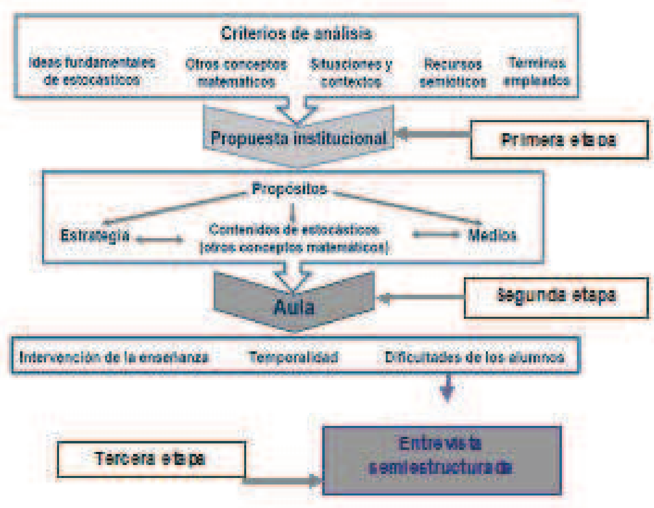


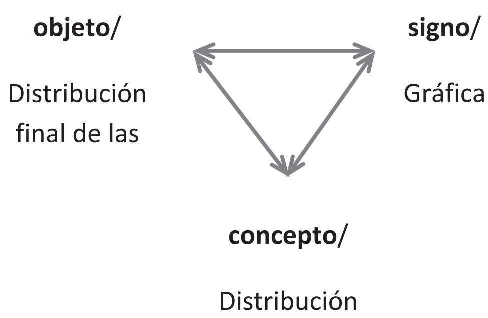
Figura 1. Organización de la investigación y célula de análisis de la enseñanza.

Los instrumentos para la recopilación de datos son un cuestionario, una actividad experimental (Hogarth, 2002) y el guión de una entrevista semiestructurada. El análisis de los datos recopilados durante las tres etapas de la investigación, registrados en lápiz y papel, en hojas de control y en videograbaciones, se efectúa en matrices. Los recursos semióticos gráficos propuestos o producidos son de interés en tanto están en estrecha relación con los procesos cognitivos de donde derivan, como resultado de la comprensión de los estudiantes de los temas enseñados (Fischbein, 1975; Steinbring, 2005).

Resultados

Se realizó una actividad diseñada para un grupo de 28 estudiantes de primer semestre de ingeniería electrónica de un Instituto Tecnológico para obtener datos acerca de las nociones de los estudiantes de distribuciones centrales de probabilidad (Piaget e Inhelder, 1951) y de las ideas fundamentales de estocásticos implícitas en ella. Se utilizó ante grupos de 10, 10 y 8 estudiantes un tablero de Galton formado por siete filas en la parte superior y catorce columnas en la parte inferior; se proporcionó a cada participante una hoja de control donde apuntaron, con lápiz en papel, su estimación de la distribución final al liberar 200 canicas en el embudo superior del tablero. Después de haber efectuado el experimento se mostró a los estudiantes una simulación digital (Teacherlink, sf) donde se pueden variar las dimensiones del tablero y se muestra la formación respectiva de la binomial.

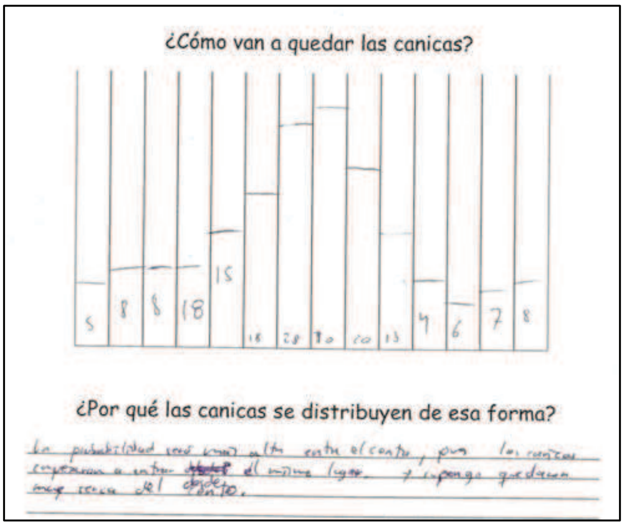
Tabla 1. Análisis de la actividad mediante el triángulo epistemológico (Steinbring, 2005).

Hoja de Control	Triángulo epistemológico
	

Se encontró que cuatro estudiantes participantes pusieron en juego la noción de grandes números en la regularidad de la distribución central y su simetría aproximada al formarse la binomial en la base del tablero con las canicas que rodaron por él. La respuesta del estudiante 1 manifiesta un procesamiento consciente al declarar que *supone* que las canicas *quedarán muy cerca del centro* (véase Figura 2), ya que la distribución le *parece tener la cualidad de concentrarse en el centro*; ubicamos este desempeño en el nivel consciente de subjetividad (Frawley, 1999).

Cuatro días después se aplicó a 13 de los estudiantes del mismo grupo un cuestionario que incluyó tres problemas referidos a la distribución binomial desde el enfoque clásico de la probabilidad y extraídos del libro propuesto en el programa de estudios (Walpole, 1992). Con el cuestionario, impreso en papel para su contestación individual con pluma, se recopilaron datos acerca de la comprensión de las ideas de estocásticos implicadas en el tema después de la actividad experimental.

Del análisis de las respuestas proporcionadas por los estudiantes se identificaron patrones. Para el ejemplo citado, tenemos: a) Planteamiento como distribución binomial, b) Definición, c) Identificación explícita de parámetros, d) Notación correcta, e) Aplicación correcta del coeficiente binomial, f) Asignación de 1 a los éxitos, g) Asignación de 2 a los éxitos, h) Notación decimal en las operaciones, i) Fracciones, j) Modo de porcentaje, k) Modo decimal, l) Distribución discreta uniforme, m) Distribución hipergeométrica. Se identificó con “1” a la aparición del patrón de respuesta, como lo resume la Tabla 2.



¿Por qué las canicas se distribuyen de esa forma?

La probabilidad será más alta entre el centro, pues las canicas empezaron a entrar desde el mismo lugar y supongo quedarán muy cerca del centro.

Figura 2. Respuestas del estudiante 1 en la hoja de control de la actividad.

La tabla 2 resume las respuestas al segundo problema del cuestionario proporcionadas por los estudiantes. Resulta relevante el hecho de que haya una incomprensión del coeficiente binomial por parte de 9 de los estudiantes cuestionados (véase columna e), y hayan hecho la asignación de 1 a los éxitos sin tomar en cuenta el valor de 0 para dar una respuesta de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión.

Tabla 2. Identificación de patrones de respuesta en el cuestionario aplicado.

	Clasificación													
Estudiante	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	Resultado
1	1	1				1		1	1	1	1			*Incorrecto*
2										1				*Incorrecto*
3			1				1		1		1			*Incorrecto*
4			1				1				1			*Incorrecto*
5	1						1	1	1		1			*Incorrecto*
6	1		1				1	1		1	1			*Incorrecto*
7				1	1	1			1		1		1	*Incorrecto*
8														No contestó
9	1		1		1	1		1			1			*Incorrecto*
10									1	1	1		1	*Incorrecto*
11			1	1	1	1			1	1			1	*Incorrecto*
12	1	1		1	1		1	1	1		1			*Incorrecto*
13	1						1	1	1		1			*Incorrecto*
	6	2	5	3	4	4	6	6	8	5	10	0	3	0/12

El enunciado del citado ejemplo es el siguiente:

2. Si se define la variable aleatoria X como el número de caras que ocurren cuando una moneda legal se lanza al aire una vez, encuentre la distribución de probabilidad de X.

Se aplicarán entrevistas semiestructuradas individuales para obtener más elementos sobre las predicciones hechas por los estudiantes en la actividad y su comprensión del papel de los grandes números en la regularidad de la dispersión simétrica y la cuantificación inmediata de la distribución central, características típicas del tercer estadio del origen de la idea de azar (Piaget e Inhelder, 1951). Para ello, se diseñará un guión de entrevista que permita identificar el estado del razonamiento probabilístico en los estudiantes a quienes se les aplique, por ejemplo, trabajar con el complemento es característico de poner en juego tal razonamiento porque indica la identificación de eventos y de la totalidad del espacio muestra.

Referencias bibliográficas

Ahlgren, A. y Garfield, J. (1988). Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research. *Journal for Research in Mathematics Education 19(1)*, 44-63.

Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Barcelona: Paidós.

Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dördrecht: D. Reidel Publishing Company.

Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. Barcelona: Paidós.

Gigerenzer, G. (2008). *Decisiones instintivas*. Barcelona: Ariel.

Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics 6 (2)*, 187-205.

Hogarth, R. M. (2002). *Educar la intuición*: *El desarrollo del sexto sentido*. Barcelona: Paidós.

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: Un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed), *Matemática educativa, treinta años: Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195-214), México: Cinvestav del IPN, Grupo Editorial Santillana.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Bibliothèque de Philosophie Contemporaine. Paris: Presses Universitaires de France.

Steinbring, H. (1991). The Concept of Chance in Everyday Teaching : Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics* 22, 503-522.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction - An Epistemological Perspective*. New York: Springer.

Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas*. México: Thomson.

Teacherlink. (sf). Recuperado el 2 de junio de 2009 de http://www.teacherlink.org/content/math/interactive/flash/quincunx/quincunx.html

Walpole, R. y Myers, R. (1992). *Probabilidad y estadística*. México: McGraw-Hill.