

ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE 5° DE BÁSICA PRIMARIA

Alberto Jesús Iriarte Pupo

I. E. Normal Superior de Sincelajo. Universidad de Sucre

albertoiriarte4@yahoo.es

(Colombia)

Resumen. En este trabajo de investigación se muestra la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la habilidad de resolución en problemas matemáticos para estudiantes de básica primaria. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos; la intervención se realizó en cuatro fases, poniendo en práctica la instrucción directa, el modelado metacognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intragrupos e intergrupos estableciéndose diferencias estadísticas significativas, que corroboraron la efectividad de las estrategias aplicadas.

Palabras clave: metacognición, resolución de problemas, cuasi experimento

Abstract. In this research work we show the influence of implementing metacognitive teaching strategies focusing on the development of mathematical problem solving ability in students of primary age. The methodological design used was quasi-experimental with four groups; the intervention was conducted in four phases, implementing direct instruction, metacognitive modeling, guided practice and cooperative learning. Comparisons were performed intragroup and intergroup with statistically significant differences, which confirmed the effectiveness of strategies implemented.

Key words: metacognition, problem solving, quasi-experiment

En diferentes ocasiones se ha repetido que “hacer matemática es resolver problemas”, tal afirmación sería muy difícil negarla, teniendo en cuenta el enfoque que ha tomado esta disciplina en las últimas décadas. A nivel internacional, se le ha dado un nivel prioritario a la “resolución de problema” en la enseñanza de la matemática. Como puede verse en el informe Cockcroft (1982) en Gran Bretaña; una agenda para la acción y los estándares curriculares para la evaluación de los Estados Unidos que reporta el NTCM (1980,1989 y 2000). En Colombia se puede observar en los lineamientos curriculares (1998) y estándares nacionales del área de matemática (Vasco, 2006).

Sin embargo, diferentes estudios internacionales y nacionales, muestran un panorama poco alentador para los países latinoamericanos y en especial para Colombia en lo que respecta al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos. Pruebas de tipo internacional, como son la prueba PISA (*Program for International Student Assessment*), las pruebas TIMMS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) y las SERCE (*Segundo Estudio Regional y Comparativo*), las cuales son aplicadas por diferentes organizaciones, consienten la resolución de problemas dentro de sus componentes evaluativos, dándole importancia al desarrollo de esta competencia.

La problemática encontrada en esta investigación no es ajena a la que pasan diferentes países, en la cual se identifica que los estudiantes de 5° del ciclo de básica primaria (9 a 12 años) presentan dificultades relacionadas a los conocimientos declarativos, actitudinales y procedimentales, que permiten el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos contextualizados. Los indicadores de este problema se observan en distintos espacios de resultados de pruebas estandarizadas, como las pruebas: PISA (2006), SERCE (2006) y TIMMS (2007) a nivel internacional y por otra parte las Pruebas Saber (ICFES, 2009) aplicadas en el ámbito Nacional.

Planteamiento del Problema

En el contexto nacional se tienen las pruebas Saber, las cuales son aplicadas a estudiantes de quinto grado; La prueba Saber de matemática, a nivel general fluctúa entre una puntuación de 0 a 100 puntos posibles, el departamento de Sucre (Colombia), obtuvo una media de 53.32, la cual se ubica por debajo del promedio nacional de 56.20; a su vez el municipio de Sincelejo puntuó 53.60 también por debajo de la media nacional. La Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo (IENSS) no es ajena a esta problemática, donde los estudiantes presentan una media en la competencia de resolución de problemas de 3.51 de 10 puntos posibles. A su vez, indicadores en las evaluaciones internas del primer período académico del año 2009 dan cuenta que el 62.81% de los estudiantes de quinto grado presentan dificultad al resolver correctamente problemas y situaciones matemáticas que requieren del conocimiento de los números naturales en diferentes contextos, del cálculo de áreas y volúmenes y de la organización e interpretación de datos.

Para identificar algunos de los factores que podían estar incidiendo en la anterior problemática se realizaron diferentes tipos de indagaciones, tales como: entrevistas no estructuradas con los docentes que orientan la disciplina en el grado quinto, informes de tipo investigativo con estudiantes de pregrado y un grupo focal realizado con docentes de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo (Sucre). Entre algunas de las conclusiones obtenidas con la aplicación de las técnicas anteriores se tienen: En las aulas de clase priman las estrategias basadas en la repetición, solución de operaciones de tipo algorítmico, donde el docente presenta un modelo para la solución de ejercicios de rutina, y les propone a los estudiantes solucionar ejercicios del mismo tipo, hasta que manejen las operaciones que aquí se realizan; por tanto, cuando a los estudiantes se les propone una situación que implique reflexión, comprensión, análisis y evaluación de los resultados, encuentran dificultades para resolverla; en los eventos de clase se enfatiza más en los conocimientos de tipo declarativo que en la reflexión de los conocimientos de tipo procedimental, es decir, la importancia estriba en los

resultados más que en los procesos, se les exige a los alumnos que atiendan, memoricen, resuelvan problemas, apliquen estrategias nuevas, sin haberles enseñado en forma metódica, sistemática y persistente qué deben hacer y cómo deben hacer lo que de ellos se espera; Existen falencias en el cómo desarrollar habilidades de pensamiento que permitan potenciar las competencias matemáticas, así como el pensamiento lógico y matemático.

La mayor parte de los indicadores de la problemática apuntan a que las estrategias didácticas utilizadas por los docentes, no están dando los resultados que ellos esperan. Se observa que la tendencia está en prestar más atención a que el alumno memorice el concepto, así como el procedimiento y, en menor medida, a la apropiación e interpretación de sus posibilidades de utilización y las vías para aplicarlos, lo que constituye una importante limitación en la concepción del proceso de formación de las competencias matemáticas. Por tanto, se diseña entonces una forma diferente de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje, planteándose nuevas estrategias didácticas que se lleven a cabo en el aula de clases, que generen cambios significativos en la manera de abordar el aprendizaje de la matemática. Ahora bien, cabe entonces preguntarse ¿Cuál es la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de la institución educativa Normal Superior de Sincelejo?

Marco teórico

La resolución de problemas se ha conceptualizado a través del tiempo por varios investigadores, donde podemos citar a Orton (1996), quien expresa que la resolución de problemas “se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva”. En este sentido la resolución de problemas es concebida como creadora de un proceso mental, donde influyen habilidades, competencias, conocimientos tanto declarativos, procedimentales como actitudinales.

Para efectos de esta investigación la resolución de problemas se toma como una habilidad de pensamiento, definida como: proceso que implica la realización de una secuencia o serie de acciones para la obtención de una respuesta adecuada a una dificultad con intención de ser resuelta. Como proceso, esta habilidad se descompone en diferentes pasos o acciones progresivas que deben ser desarrolladas de manera integral. La resolución de problemas matemáticos, es una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar,

con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, acciones y conocimientos que participen en la resolución de estos problemas. (Llivina, 1999).

En diferentes modelos sobre resolución de problemas, modelo de Polya (1945), Schoenfeld (1985), Mason, Burton & Stacey (1989), Miguel de Guzmán (1991), Pifarré y Sanuy (2001), Mayer (2002), se tienen en cuenta ya sea de manera implícita o explícita el conocimiento y los procesos metacognitivos, por ello es importante considerar cómo se ha entendido la metacognición, retomando algunos aspectos que en este concepto se han definido.

Esta investigación centró su atención en una línea investigativa relacionada con la metacognición y la educación, la cual ha venido en aumento en las últimas décadas. Los estudios relacionados con la metacognición se remontan a los años setenta, con los trabajos de John H Flavell, de la Universidad de Stanford y han venido en las últimas décadas realizándose con mayor interés (Soto, 2002). La definición que le dio Flavell (1976) a este término afirma que se refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionando con ellos...La metacognición se refiere, entre otras cosas a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto.

A partir de los trabajos de Flavell, otros autores han realizado sus propias definiciones de lo que para ellos es la metacognición y sus componentes, parece haber cierto acuerdo en cuanto a que la metacognición es un constructor tridimensional que abarca tres aspectos: la conciencia acerca de los procesos cognitivos, el monitoreo (supervisión, control y regulación) y la evaluación de dichos procesos.

Por otra parte, se define el proceso de enseñanza, desde la perspectiva de la didáctica de la matemática, la cual se preocupa por hacer que los espacios y situaciones de aprendizaje, sean significativos y productivos en el aprendizaje y comprensión de la matemática es lo que le da mayor relevancia a la didáctica de la matemática no solo con los conocimientos declarativos y procedimentales dados desde la escuela, sino también fuera de ella. Si la didáctica de la matemática se asume desde la perspectiva de la ciencia cognitiva, los conceptos son el resultado del proceso cognitivo contrario que la cognición comienza por los conceptos (Freudhental, 1968), que es en cierta medida lo que sucede en nuestras instituciones educativas. Es decir, se debe iniciar el proceso de conocimiento desde espacios concretos, llevándolos de manera procesal a la estructuración de conceptos.

En la década de los cincuenta Hans Freudhental, incentivo un cambio en la enseñanza tradicional de la matemática, en la cual manifestó su oposición a las corrientes pedagógicas -

didácticas y las “innovaciones” en la enseñanza vinculado a la matemática que se propiciaban a mediados del siglo pasado (la teoría de los objetivos operacionales; los test estructurados de evaluación; la investigación educativa estandarizada; la aplicación directa del estructuralismo y el constructivismo Piagetiano al aula; la separación entre investigación educativa, desarrollo curricular y práctica docente; y la matemática “moderna” en la escuela). Proponiendo entonces las bases de lo que hoy se conoce como la corriente Educación Matemática Realista (EMR).

Este tipo de educación se basa en las siguientes ideas: pensar la matemática como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina matematización) y que, siendo así, debe existir una matemática para todos; aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen solucionador de problemas.

Se define entonces que el enfoque de enseñanza parte de la problematización de los contextos “reales” y de esta forma los contenidos quedan relegados a un segundo plano, no por ello menos importantes, sino todo lo contrario constituyéndose para ellos un andamio que permite el aprendizaje significativo. Por eso, es importante diseñar ambientes de aprendizaje, donde las situaciones problemas sean planteadas y abordadas desde una matemática concreta, para luego pasar a una matematización en abstracto.

Esta investigación se basa en la perspectiva de las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo. Por consiguiente, las estrategias didácticas implementadas en el aula deberán estar dirigidas a potenciar el aprendizaje autónomo. Es decir, el aprender a aprender, entre algunas de estas estrategias, utilizadas para orientar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, utilizados en esta investigación, se encuentran:

- I. Instrucción Directa: Tiene como objetivo proporcionar a los estudiantes indicadores sobre cómo utilizar correctamente el modelo de resolución de un problema, adoptado por el docente, o cualquier otro procedimiento. Las principales características de este modelo las resumen Winograd y Hare (1998; citado por Monereo, 2002) de la siguiente manera: descripción de las características diferenciales que definen un procedimiento correcto; valoración del propósito o beneficio potencial de su utilización; exposición de los diferentes pasos que se deben seguir para utilizar un procedimiento; análisis de las

situaciones o circunstancias en las que el procedimiento pueda ser más útil y determinación de los criterios que permitan decidir la adecuación o inadecuación de la utilización de un procedimiento en una situación concreta. La instrucción directa se utiliza para explicarles a los estudiantes los métodos heurísticos del cómo resolver problemas, se describen las diferentes cuestiones en las que hay que centrar la atención y ser cuidadosos a la hora de diferenciar entre los tipos de actividades concretas de la matematización.

2. **Modelado Metacognitivo:** Es un método instruccional que tiene como objetivo que los estudiantes adquieran las estrategias, encaminándose a la “explicitación” de procesos, más que poner el énfasis en los resultados y de esta manera ir adquiriendo un comportamiento similar al de los expertos solucionadores de problemas o de cualquier área del conocimiento. Se trata entonces de hacer público el proceso de pensamiento requerido para aplicar una estrategia. Cuando el profesor(a) está resolviendo un problema, va desarrollando pasos y el estudiante solo ve sus resultados. En el caso de la aplicación del modelado metacognitivo, el experto, además de resolver paso a paso, demostrando acciones, verbaliza las operaciones mentales que va considerando en cada uno de ellos, dando cuenta a su vez de las decisiones que va tomando en el proceso (Mateos, 2001).
3. **Práctica Guiada:** En esta fase del proceso se busca que los estudiantes practiquen el uso del procedimiento para resolver problemas, utilizando los procesos metacognitivos, aumentando progresivamente el nivel de complejidad de las situaciones planteadas, proponiendo la utilización de los procedimientos aprendidos para trabajar diferentes contenidos y situaciones diversas. El modelo que se destaca en esta fase es el utilizado por Pifarré (1998) en la guía propuesta por este autor “la hoja para pensar el problema”, la cual se estructura como una guía para el estudiante que le sirve de apoyo en el momento en que se enfrenta a una situación de este tipo, el docente a su vez va proporcionándoles a los estudiantes la retroalimentación del proceso.
4. **Aprendizaje Cooperativo:** el objetivo principal de esta estrategia es el de promover la realización conjunta de diferentes tareas, tomando como base que la cooperación puede el aprendizaje personal y el grupal. Es importante que para trabajar esta estrategia se debe tener en cuentas aspectos como el conocimiento previo de los estudiantes respecto al contenido que se quiere trabajar, la diversidad del grupo o la planificación minuciosa de la tarea que tendrá que realizar el docente. El aprendizaje cooperativo promueve la colaboración y el trabajo grupal, ya que éste establece mejores relaciones

con los estudiantes, aprenden más, les agrada resolver problemas, se sienten más motivados, aumenta su autoestima y aprenden habilidades sociales más efectivas al estudiar, aprender y trabajar en grupos.

Las anteriores estrategias se articulan de manera transversal con procesos de planificación, control y evaluación, que se desarrollan en las diferentes fases del programa interventivo. Los procesos metacognitivos contemplados en la intervención coinciden con los tres estudios que tradicionalmente la psicología cognitiva ha descrito en las tareas cognitivas: planificación, automonitoreo, y comprobación (Pintrich, 2003).

Como lo plantea Tárraga (2008): La autoinstrucción implica decirse a sí mismo qué hacer antes y durante la resolución. Esta fase equivaldría a la fase previa de la mayoría de programas de enseñanza de estrategias de aprendizaje. Podría resumirse mediante la pregunta ¿Qué tengo que hacer?, y supondría el inicio del proceso de movilización de la estrategia de aprendizaje. Del mismo modo, el autocuestionamiento o automonitoreo implica preguntarse a sí mismo mientras se está implicado en una actividad, con el objetivo de mantenerse centrado en la tarea, regular el proceso y asegurarse de que se está haciendo correctamente. Esta fase se desarrolla mientras el sujeto está inmerso en la tarea, y podría resumirse con la pregunta ¿lo estoy haciendo bien?; ¿estoy siguiendo mi plan? Finalmente, la comprobación requiere que el solucionador del problema se asegure de que todo se ha hecho correctamente a lo largo del proceso de solución del problema. Equivaldría a la fase posterior a la realización de la tarea, y podría resumirse con la pregunta ¿lo he hecho bien?

Estas preguntas ¿qué tengo que hacer?, ¿lo estoy haciendo bien? y ¿lo he hecho bien? estarán inmersas en todo momento de la intervención del programa, el docente reiterara constantemente los procesos enmarcados en ellas, se pueden realizar ayudas nemotécnicas u otras, teniéndolas en cuenta el tiempo que sea necesario, de esta manera se contribuye al mejoramiento de los procesos metacognitivos del estudiante.

Método

El trabajo de campo se realizó con estudiantes de la institución Educativa Normal Superior de Sincelejo (Sucre – Colombia), se trabajó con una muestra de 135 estudiantes. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos, se tomaron dos grupos experimentales, a ambos se les intervino con la estrategia didáctica con enfoque metacognitivo, a uno de ellos se le aplicó pretest y postest, al otro sólo el postest. Se tomaron a su vez dos grupos de control, los cuales no fueron intervenidos con la estrategia, sin embargo, a uno de ellos se le aplicó el pretest y postest, al otro solo el postest, teniéndose como variable independiente las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo (Tárraga, 2008) y como

variable dependiente el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos, medida mediante un test aplicado a los estudiantes que contempla 10 situaciones problemas, tomadas de los cuestionarios utilizados por el ICFES (Instituto Colombiano Para el Fomento de la Educación Superior) en las pruebas aplicadas en los años 2002 y 2005 de la prueba Saber, que se realizó a estudiantes de quinto grado de básica primaria en Colombia.

La prueba estuvo caracterizada por el planteamiento de situaciones basadas en la competencia específica de resolución de problemas y en sus componentes de la siguiente manera: tres problemas pertenecientes al componente aleatorio, tres problemas del componente geométrico – métrico y cuatro problemas del componente numérico – variacional. El test fue sometido a dos pilotajes, y a la valoración de expertos, para que juzgaran la relación existente entre los componentes que se estaban evaluando. Así mismo, el alfa de Cronbach dio como resultado, en el segundo pilotaje, un valor de 0,7344, presentando una confiabilidad moderada en el conjunto de sus ítems. Entre los indicadores descritos en cada componente se tienen, para el componente numérico – variacional: Interpreta y compara distintas representaciones de un mismo número; representa relaciones numéricas con ecuaciones e inecuaciones aritméticas sencillas; resuelve problemas contextualizados de tipos aditivos y multiplicativos; resuelve problemas de proporcionalidad en contextos multiplicativos. Para el componente geométrico – métrico: compara figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes y propiedades; diferencia atributos medibles tales como: longitud, superficie, volumen, capacidad y masa; resuelve problemas en contexto utilizando diferentes procedimientos y estrategias para calcular áreas y volúmenes. Por último. En el componente aleatorio: interpreta datos en tablas, graficas de barras y de líneas; conjetura y pone a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos; resuelve situaciones problema interpretando datos en forma organizada y aplicando la aleatorización.

Para comprobar que los grupos eran inicialmente equiparables en una serie de variables de control se ha puesto a prueba la igualdad por medio de pruebas no paramétricas. Entre algunas de estas pruebas utilizadas para la comparación de variables se tienen la de Kruskal-Wallis y la de Mann-Whitney. La prueba de Kruskal-Wallis corroboró que la edad en los cuatro grupos no presenta diferencias estadísticamente significativas ($\chi^2= 1.864$, $p= 0.601$); A su vez, la prueba de Kruskal-Wallis corroboró que el sexo en los cuatro grupos no presenta diferencias estadísticamente significativas ($\chi^2= 0.775$, $p= 0.856$); También el resultado del pretest, prueba en los dos primeros grupos la equivalencia inicial, con respecto a la resolución de problemas matemáticos. Se realizó la prueba de Mann-Whitney, en la que se corroboró que en la puntuación obtenida en el pretest no existen diferencias estadísticamente significativas ($Z= 0.772$, $p= 0.440$).

En el programa de intervención, que tuvo una duración de tres meses, se establecieron las estrategias cognitivas que se utilizan para resolver problemas, que según el modelo de Pifarré (1998) son: leer el problema, planificar una estrategia para resolver el problema, organizar datos, resolver el problema y evaluar el resultado del problema. Luego se realizan cuatro fases de intervención; la primera fase denominada de Instrucción directa (Pozo, Monereo y Castelló; 2001), se presentan las estrategias cognitivas para resolver problemas utilizadas en este programa, se les explica a los estudiantes los métodos heurísticos de la resolución de problemas, se pone principal énfasis en la guía de la autoinstrucción, el autocuestionamiento y la comprobación como características principales del proceso metacognitivo.

La segunda fase el Modelado Metacognitivo, se divide en tres momentos. El primero donde el docente modela cómo resolver problemas matemáticos utilizando los procesos metacognitivos de planeación, control y evaluación. En segundo momento el docente resuelve los problemas junto con los estudiantes guiando el proceso por medio de preguntas orientadoras y en el último momento el estudiante adquiere el protagonismo y resuelve él solo los problemas planteados.

La tercera fase denominada Práctica Guiada, se les proporciona a los estudiantes la guía necesaria para ir alcanzando progresivamente un mayor nivel de autonomía, el docente explica y modela la utilización de la Hoja Guía de Pifarré (1998), luego los estudiantes la utilizan para resolver problemas, ya sea en grupos o individuales.

En la fase final se pone en marcha el aprendizaje cooperativo, donde el docente conforma grupos de manera heterogénea, es decir, un estudiante con alto desempeño, acompaña estudiantes con desempeños medios y bajos, esto con el fin de establecer las relaciones entre pares y potenciar el aprendizaje. Cada miembro del grupo cumple con un rol y una responsabilidad, la cual deberá ser cumplida para beneficio de todo el equipo.

Para cada una de las fases anteriores se crearon ambientes de aprendizaje ubicados dentro de la matemática realista (Freudenthal, 1968), con situaciones de aprendizaje de las cuales se diseñaron tres talleres que permitían poner en práctica lo aprendido en cada estrategia, mientras que en cada evento de clases se reforzaban la utilización de las estrategias de tipo metacognitivo.

Resultados y conclusiones

Antes de iniciar la puesta en marcha del programa interventivo se aplicó la prueba de Mann-Whitney, en la que se corroboró que la puntuación obtenida en el pretest no existen diferencias estadísticamente significativas ($Z= 0.772$, $p= 0.440$). lo que significa que estos

grupos son equivalentes en cuanto al desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos contextualizados; se establece que los estudiantes presentan dificultades en cuanto a los siguientes indicadores: interpretación y comparación de distintas representaciones de un mismo número (como fracción, como decimal o como natural); resolver problemas en contexto de tipo aditivo y multiplicativo; resolver problemas en contexto utilizando diferentes procedimientos y estrategias para calcular áreas y volúmenes; interpretar datos en tablas, gráficos de barra, pictogramas y de líneas; resolver problemas interpretando datos en forma organizada y aplicando la aleatorización.

Seguidamente de la aplicación de la intervención basada en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, se realizan los análisis de los resultados obtenidos en el pretest. Para comprobar que el grupo control no presenta diferencias estadísticamente significativas se realizó una prueba de signos bilateral ($\rho = 0.648$), corroborando que no hubo diferencias entre la aplicación de la prueba diagnóstica y el postest, por lo tanto los estudiantes siguen presentando las mismas dificultades. Por otra parte, el grupo experimental si presentó diferencias estadísticamente significativas al 5% de significancia, se realizó la misma prueba de los signos bilateral ($Z = -2.157$, $\rho = 0.031$), simbolizando que el tratamiento presenta un efecto positivo en cuanto al desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos. Posteriormente se realiza un análisis intergrupar utilizando la prueba U de Mann-Whitney, para el grupo A experimental y el grupo B control, donde los resultados demuestran la existencia de diferencias estadísticamente significativas ($Z = -2.457$, $\rho = 0.014$), como $\rho < 0.05$ se acepta que el programa si tuvo incidencia en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos contextualizados. A su vez, se contrasta el grupo D con el grupo B para descartar los efectos temporales que pueden haber ocurrido en el tiempo que se realizó la intervención. La prueba U de Mann-Whitney no reporta diferencias estadísticamente significativas ($Z = -0.482$, $\rho = 0.630$) entre los resultados del postest de los dos grupos controles, lo que descarta el efecto de temporalización entre los grupos.

Con base en lo anterior, entre las conclusiones derivadas de la investigación se tienen: la preparación de los docentes en la aplicación en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, contribuye al desarrollo de competencias metacognitivas en el aula, aportado al aprendizaje autónomo de los estudiantes; la resolución de problemas matemáticos, en sus funciones de medio y fin del aprendizaje, constituye una actividad compleja e integral que requiere de la formación de modos de actuación, métodos de solución y procedimientos específicos, elementos constitutivos de la competencia, que incluyen a su vez conocimientos tanto cognitivos como metacognitivos; el manejo de estrategias metacognitivas caracterizada

por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo, hace parte fundamental en el proceso de resolución de problemas; el conocimiento y uso adecuado de estrategias de solución de problemas, a través de la aplicación de modelos que articulen estrategias cognitivas y metacognitivas y el contexto, permite que el estudiante desarrolle la competencia de resolver problemas desde la matematización de sus realidades; los aportes de Freudenthal sobre la contextualización de los problemas son elementos significativos para el desarrollo de la competencia en resolución de problemas; a su vez se corrobora que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva; la aplicación sistemática de un modelo didáctico, inspirado en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, operacionalizado mediante las fases de instrucción directa, modelado metacognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo, influye de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes.

Se plantea como sugerencia para futuras investigaciones la comparación de diferentes variaciones de este mismo entrenamiento, es decir, poner en práctica otras estrategias didácticas con este mismo enfoque, que les permita a los estudiantes ir reforzando el aprendizaje autónomo, y el desarrollo de habilidades de tipo metacognitivo, las cuales contribuyan a su formación como aprendices reflexivos y conscientes de sus potencialidades, pero también de sus deficiencias.

Referencias bibliográficas

- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO.
- De Guzman, M. (1991). *Para pensar mejor (To think better)*. España: Labor.
- Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS)*. (2007). Recuperado el 20 de septiembre de 2009 de http://hydra.icfes.gov.co/timss/docs/Resultados2007_ResumenEjecutivo_Ago2009.pdf
- Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En Resnick, L. (Ed.). *The nature of intelligence*. Hillsdale: LEA.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics* 1(1), 3 – 8

- ICFES. (2009). Boletín No. 93. Bogotá 13 de Noviembre de 2009. Recuperado el 20 de Abril del 2010 de http://w4.icfes.gov.co/ClasificacionPlanteles/edit.php?CodColegio= 077347 &KT_back=1.
- LLECE- UNESCO. (2006). SERCE. Los aprendizajes de los estudiantes en América Latina y el Caribe. Santiago de Chile.
- Llivina, M.J. (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis de doctorado no publicada, La Habana. Cuba
- Mason, J; Burton, L. & Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. España: Editorial Labor.
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Serie Psicología Cognitiva y Educación. Argentina: Aique.
- Mayer, R.E. (2002). *Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento*. Madrid: Prentice Hall.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá. Colombia.
- Monereo, F. (2002). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: A. Machados libros.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Washington D.C: NCTM.
- OCDE. (2006). PISA 2006 Marco de la evaluación. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos: OCDE
- Orton A. (1996). *Didáctica de las matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid: Ediciones Morata.
- Pifarré, M. (1998). *Aprèn estratègies per resoldre problemes matemàtics*. Lleida: Pagès editors
- Pifarré, Manoli y Sanuy, Jaime. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las Ciencias* 19(2), 297–308
- Pozo, J. I; Monereo, C y Castelló, M.. (2001). El uso estratégico del conocimiento. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesí (Comps), *Psicología de la Educación Escolar*. Madrid: Alianza.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. New York: Doubleday

- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Soto, C. (2002). *Metacognición, cambio conceptual y enseñanza de las ciencias*. Colombia: Editorial Magisterio.
- Tárraga, R. (2008). *¡Resuélvelo! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Valencia. España.
- Vasco, C. E. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Colombia: Imprenta Nacional.