

## LECTOMATEMÁTICAS: PROBLEMAS DE TRADUCCIÓN

Ricardo Ulloa Azpeitia, Elena Nesterova, Alexander Yakhno

Universidad de Guadalajara

(México)

ricardo.ulloa@ucei.udg.mx, elena.nesterova@ucei.udg.mx, alexander.yakhno@ucei.udg.mx

**Resumen.** Los resultados que se reportan, se sustentan en las observaciones realizadas en investigaciones sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes de matemáticas de los diferentes niveles en el proceso de modelaje matemático. Con el estudio se han buscado explicaciones del origen de los problemas, así como identificar la teoría que sustente la integración de opciones para ayudar a que los alumnos superen los obstáculos de aprendizaje identificados. Se describen de manera general, los estudios realizados, así como algunas de las conclusiones principales que se generaron a partir de los datos recopilados, que ponen de manifiesto la importancia del dominio y comprensión del lenguaje cotidiano, así como de los procesos de traducción al lenguaje matemático.

**Palabras clave:** lectomatemáticas, lenguaje matemático, textos dinámicos

**Abstract.** Results reported here are based on observations from several studies regarding difficulties faced by mathematics students inscribed in different levels, when in the process of mathematics modeling. Explaining the source of obstacles was a goal of this study, as well as identifying theory to support the building of alternatives to help students to overcome learning obstacles identified. The several phases of research are described in general way, and are presented some of the main conclusions, generated from experimental data, and those denote the importance of competence and comprehension of everyday language, and also of translating to mathematics language.

**Key words:** lectomathematics, mathematics language, dynamic texts

### Introducción

Lectomatemáticas es un término acuñado para describir una línea de investigación que incide sobre los problemas que origina la traducción de lenguaje materno a matemático, el paso al simbólico y viceversa, así como los procesos de modelaje matemático.

En ocasiones, lo obvio es a veces lo más descuidado y el uso del lenguaje cotidiano, tanto por profesores, como por alumnos, genera muchas más complicaciones de las que percibe o alcanza a distinguir un profesor. Si un alumno no entiende lo que se le pide, es posible que responda cosas grandes y maravillosas, pero no lo que es necesario para que avance en el aprendizaje o desarrolle las competencias deseadas.

El profesor puede hablar en un idioma que refleja su experiencia y formación previa, que seguramente tiene diferencias con el que emplean sus alumnos, quienes deberán invertir cierta energía en decodificar lo que escuchan o leen. Tal inversión de energía los coloca en posición de desventaja respecto a aquellos alumnos que “hablan” el mismo “idioma” que el profesor. (Desde luego que éste no es el único factor que influye en el aprendizaje pero es crucial por el efecto de conexión que se requiere entre el profesor y el alumno).

Ante tal problema de comunicación, es difícil que los estudiantes de matemáticas desarrollen lo que solicita su profesor, situación que se exagera cuando se asignan a los estudiantes problemas desprovistos de contexto. Quizá el ambiente escolar no sea el mejor para la construcción de significados matemáticos, pero surge la cuestión de cómo explicar que algunos estudiantes si tengan éxito.

A despecho de múltiples intentos y de experimentar variadas propuestas didácticas, el aprendizaje de las matemáticas continúa como un problema vigente probablemente en cualquier país.

Con estudios realizados en el contexto de las actividades de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas (MEM) de la Universidad de Guadalajara (Márquez, 1998; Ulloa, 2004; Martínez, 2005; Figueroa, 2005; Camelo, 2005; Lomelí, 2005; Montalvo, 2006; Torfer, 2009; Tavares, 2009), se han identificado elementos lingüísticos que representan obstáculos de aprendizaje, no cabalmente distinguidos por los profesores, que en consecuencia, no toman providencias para evitarlos. Desafortunadamente eso ocurre en todos los niveles, aún con alumnos de posgrado, que por lo general, son profesores en ejercicio.

La reflexión sobre las diferentes observaciones realizadas, impele a considerar que el nivel de dominio del lenguaje materno en el proceso de traducción al lenguaje especializado de las matemáticas y viceversa, es esencial para los resultados de aprendizaje de la materia. Esta importancia puede observarse aún en obras clásicas (Vigotsky, 1995) así como reiterados en trabajos realizados en el contexto regional (Martínez, 2005; Lomelí, 2005; Figueroa, 2005; Ulloa, Nesterova y Pantoja, 2009; Torfer y Ulloa, 2009; Tavares y Ulloa, 2009).

En la búsqueda de opciones para propiciar mejores resultados de aprendizaje, como primera fase se ha diagnosticado la calidad de interpretación de conceptos matemáticos que ha resultado pobre o bien, meramente superficial, especialmente con los estudiantes de bajo rendimiento, pues se distingue que pueden repetir las definiciones, pero no explicar su significado, ni el sentido de emplearlos en diferentes ámbitos, particularmente cuando se presentan en el contexto de problemas expresados en palabras.

De lo anterior se denota que los profesores de matemáticas suelen tener problemas para redactar. Es notable la mejoría al comparar los escritos de profesores alumnos de la MEM, de cuando iniciaron el propedéutico, a cuando egresan del posgrado, aunque no se puede presumir de haber resuelto el problema.

Se ha estudiado el proceso de traducción en diferentes niveles educativos y áreas de la matemática: álgebra, geometría euclideana, probabilidad y estadística, y cálculo diferencial. Es

seguro que existen otros factores que afectan el aprendizaje de la materia, pero es evidente que si no se supera el problema de la traducción, los resultados seguirán pobres, pues si los estudiantes no entienden lo que se les pide, no podrán obtener los niveles deseados de aprendizaje.

Se espera germine con el trabajo de investigación, la creación de una metáfora del enfoque dirigido a la lectocomprensión, para emplearla con estudiantes de niveles superiores, con la intención de ayudarles a superar obstáculos probablemente generados por esos problemas de comprensión que se incubaron a lo largo de los niveles previos y que les impiden modelar el escenario o contexto de un problema y por ende, llegar a la solución de problemas planteados en palabras.

Entre los elementos que han sido comprobados en los diferentes sitios que se ha investigado y que la literatura corrobora, se cuenta la importancia del contexto. Las ideas que giran alrededor de la línea denominada aprendizaje situado, parecen tener bastante importancia para explicar las dificultades que se observan en los procesos de traducción entre el lenguaje materno y el lenguaje matemático, así como un sustento teórico para encontrar alternativas que permitan mejorar la situación.

Por otro lado, si se considera que las matemáticas son un lenguaje (Pimm, 1987; Rojas, 2004) en el que las ideas deben expresarse con absoluta precisión, entonces pueden emplearse técnicas y teorías de enseñanza que se han utilizado para aprender un segundo idioma.

En tal línea, se experimentó usar un tratamiento semejante al empleado para la enseñanza del inglés en una universidad particular (González, 2006), con resultados menos buenos que los esperados, aunque las conclusiones sugieren que sería pertinente profundizar en la investigación de ese enfoque.

En el mismo sentido, recientemente se experimentó como alternativa proporcionar entrenamiento a estudiantes de bachillerato para mejorar su lectocomprensión del idioma materno y el particular de las matemáticas, para lo cual se instrumentó una secuencia didáctica en la que se impulsó el empleo de diccionarios, aunque también hicieron uso de herramientas de Internet.

Si bien los resultados de aprendizaje de los sujetos del grupo experimental fueron mejores que los del grupo de control, no se registró diferencia estadísticamente significativa, posiblemente debido a la presencia de imponderables en el trabajo que obstaculizaron el experimento, pero el seguimiento hecho a los primeros parece mostrar bondades, lo que sugiere continuar esa línea de trabajo.

La insistencia se justifica, parafraseando el trabajo de Duval, en razón de que parece lógico suponer que los estudiantes que se vuelven capaces de comprender diferentes representaciones de un problema o de algún concepto y logran traducir las implicaciones de una a otra representación, se apropian de herramientas que tienen un carácter flexible para aplicarlas a otros problemas y potencialmente a otros contextos, lo que permitiría incidir sobre el serio problema de la transferencia de conocimientos.

Enseguida se describen algunas de las metodologías que fueron empleadas en los diferentes estudios, así como algunos de los resultados.

### **Estudio correlacional**

Como objetivo de una primera fase se determinó la relación entre los niveles de lectocomprensión y los resultados alcanzados por los estudiantes en las correspondientes materias de Matemáticas. Aunque de antemano se percibía la existencia de una fuerte correlación, se buscó corroborar. Se realizó la prueba en distintos niveles y contextos: Guadalajara, Tepic, S.L.P., Cedral, S.L.P.; instituciones públicas y privadas; bachillerato, licenciatura y posgrado. En todos los casos el coeficiente de Pearson fue positivo, con rango de 0.3 a 0.82 y promedio de 0.68.

Se observó que los alumnos con mejor nivel en matemáticas, aún cuando confunden los términos propios del lenguaje matemático, emplean las herramientas del lenguaje materno para obtener la solución de un problema, a pesar de que no puedan construir de manera estrictamente algebraica la solución.

En cambio los alumnos de nivel bajo de resultados en la evaluación de conocimientos matemáticos dado que no comprenden los términos involucrados en los problemas matemáticos, no pueden obtener la solución de problemas planteados en palabras. Esto hace patente la necesidad de insistir en la formación de estructuras lingüísticas, como prerrequisito para aprender matemáticas.

### **Estudio clínico**

En otra fase se buscó identificar componentes lectomatemáticos problemáticos. A partir de los resultados del estudio correlacional fueron seleccionados al azar, representantes de cada uno de tres estratos definidos por las calificaciones obtenidas en el correspondiente curso de matemáticas. A los miembros de las muestras se les presentó un problema en palabras y se les pidió que leyera en voz alta. Con cada uno de ellos se desarrolló un diálogo en torno a la resolución del problema, a fin de profundizar en las razones que les guiaban a realizar los diferentes pasos dirigidos al modelaje y la solución del problema.

A efectos de recuperar los aspectos vertidos en las sesiones, los diálogos fueron videograbados. Posteriormente se hizo un análisis de la grabación y se identificaron los obstáculos lectomatemáticos que afectan el aprendizaje y el desempeño matemático. Entre otros se tienen los siguientes:

- La significación personal que los alumnos dan a los signos, símbolos o expresiones matemáticas es cercana a lo cotidiano, es intuitiva, diversa y discordante de los conceptos matemáticos.
- Existe distorsión del proceso de aprendizaje y de desempeño matemáticos, a consecuencia de las nociones construidas sobre los significados y creencias personales, así como de las traducciones incorrectas entre las diferentes representaciones matemáticas, lo cual evita la construcción de los conceptos matemáticos.
- La incomunicación entre el maestro y el alumno no obstante que se usen las mismas palabras y que el alumno incorpore a su léxico palabras de uso común en las matemáticas. Curiosamente, en los diferentes estudios, casi todos los alumnos rechazaron que les disguste la materia.
- Se puso de manifiesto la existencia de términos problemáticos en la comprensión de los problemas matemáticos, especialmente cuando son expresados en palabras, ya que implican noesis y por ende semiosis (no hay noesis sin semiosis, Duval, 1995; noesis, actos cognoscitivos como la aprehensión cultural, la discriminación de una diferencia o la comparación de una inferencia. Semiosis: Proceso de construcción de signos y negociación de significado).

Se observó que los entrevistados realizan interpretaciones diferentes para un mismo signo lingüístico, i.e., que la concepción aceptada por la comunidad matemática no se ha asimilado, que los alumnos no han interiorizado su significado de manera congruente con el prevalente, aunque pueden estar presentes en su vocabulario las mismas palabras que designan los símbolos. La interpretación que hacen de los textos matemáticos es intuitiva y personal, más que sistemática y determinista.

Los signos o símbolos lectomatemáticos son empleados por los estudiantes únicamente en su función indicativa como señales, pero no en términos de su función significativa, aunque suelen tener éxito cuando los utilizan de manera mecánica, como en los problemas donde meramente deben aplicar un algoritmo. Esto representa un enorme obstáculo epistemológico para el aprendizaje de las matemáticas.

### Observaciones con profesores

Por razones obvias, el número de sujetos entrevistados fue pequeño. Si bien, originalmente no se tenía planeado incidir sobre el efecto que produce el empleo del lenguaje por parte de los profesores, ha resultado patente su influencia en la propia construcción de significados por parte de los alumnos.

De las observaciones realizadas durante entrevistas clínicas con docentes, se puede concluir que el lenguaje que emplean, en buena parte no es comprendido por los estudiantes, lo que es equiparable a un diálogo entre personas, una de las cuales entiende un poco del idioma que usa la otra, pero por más esfuerzo que haga, al no contar con los referentes adecuados, apenas se forma una idea vaga de lo que su interlocutor expresa.

Lo anterior induce a ampliar el trabajo y abrir una línea para estudiar de manera particular el uso del lenguaje por parte de los profesores de matemáticas, lo que podría constituir una fuente importante que contribuye a la presencia del problema de aprendizaje.

### **Acciones a futuro**

Con estas investigaciones se ha mostrado la necesidad de buscar alternativas que permitan incidir sobre el problema y se distingue que necesariamente deberán ser mediadas por el uso de la tecnología. Una opción que se instrumenta actualmente, denominada Textos Dinámicos (TD), desarrollados como hipertextos, tiene como objetivo diseñar, desarrollar y experimentar el uso de Objetos Para Aprendizaje, vinculados al diseño instruccional de cursos, para los cuales se han identificado conceptos estratégicos.

De cierta forma se pretende incidir sobre la zona de desarrollo próximo de los estudiantes de manera que la interacción con los TD's permita ampliarla y facilitar la apropiación de los conceptos que han sido detectados como complicados para los estudiantes. A fin de lograr la necesaria generalidad y abstracción de los conocimientos, se piensa recurrir a mostrarlos en más de un contexto, lo que sugiere la idea de diferentes tipos de TD's, en consideración de que el conocimiento es situado.

Tales elementos son vinculados mediante ligas a textos definidos en cuatro niveles, que les permitan una cierta construcción de los conocimientos.

*Primer nivel.* Se dispone un contexto para propiciar al estudiante construir significados, es decir propiciar el proceso de Semiosis: entendido como la construcción de signos y la negociación de significado. Por ejemplo, la inclusión de problemas y su solución, que propicien un proceso semejante a como se dio el desarrollo histórico de los contenidos matemáticos, pasar por una etapa de álgebra sincopada o prominentemente verbal, antes de llegar a la etapa simbólica, lo

que de alguna manera extrapola las ideas de representación enactiva, icónica y simbólica propuestas por Bruner (1978).

*Segundo nivel.* Se pide al alumno una definición propia del concepto, luego se proporcionan una o más definiciones, como las usuales de los textos matemáticos y se le pide compararlas con la que dio.

*Tercer nivel.* Se presenta una aplicación o bien, el contexto de un problema en el que se denota la presencia del concepto en estudio.

*Cuarto nivel.* Se plantea la solución de un problema, del tipo de los empleados en el enfoque de Aprendizaje Basado en Problemas y la estrategia de enseñanza recíproca con la intención de incidir sobre la construcción de conceptos y sus aplicaciones en el modelado de situaciones propuestas.

### Referencias bibliográficas

Bruner, J. S. (1978). *El proceso mental en el aprendizaje*. Madrid: Narcea.

Camelo, J. O. (2005). *Problemas en el desarrollo de habilidades lectomatemáticas de los alumnos de primer ingreso al nivel superior de la UA de Nayarit*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine- registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang.

Figuroa, R. G. (2005). *Influencia de las habilidades de lecto-comprensión en el aprendizaje de las Matemáticas en el nivel medio superior: estudio correlacional y clínico*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.

González, C. (2006). *Experimentación de opciones de enseñanza en álgebra basadas en las técnicas de enseñanza de un segundo idioma*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.

Lomelí, M. G. (2005). *Estructuras lingüísticas y las dificultades que originan en el Proceso de modelaje Matemático*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.

Márquez, M. (1998). *Influencia de los procesos de modelaje matemático en la enseñanza aprendizaje de las asignaturas de hidráulica*. Tesis no publicada para obtener el grado de maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas. U. de Guadalajara.

Martínez, I. (2005). *Estudio clínico para la identificación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas determinados por deficiencias de lectocomprensión, en bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.

- Montalvo, R. (2006). *Lectomatemática y su vinculación a los problemas de aprendizaje de la estadística influidos por deficiencias de lectocomprensión: estudios correlacional y clínico*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Guadalajara. México.
- Pimm, D. (1987). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata, S. A.
- Rojas, E. D. (2004). *Las Matemáticas Como Lenguaje de Comunicación y Expresión de Conocimiento: Un Principio Socio-Constructivista*. AMCE Santiago, Chile.
- Tavares, L. (2010). *Alternativa didáctica enfocada a lectocomprensión para problemas en palabras que implican el planteamiento de ecuaciones lineales*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Guadalajara. México.
- Tavares, L. y Ulloa, R. (2009). Alternativa didáctica enfocada a lectocomprensión para problemas en palabras que implican el planteamiento de ecuaciones lineales. En *Memorias de Escuela de Invierno*, CIMATES, Cd. Madero.
- Torfer, C. y Ulloa, R. (2009). Obstáculos de lectomatemáticas en problemas de cálculo diferencial. En *Memorias de Escuela de Invierno*, CIMATES, Cd. Madero.
- Ulloa, R. (2004). Lectomatemáticas y lectoescritura, influencia en el aprendizaje de las matemáticas. *Memorias del II Seminario Nacional sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, vía la computadora*. I.T. de Cd. Guzmán.
- Ulloa, R., Nesterova, E. y Pantoja, R. (2009). Los profesores como fuente de obstáculos en el modelaje matemático. En *Memorias del VI Seminario Nacional sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas Vía Computadora*. Cd. Guzmán, Jalisco.
- Vigotsky, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje*. Recuperado el 30 de octubre de 2008 de <http://www.psicojack.com/blog/2007/07/libro-vigotsky-lev-s-pensamiento-y.html>  
<http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/algebra1.htm>