

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL CON EL USO TECNOLÓGICO EN UN AMBIENTE DE DIFUSIÓN DEL CONOCIMIENTO

Eduardo Briceño, Francisco Cordero

CINVESTAV, IPN

ebriceno@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

Campo de investigación: Pensamiento variacional

México

Nivel: Básico

Resumen. *El estudio de procesos de aprendizaje en el “aula tradicional” tiene que cambiar si queremos evidenciar otras formas de construcción del conocimiento matemático, por ello es necesario considerar otros escenarios donde la matemática no es objeto de estudio pero que sin embargo el conocimiento matemático subyace. Un ejemplo de esto es el conocimiento cotidiano en un escenario de difusión, característico de ideas, intuiciones o sentido común donde subyace una matemática. Con lo anterior se hace un estudio bajo la teoría socioepistemológica, tratando de caracterizar este conocimiento hacia su uso mediante ideas variacionales con tecnología. Con el estudio del uso del conocimiento, se intenta desarrollar un pensamiento variacional característico del escenario a través del constructo “uso de la gráfica”, donde además se intenta encontrar alguna evidencia de nociones de integración tecnológica al conocimiento del participante.*

Palabras clave: Integración tecnológica, uso de la gráfica, cotidiano

Introducción

La Matemática Educativa en términos genéricos, ancló su discusión y problemática en el dominio matemático, es decir, sólo tenía sentido entender los cuestionamientos de su aprendizaje, enseñanza y construcción solo dentro de este dominio. Sin embargo, creemos en la importancia de ampliar esta problemática hacia otros dominios con la convicción de entender otras formas de construcción del conocimiento matemático. La Teoría Socioepistemológica (TS) apunta a esta dirección, ya que ha logrado formular que la matemática escolar es de naturaleza dual (Cordero, 2008; Lara, 2007; Parra, 2008). Con dualidad nos referimos al estudio de otros dominios científicos, en donde existen profesionistas usuarios del conocimiento matemático que no son matemáticos pero que usan la matemática, no siendo este su objeto de estudio. En tales dominios impera el conocimiento y la justificación funcional, es decir, el uso del conocimiento matemático normado por las prácticas del trabajo de un profesionista no matemático (Tuyub, 2008; García-, 2008). De igual forma el presente proyecto de investigación se ubica en el dominio de un escenario de difusión del conocimiento científico, donde se aplicó un diseño de actividades, con la intención de externar el conocimiento cotidiano con relación a la variación. En el mismo diseño se

ubican tres elementos importantes de estudio a considerar: *el escenario, la matemática y la tecnología*. A continuación describimos en qué sentido nos referimos a estos tres elementos.

- 1) *La matemática*. En este primer rubro se intenta que los participantes desarrollen una matemática de tipo variacional por conducto de la modelación. Por ello optamos por analizar la actividad humana y ver su desarrollo mediante un pensamiento reflexivo de sus prácticas, es decir, el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional (PyLV) que se integro y funcional a su conocimiento (Cantoral, 1998).
- 2) *La tecnología*. Un segundo elemento de estudio es la tecnología hacia procesos de construcción del conocimiento matemático. Para que la tecnología sea un factor en el conocimiento matemático se debe “*integrar*” al sujeto por un proceso de instrumentalización e instrumentación, de tal forma que entienda dicha tecnología y genere algún conocimiento matemático específico. Lo anterior responde a un marco denominado Génesis Instrumental.
- 3) *El escenario*. Nos referimos al dominio de un escenario de difusión del conocimiento científico. El interés por este escenario es por la libertad del contrato didactico, por ello creemos que es un ambiente propicio para que los participantes expresen sus conocimiento de sentido común hacia ideas variacionales. El poner atención en el sentido común se dirige, además, a señalar la importancia de estudiar formas de pensar conocimientos que se construyen en una realidad de la vida cotidiana (Berger y Luckmann, 2006).

Estos son tres elementos que forman parte de nuestra investigación en el marco de la teoría socioepistemológica. Se presentan evidencias de un primer diseño de actividades aplicado en distintos escenarios de difusión del conocimiento, donde los participantes hacen uso de sus conocimientos cotidianos para construir ideas variacionales. Las evidencias de dicho conocimiento se resignifican en dicho escenario y a su vez la existencia por parte de los participantes de ciertas nociones de integración de la tecnología normada por la práctica social que ahí emerge. A continuación presentamos nuestra problemática, marcos teóricos, aspectos metodológicos, algunos resultados y conclusiones.

Problemática

El estudio de la variación en el discurso matemático escolar es casi nulo o podríamos decir que no existe en su enseñanza, ya que se privilegia el estudio de los conceptos como: límite, derivada,

funciones entre otros que deben de estar fuertemente estructurado al conocimiento del estudiante. Esto hace que se privilegie una actividad matemática de algoritmos y procedimientos que oscurecen el pensamiento de lo que cambia. Esto ha restringido el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional, y por lo tanto que muchos estudiantes no posean las estructuras y códigos variacionales para desarrollar dicho pensamiento. Un ejemplo de lo anterior es presentado en Cantoral (1998), donde se evidencia la falta de argumentos por estudiantes para explicar que dada una gráfica de una función (solo la gráfica) se les pide responder ¿dónde la tercera derivada es positiva ($f'''(x) > 0$)? Como tal pregunta no forma parte de su conocimiento aprendido por el discurso matemático escolar (libros de texto, algoritmos o procedimiento), no permitió crear en estudiantes las suficientes estructuras variacionales para responder a la pregunta y por lo tanto el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional (Pylvar). Por otra parte existe un interés por estudiar la tecnología y su contribución al conocimiento del usuario, ya que se han encontrado ciertas problemáticas inesperadas (Artigue, 2002). Una de ellas es que el trabajo con la tecnología obedece a otro tipo de organización matemática a la acostumbrada sin ella, lo que obstaculiza en muchos casos al entendimiento matemático del estudiante, al extrapolar sus técnicas a papel y lápiz en un ambiente tecnológico (Artigue, 2002). Otra es considerar a la tecnología como una herramienta externa al conocimiento que solo sirve para representar el objeto y no logrando su integración al conocimiento mismo de quien lo usa (Briceño, 2008). La atención hacia estos aspectos, se puede encontrar en diversa literatura y en propuestas donde han obtenido ciertos avances (Artigue, 2002; Trouche, 2004). Al revisar esta literatura pudimos observar que sus estudios en cuanto al uso de la tecnológica en el aprendizaje de las matemáticas se orientan en el trabajo con objetos matemáticos y sus distintas representaciones, es decir estudian el uso tecnológico con el objeto preexistente. Una perspectiva como la teoría socioepistemológica su foco no es el trabajo con los objetos si no el uso que se hace de ellos, es decir esas prácticas sociales que norman ese objeto. Esto nos origina una pregunta de investigación ¿Qué sucede si estudiamos el uso de la tecnología con base a diseños que obedecen hacia las prácticas? y si es así ¿Qué es lo que norma una integración tecnológica en dicho diseño? Para responder a tales preguntas, se estudia el uso de una tecnología en un escenario específico en actividades intencionadas el desarrollo Pylvar y para ello nos situamos en dos marcos teóricos que a continuación presentamos.

El marco teórico

La tecnología lleva a acciones que a su vez se convierten en técnicas que se establecen para resolver una actividad matemática. Estas técnicas realizan una economía de procedimientos sin poder ir observando el proceso de cada procedimiento como se haría a lápiz y papel. Tal potencial tecnológico es una inquietud por saber de qué forma esta economía afecta la parte conceptual del usuario, es decir, se aprenden técnicas con el uso tecnológico, pero cómo estas nuevas técnicas que reducen procedimientos de cálculo matemático a lo que uno acostumbrado hace a papel y lápiz, afectan el conocimiento matemático del estudiante. Si se logra que las nuevas técnicas y el conocimiento se desarrollen a la par se podría decir que la tecnología se *integra* al conocimiento de quien lo usa. La palabra *integración* en nuestra investigación tiene un significado más profundo y un respaldo teórico complejo, no significa llevar la tecnología al aula para resolver actividades matemáticas sino que hay que transformarla y hacerla un instrumento por el proceso de *instrumentalización* e *instrumentación*. El desarrollo de dicho proceso construye una *Génesis instrumental* (GI). La *instrumentalización* son las acciones que hace el usuario para ir reconociendo las funciones de la tecnología, es decir, va caracterizando sus acciones hacia lo que puede y no hacer. Estas acciones se consolidan en esquemas de uso que se establecen en la mente para una tarea específica, en ese sentido el usuario transforma el artefacto (Trouche, 2004). Pero la *instrumentalización* alimenta a otro tipo de esquema, es decir los esquemas de uso evolucionan y se consolidan en un *esquema de acción instrumentada* (Artigue, 2002), como una técnica para la resolución de la actividad. A este último proceso se le denomina *instrumentación* donde la técnica es una construcción del usuario para desarrollar y entender su actividad matemática (Trouche, 2004). De esta forma el usuario transforma la tecnología pero a su vez es transformado por ésta en situaciones específicas.

La teoría socioepistemológica

En la Teoría Socioepistemológica (TS), se considera a la práctica social como un concepto que se está construyendo y que reivindica el trabajo del humano en las explicaciones de la construcción del conocimiento. Esta constituye un medio para estudiar el conocimiento matemático, ya que señala otras dimensiones que no son explícitas de la actividad matemática anclada a los conceptos, como son las prácticas en lo social y las argumentaciones en lo situacional (Cordero y

Buendía, 2005). Bajo la Teoría se toma a la graficación como una práctica social a través del *uso de la gráfica*, donde ya se tiene un estatus considerable como un constructo que lleva a argumentaciones del cálculo en situaciones específicas (Domínguez, 2003; Rosado, 2004). Estas argumentaciones del *uso de la gráfica* se han encontrado en otros dominios científicos donde adquiere significado como en la ingeniería (Lara, 2007; Parra, 2008), la Biología (Vázquez y Cordero, 2008) o por medio de los recursos tecnológicos (Suarez, 2008; Torres, 2004; Briceño, 2008). Esto ha brindado ciertas categorías de uso de la gráfica que se resignifica a través de su funcionamiento y forma en su vivencia escolar y que no se aprecian por la centración de ver la gráfica como algo que se usa para rendir cuenta del concepto de función. Así tal estatus del *uso de la gráfica* formula epistemologías donde la graficación es significada como una *práctica social*, ya que lleva a hacer múltiples realizaciones y ajustes en su estructura para producir un patrón deseable, donde es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación para construir conocimiento del Cálculo (Cordero, 2008). Así la investigación propone estudiar el uso de la tecnología escolar con la conveniencia de caracterizarlo a través del *uso de la gráfica* en una situación de modelación del movimiento. Con este respaldo se intenta responder a la pregunta de investigación y la hipótesis de que el “*uso de las gráficas*” norma una integración tecnológica en una situación específica.

El Diseño

En el diseño se creó un conjunto de actividades dirigida a personas de distintas edades para su aplicación en un escenario de difusión del conocimiento científico (El escenario fue el programa ciencia en las calles de Instituto de ciencia y tecnología del D.F.). Los participantes fueron variados desde nivel básico, bachillerato hasta uno que otro adulto. La tecnología que se utilizó fueron calculadoras graficadoras y sensores de movimiento. En este escenario se intenta caracterizar el conocimiento cotidiano resignificándolo hacia una matemática que sea funcional. Para ello se toma cuidado en estudiar las rutinas que los participantes generen (Berger y Luckmann, 2006) y ver como estas evolucionan al enfrentar una crisis (rompimiento de la rutina) por lo que tiene que haber un rediseño de la rutina anterior para el surgimiento de una nueva motivadas por la crisis que lo genera. De esta forma las actividades están intencionadas para explorar las rutinas de los

participantes acerca de ideas variacionales. A continuación se describen las escenas de las actividades:

Escena 1. Interpretación acerca del movimiento. En una primera escena se solicita a los participantes (dibujo a papel y lápiz) su interpretación acerca del movimiento de tres personajes con características particulares de movimiento como se muestra en figura 1: *Actividad 1. ¿Dibuja el movimiento de Luis, Alex y David, si se mueven hacia un mismo punto, y al llegar se detiene 2 segundos para luego regresar?* Posteriormente se realiza una discusión grupal de los dibujos que realizaron.

Escena 2: Modelación de movimiento. Se presenta la tecnología a trabajar (calculadora gráfica y sensor de movimiento) y se explica su funcionamiento, posteriormente se escoge un niño al azar y se le indica hacer el movimiento de un punto P_1 a P_2 como se muestra en la figura 2. Se les indica a los participantes que deben de estar en una posición de espalda al sensor y caminar en línea recta.

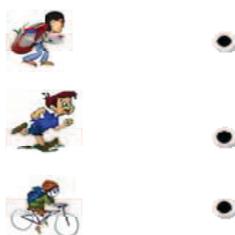


Figura 1. Escena 1. Interpretación acerca del movimiento

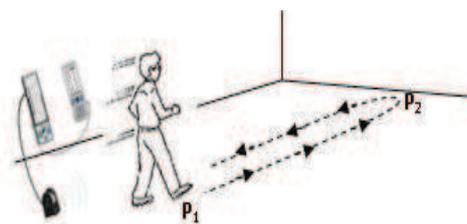


Figura 2. Indicación del movimiento con la tecnología

Después de la simulación del movimiento se les hace ver que la gráfica del movimiento que se obtuvo tiene el parecido a una montaña (ver figura 3a). Entonces se les pregunta ¿cómo se tendrían que mover ahora para que con el uso tecnológico dibuje una montaña más alta? (ver figura 3b).



Figura 3a. Montaña generada por la primera modelación

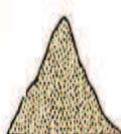


Figura 3b. Reto de generar esta Montaña con el movimiento

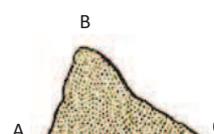


Figura 3c. Tercera modelación de la montaña

Escena 3. Con base a las respuestas anteriores de la escena 2, se propone al participante, modelar una montaña de la figura 3c, preguntando antes el tipo de movimiento que se debería hacer de A a B y de B a C (figura 3c).

Algunos resultados

La actividad de la escena 1 tiene la intención de apreciar la interpretación de los participantes acerca de la variación del movimiento. La rutina que prevalece en el cotidiano acerca del cambio de movimiento son las gráficas de trayectorias. Uno de los argumentos de estas trayectorias en cuanto al cambio se aprecia a que mayor velocidad, menos líneas discontinuas y más largas (Columna A), u otra afirmación que mientras se reduzca la intensidad de ondulaciones se tiene mayor velocidad (columna B de la tabla)

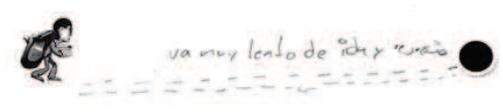
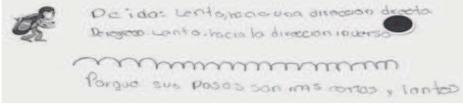
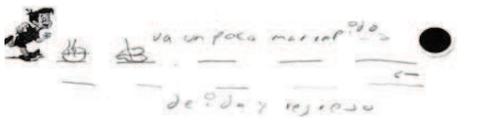
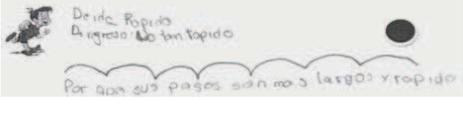
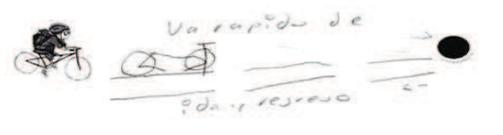
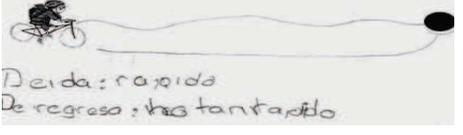
A	B
 <p>va muy lento de ida y regreso</p>	 <p>De ida: lento, hacia una dirección directa De regreso: lento, hacia la dirección inversa Porque sus pasos son más cortos y lentos</p>
 <p>va un poco más rápido de ida y regreso</p>	 <p>De ida: rápido De regreso: no tan rápido Por que sus pasos son más largos y rápido</p>
 <p>Va rápido de ida y regreso</p>	 <p>De ida: rápido De regreso: no tan rápido</p>

Tabla1. Algunas interpretaciones de niño(a)s de la variación del movimiento

Escena 2. Se modela el movimiento de los personajes para ir discutiendo ideas variacionales con los participantes de las gráficas que vayan generando. Se aprecia en su lenguaje coloquial, el tipo de movimiento para generar la montaña de la figura 3b como: *caminar más rápido, correr más fuerte, corro rápido para que la montaña sea más alta, muy rápido en poco tiempo, movimiento recto una mayor distancia a mayor velocidad*. Pero después cuando se les pregunto el tipo de movimiento para generar la gráfica de la figura 3c, encontramos los siguientes argumentos:

De A a B	De B a C:
<ul style="list-style-type: none"> - aumento la velocidad constante - Muy rápido - Mayor velocidad - Movimiento del cuerpo debe ser rápido - Un movimiento rápido en poco tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> - Disminuir la velocidad, Lento - El movimiento del cuerpo debe de ir disminuir poco a poco y en un punto intermedio un poco más lento - Caminar muy lento en mucho tiempo - Caminar lento pero en algún punto más lento

Nos llama la atención los argumentos de B a C en negrita donde se refiere a un punto en medio del trayecto de B a C justamente por la inclinación de la montaña, es decir, está usando la gráfica para argumentar aspectos variacionales.

Conclusiones

Las evidencias que se obtuvieron con la modelación, se aprecian que los estudiantes *usan la gráfica* para sus argumentos hacia aspectos variacionales, donde los niños por la forma de la curva en su lenguaje coloquial identifican aspectos del movimiento de ida, regreso, el cambio (rápido, lento) y el no cambio (ahí no hay movimiento está parado o no tardo nada). Se robustecieron mas ideas variacionales en la escena 3, ya que identifican un cambio en el trayecto de B a C (figura 3c). La rutina acerca de la variación en el cotidiano se identificó por conducto de las gráficas de trayectorias, dicha rutina se pone en crisis con el uso tecnológico al confrontarse con las gráficas cartesianas, en donde los niños en la situación iban modificando su interpretación de la trayectoria a un sistema cartesiano. El movimiento fue la pauta para ir modificando esta rutina e irlo variando para producir un comportamiento grafico deseable. Se encontró que los niños pudieron aprender algunas acciones con relación de la tecnología al ir entendiendo su funcionamiento y construir esquemas de uso, como por ejemplo: entienden que el quedarse quieto genera una línea

horizontal, o el no salirse del rango del sensor o qué movimiento debe de hacer para que el sensor produzca una curva deseada. Entonces se podría decir que hay síntomas de un primer proceso de instrumentalización de la tecnología, donde los niños entienden la tecnología y técnicas para desarrollar un conocimiento variacional. El diseño se descentraliza de los conceptos hacia las prácticas que rindan cuenta, hacia comportamientos que modelan las gráficas. Los datos nos proveen ideas a llevar a cabo más adelante en la investigación para estudiar las trayectorias y resignificarlas hacia las gráficas cartesianas y al desarrollo de Pylvar, pero también ir construyendo esquemas de uso tecnológico específicos para la instrumentación siendo el constructo *uso de la gráfica* como lo que norma dicha instrumentación, es decir, su integración tecnológica.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a Reflection about instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.

Berger, P. y Luckman, T. (2006). *La construcción social de la realidad*. Buenos Aires: Amorrortu.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemológica study. *Educational Studies in Mathematics*. 58, 299-333.

Briceño, E. (2008) *El uso de las gráficas desde una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F., México.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En Cantoral, R., Oncovían, Ol.; Farfán, R.M., Lezama, J., Romo. (Eds.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 265-286). México: Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cantoral, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, 42, 14(3), 353 – 369.

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F., México.

García, E. (2008). *Un estudio sobre los procesos de institucionalización de las prácticas en ingeniería biomédica. Una visión socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F., México.

Lara, M. (2007). *Categorías de Uso de Gráficas en libros de texto de Mecánica de Fluidos*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F, México.

Parra, T. (2008). *El uso de las gráficas en la mecánica de fluidos. El caso de la derivada*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F, México.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F., México.

Suarez, L. (2008). *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis doctoral no publicada, Cinvestav-IPN, D.F., México.

Trouche, L. (2004). Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Student's Command Process Through Instrumental Orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada, CICATA-IPN, México.

Tuyub, I. (2008). *Un estudio socioepistemológico de la práctica toxicológica: un modelo de la construcción social del conocimiento*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, D.F, México.

Vázquez, E. y Cordero, F. (2008). Caracterización de una Matemática funcional en el dominio de la Biología. Un estudio Socioepistemológico. *Resúmenes de la Vigésima Segunda Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México. p. 79.