

CONFLICTOS SEMIÓTICOS EN ESTUDIANTES MEXICANOS DE BACHILLERATO Y SECUNDARIA ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE MEDIANA

Silvia Azucena Mayén Galicia, Carmen Batanero Bernabeu
Universidad de Granada
smayen@correo.ugr.es
Campo de investigación: Pensamiento relacionado con
probabilidad y estadística

España

Nivel: Básico, Medio

Resumen. *En este trabajo presentamos el estudio semiótico de las respuestas de estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato con el fin de detectar conflictos semióticos sobre la comprensión del concepto de mediana. Se observa mayor dificultad en ambos grupos al resolver estos problemas de un cuestionario sobre medidas de tendencia central. Utilizamos el Enfoque Onto-Semiótico propuesto por Godino y colaboradores. Clasificamos las respuestas en categorías de los conflictos semióticos encontrados y comparamos los resultados en ambos grupos de estudiantes.*

Palabras clave: comprensión, conflictos semióticos, estimación, media, mediana

Introducción

Las medidas de posición central han suscitado gran interés dentro de la investigación en educación estadística que describen errores y dificultades en estudiantes de diversas edades, incluso en alumnos universitarios. Estas investigaciones se han orientado preferentemente sobre la media aritmética, sin embargo, en el análisis exploratorio de datos, enfoque recomendado actualmente en el currículo mexicano de matemáticas para la secundaria y el bachillerato, se da peso a los estadísticos de orden como la mediana y también se introducen algunas de sus representaciones gráficas, como el gráfico de caja.

El propósito de este trabajo es analizar las respuestas de los estudiantes al resolver un problema de mediana a partir de la interpretación de un gráfico e identificar conflictos semióticos en el aprendizaje de este concepto que pudieran dar origen a diversas dificultades en su resolución. Por otra parte, centramos nuestro interés en la mediana por sus escasas investigaciones previas, Cobo (2003) y Mayén (2006), en las que se ha observado mayor dificultad en ambos grupos de estudiantes.

Nuestro estudio está fundamentado en el modelo teórico del “enfoque ontosemiótico” (EOS) de la cognición matemática (Godino, 2003), y por lo tanto, hemos seguido su método de análisis.

Finalmente presentamos un resumen de las categorías de respuestas encontradas en el total de la muestra y por nivel educativo.

Marco teórico

El Enfoque Ontosemiótico (Godino, 2003), considera el significado de los objetos matemáticos como altamente complejo, delimitando diversos *elementos de significado*: campos de problemas, definiciones, proposiciones, lenguaje, procedimientos y argumentos, que intervienen en las prácticas matemáticas ligadas con dichos objetos. Godino señala que en las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o simbólica. En el trabajo matemático los símbolos (significantes) remiten a entidades conceptuales (significados), y un punto crucial de la enseñanza es lograr que los alumnos dominen la semántica (además de la sintaxis) de estos símbolos. La noción de función semiótica se entiende como una "correspondencia entre conjuntos", que pone en juego tres componentes: Un plano de expresión (objeto inicial, considerado frecuentemente como el signo); un plano de contenido (objeto final, considerado como el significado del signo, esto es, lo representado, lo que se quiere decir, a lo que se refiere un interlocutor); un criterio o regla de correspondencia, esto es un código interpretativo que relaciona los planos de expresión y contenido. En ocasiones el significado que el profesor o investigador quiere atribuir a una expresión no es interpretado correctamente por el alumno y se produce el *conflicto semiótico*. En estos casos el error se produce no por una falta de conocimientos, sino por no relacionar adecuadamente los dos términos de una función semiótica, como mostraremos en el ejemplo que analizamos en este trabajo.

Método

Muestra

La muestra está compuesta por 643 estudiantes mexicanos: 481 de Bachillerato, de diferentes Cecyts del Instituto Politécnico Nacional y 162 de Educación Secundaria. Los estudiantes de Bachillerato son de sexto semestre, de 17 y 18 años de edad y los de Secundaria, de tercer grado y de entre 14 y 15 años. Ambos grupos habían estudiando *medidas de tendencia central* (media,

mediana, moda) como parte de los temas de estadística en ese mismo curso en que se les aplicó el cuestionario.

Problema propuesto y método

El problema que se analiza, tomado de Zawojewski (1986), se centra en la estimación directa de la media a partir de un gráfico y en el cálculo de la mediana a partir del mismo gráfico. Los elementos de significado que contiene son principalmente algorítmicos, y la dificultad que se presenta está en su representación (lectura del gráfico). El ítem requiere utilizar dos propiedades: *la mediana y media pueden no coincidir con los datos, y el cálculo de la media y el de la mediana no son operaciones internas.*

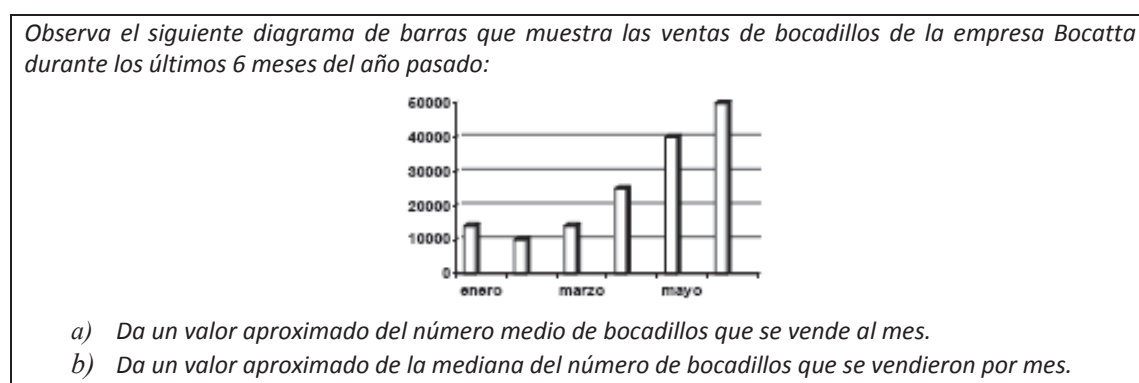


Figura 1. Problema propuesto

Para resolver el inciso b) del ítem, en primer lugar el alumno debe reconocer los datos del problema pasando del formato gráfico al numérico, con lo que obtendría la siguiente serie de valores aproximados: 13.000, 10.000, 13.000, 25.000, 40.000, 50.000. Posteriormente, debe ordenar los datos: 10.000, 13.000, 13.000, 25.000, 40.000, 50.000.

Puesto que se trata de un número par de valores, la mediana corresponde al valor de la media de las variables que ocupan los lugares centrales, es decir: $\frac{13.000+25.000}{2}=19.000$

Dividimos a continuación la solución en unidades para realizar el análisis semiótico. Como vemos, se requieren conocimientos de los conceptos de variable, valor de la variable, escala, significado de los dos ejes, además de los conceptos de frecuencia y mediana.

Unidad	Contenido	Funciones semióticas
U1	El alumno debe reconocer los datos del problema pasando del formato gráfico al numérico, con lo que obtendría la siguiente serie de valores aproximados: 13.000, 10.000, 13.000, 25.000, 40.000, 50.000	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura de un gráfico (procedimiento); • Diferenciar entre unidad estadística (mes) y valor de la variable (número de bocadillos), (concepto); • Reconocer la variable que se representa en cada eje (conceptos de eje y escala); • Pasar de cada barra al correspondiente valor numérico relacionando dos tipos de representación del valor de la variable.
U2	Posteriormente, debe ordenar los datos: 10.000, 13.000, 13.000, 25.000, 40.000, 50.000	<ul style="list-style-type: none"> • Visualizar el conjunto de datos como un todo; • Concepto de mediana como estadístico de orden; • Operación de ordenación (procedimiento); orden de números reales (concepto).
U3	Puesto que se trata de un número par de valores, la mediana corresponde al valor de la media de las variables que ocupan los lugares centrales, es decir: $\frac{13.000 + 25.000}{2} = 19.000$	<ul style="list-style-type: none"> • Mediana como valor central de una serie de datos aislados (definición de la mediana); • El valor central se refiere a la variable y no a la frecuencia; • Debe resolver el caso de indeterminación y hallar la media de los dos valores centrales; • Concepto y algoritmo de la media.

Tabla 1. Análisis de solución correcta al problema

Resultados

Una vez recopiladas las respuestas de los estudiantes iniciamos un proceso de categorización. Posteriormente realizamos el análisis semiótico de las respuestas típicas de cada categoría para inferir los objetos y procesos matemáticos que el estudiante utiliza en su resolución. A continuación, analizamos un ejemplo de las respuestas más frecuentes (categoría C1.1) y presentamos también la tabla de análisis semiótico para mostrar el método seguido en dicho análisis. Así mismo, describimos brevemente las categorías de conflictos hallados en el ítem, donde el primer valor se refiere a su frecuencia y el segundo al porcentaje en el total de los estudiantes.

Cálculo correcto de la media de una variable discreta con datos aislados (128, 20%). Los datos se presentan en forma de gráfico, y la mayoría de los estudiantes obtiene los valores numéricos de la variable para realizar el cálculo a partir de ellos, llevando a cabo, por lo tanto, una lectura correcta entre los datos (Tabla 2).

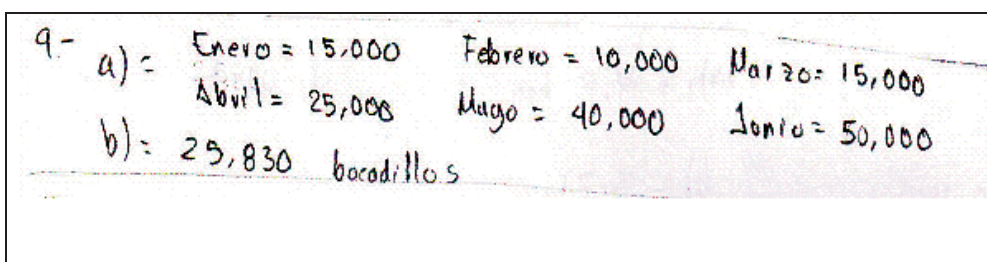


Figura 2. Ejemplo de respuesta de la categoría 1.1

Unidad	Contenido	Funciones semióticas
U1	a) Enero=15.000 Febrero=10.000 Marzo=15.000 Abril=25.000 Mayo=40.000 Junio=50.000	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura de un gráfico (procedimiento); • Diferencia entre unidad estadística (mes) y valor de la variable (número de bocadillos), (concepto); • Reconoce la variable que se representa en cada eje (conceptos de eje y escala); • Pasa de cada barra al correspondiente valor numérico, relacionando dos tipos de representación del valor de la variable.
U2	b)= 25,830 bocadillos	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo correcto de media con datos aislados; • Definición correcta de media; • <i>Conflicto</i> al confundir media y mediana; • No llega a la respuesta correcta.

Tabla 2. Análisis de ejemplo en la categoría 1.1

Uso de la media con conflicto al realizar el algoritmo (5, 08%). Se interpreta bien el gráfico, ya que se hace una estimación aproximada de valores y se obtiene el resultado correcto de la media. Sin embargo, se ordenan dichos valores, se suma el total de los datos, y ahora se dividen por dos, por lo que parece no tener claro el algoritmo de la mediana. Podemos decir que aparece un conflicto al no distinguir entre media y mediana.

Error al interpretar la gráfica. (4, 0,6%). Se asignan erróneamente los valores de la variable mostrando falta de capacidad en la lectura de gráficos, incluso al nivel literal (Curcio, 1989). Como en el anterior, el conflicto es confundir media con mediana, a menos a nivel terminológico. Por otro lado, no se asocia la media al conjunto total de datos, sino que se calculan medias parciales de los valores dados. Falla en la idea de distribución.

Al conflicto de la categoría C1 se agrega otro que consiste en dividir por dos la media obtenida (3, 0,5%). Con respecto a la mediana, aparece otro conflicto, pues aunque el alumno ordena los datos

y comienza bien el algoritmo, al tratar de resolver el caso de indeterminación no toma los valores centrales correctos, sino que suma los valores segundo y penúltimo de los datos obtenidos del gráfico y los divide por dos. Posteriormente, vuelve a calcular la media de los últimos datos, considerando el resultado como mediana.

Interpretar como mediana el valor central del rango de la variable (62, 9,6%). Se intercambian la escala con el valor de la variable, considerando las marcas de la escala (frecuencias) como valores de la variable. Ejemplo: “*mediana 25000 aprox*”.

Confundir frecuencia con valor de la variable (63, 9,8%). Se observa un error al interpretar el gráfico, al utilizar como valores de la variable los números que aparecen en la escala vertical, por ejemplo “*30000*”, que sería el valor intermedio del eje de las ordenadas, por lo que se podría asumir que se confunde variable con unidad estadística.

Realizar una estimación correcta de datos y dividir cada uno por dos, es decir, obtener medianas parciales (15, 2,3%). Supone una interpretación incorrecta de mediana como asociada a cada dato y no al conjunto de datos como un todo. Además hay una ausencia de la idea de distribución de datos.

Calcular la mitad de cada valor de los datos, y sobre los valores hallados obtener la mediana como centro del rango (1, 0,2%). Como en el conflicto anterior, se comienza encontrando la mitad de cada dato, y para ello se divide cada uno de los valores estimados por dos. A su vez, para encontrar la mediana, se toma la mitad de los dos valores centrales (segundo y penúltimo hallados de esta manera) y se obtiene su promedio.

Cálculo correcto de mediana a partir de la frecuencia acumulada (1, 0,2%). La solución es muy compleja y supone la comprensión de un gran número de conceptos: formar correctamente la tabla de frecuencias acumuladas, obtener el total de datos y dividir por dos, y posteriormente encontrar el intervalo al que corresponde el valor mediano. Sólo la hemos encontrado en uno de los estudiantes.

Utilizar la moda (21, 3,3%). Se presenta un conflicto en estos estudiantes que confunden los conceptos de moda y mediana, al menos terminológicamente, aunque realizan una interpretación correcta del gráfico y también el cálculo correcto de la moda a partir del mismo. Ejemplo: “*R=15000*”

La respuesta no tiene relación con las medidas de tendencia central (80, 12,4%).

Obtener el número medio de bocadillos diarios cada mes (1, 0,2%). Se interpreta correctamente el gráfico, sin embargo, se desconoce el cálculo para llegar a la mediana, dado que se toman los datos asignados a cada mes y se divide cada uno por 30.

Obtener el número medio de bocadillos diario a lo largo del periodo (2, 0,3%). No se hace una estimación de datos para obtener la media, y en su lugar se toman los valores de la escala (unidad estadística), se suman y al total obtenido se divide por 30 (días del mes). En cuanto a la mediana, se considera el resultado anterior y se vuelve a dividir por 30. Error al no interpretar bien el gráfico y confundir media y mediana.

No contesta (70, 10,9%).

En la Tabla 3 presentamos frecuencia y porcentaje de respuestas según el nivel escolar. Entre las diferencias más notorias, observamos que casi la cuarta parte de los estudiantes de bachillerato utilizan la media para resolver el ítem, mientras que de secundaria, sólo un 16%. En el uso de la mediana, la mitad de ambos grupos al menos la reconocen. Por otra parte, son pocos los estudiantes que resuelven con la moda, los que dan respuestas que no tienen relación con medidas de centralización y los que no contestan.

Respuesta	Nivel				Total	%
	Secundaria	% de nivel	Bachillerato	% de nivel		
Media	26	16,0%	114	23,7%	140	21,9
Mediana	84	51,9%	245	50,93%	329	51,2
Moda	6	3,7%	15	3,11%	21	3,3
Otro	22	13,6%	61	12,68%	83	12,9
No contesta	24	14,8%	46	9,56%	70	10,9
Total	162		481		643	

Tabla 3. Frecuencia y porcentajes de respuestas clasificadas por nivel escolar

Los conflictos semióticos que hemos detectado en estos estudiantes, indistintamente de su nivel de estudios, se pueden clasificar en diferentes grupos:

Conflictos terminológicos: Los estudiantes confunden los términos *mediana* con *media* y en menor frecuencia con *moda* (calculan la media en vez de mediana, incluso correctamente). *Conflictos conceptuales:* Conflicto en la definición de la mediana, porque se interpreta como centro del conjunto de datos sin ordenar, como centro del rango de la variable, como centro de la escala de la representación gráfica o incluso cuando se asigna la mediana a un solo dato o una parte de los

datos y no a todo el conjunto. *Conflicto de comprensión de representaciones*: Se asocia principalmente al lenguaje gráfico, donde los alumnos confunden los valores de la variable con las divisiones de la escala o variable y la unidad estadística. *Conflictos procedimentales*: No resuelven el caso de indeterminación.

Conclusiones

Este estudio muestra que estas ideas no han sido sencillas para los estudiantes de nuestra muestra, y que se producen numerosos conflictos semióticos al trabajar con la mediana, que confirman y amplían estudios previos y llevados a cabo en otros contextos, Cobo (2003) y Mayén (2006). Las respuestas que hemos obtenido del ítem son muy variadas, y la mayoría se centra en el cálculo correcto de la media, por lo que es evidente que los estudiantes tienen mayor conocimiento de este concepto, sin embargo, hay una tendencia importante de confundir media y mediana, y en menor proporción con la moda. Otros errores que más destacan en este tipo de problemas se presentan al confundir los elementos que representan cada eje del gráfico, es decir, el de la variable (número de bocadillos) con la unidad estadística (mes), y el de interpretar como mediana el valor central del rango de la variable.

Todos estos conflictos (algunos con frecuencia apreciables) han aparecido al analizar el ítem del cuestionario y llaman la atención a la necesidad de tener en cuenta la dificultad del concepto de mediana en sus diversas representaciones para los estudiantes y reforzar su enseñanza. También sugiere el interés de continuar la investigación, proponiendo otras tareas relacionadas con la mediana o bien diseñando una enseñanza que permita mejorar la comprensión de los estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Granada.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.

Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Mayén, S. (2006). *Comprensión de medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato*. Trabajo de Investigación Tutelado. Universidad de Granada.

Zawojewski, J. (1986). *The teaching and learning processes of junior high school students under alternative modes of instruction in the measures of central tendency*. Tesis Doctoral no publicada. University Northwestern. Evanston, Illinois.