

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Departamento de Didáctica de la Matemática



**TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS
EN LA PRUEBA SABER -COLOMBIA**

Trabajo de Máster

María Teresa Castellanos Sánchez

Tutores: Carmen Batanero

Pedro Arteaga Cezón

ÍNDICE

Resumen	3
1. Capítulo 1. Marco de referencia de la investigación.	4
1.1. Introducción.	4
1.2. Justificación del trabajo.	4
1.3. Objetivos del estudio.	7
1.4. Marco curricular.	8
1.4.1. Introducción.	8
1.4.2. Transformación curricular del área de matemáticas en Colombia.	8
1.4.3. Marco legal de enseñanzas en matemáticas para Colombia.	11
1.5. Estadística en el currículo de las matemáticas en Colombia.	14
1.5.1. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en el currículo de las matemáticas para Colombia.	14
1.5.2. Estándares básicos de competencias en matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.	15
1.5.3. Tablas y gráficos en el contexto escolar colombiano en la enseñanza de la estadística	17
1.6. Conclusiones.	19
2. Capítulo 2. Antecedentes.	21
2.1. Introducción	21
2.2. Elementos que componen una tabla o gráfico estadístico.	21
2.3. Comprensión de tablas y gráficos estadísticos.	23
2.4. Niveles de lectura de tablas y gráficos.	24
2.5. Actividad semiótica en la lectura y construcción de tablas y gráficos.	26
2.6. Errores frecuentes en la construcción de tablas y gráficos.	28
2.7. Tablas y gráficos estadísticos en otros estudios de evaluación.	31
2.7.1 Tablas y gráficos estadísticos en los estudios PISA.	31
2.7.2 Estudios TIMSS.	35
2.7.3 Evaluaciones de diagnóstico para 4º curso.	38
2.8. Estudios de contenidos de pruebas de evaluación	40
2.9. Conclusiones	43
3. Capítulo 3. Tablas y gráficos estadísticos en las pruebas SABER	44
3.1. Introducción.	44

3.2. Características generales y aplicación.	44
3.3. Descripción de la prueba de matemáticas.	46
3.3.1. Las competencias, componentes y especificaciones.	46
3.3.2. Los componentes conceptuales en la prueba SABER.	47
3.3.3. Estructura de preguntas.	48
3.3.4. Componente aleatorio en la prueba SABER”.	50
3.4. Metodología de análisis.	52
3.4.1. Muestra de ítems analizados.	52
3.4.2. Variables de análisis	53
3.4.3. Tipos de representación en los ítems analizados.	54
3.4.4. Nivel de competencia evaluado en los ítems	60
3.4.5. Niveles de lectura de las tablas y gráficos en los ítems	63
3.4.6. Complejidad semiótica de las representaciones analizadas	67
3.4.7. Tareas implicadas en la solución de los ítems analizados	70
4. Capítulo 4. Conclusiones	77
4.1. Conclusiones sobre los objetivos	77
4.2. Limitaciones del estudio y futuras líneas de investigación.	81
5. Referencias	82

Anexo 1. Análisis de ítems sobre tablas y gráficos en las pruebas SABER 5°

Anexo 2. Comunicación para las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria “Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la educación primaria en España y Colombia”.

RESUMEN

Esta memoria presenta el análisis de tablas y gráficos estadísticos en evaluaciones externas de calidad en Colombia (prueba SABER) para el área de matemáticas; el trabajo se realizó con el fin establecer los niveles de lectura y comprensión gráfica solicitados en dicha prueba con el propósito de desvelar elementos relevantes en la enseñanza de estos contenidos y las posibles dificultades de los estudiantes en su aprendizaje (MEN, 2011).

Las principales transformaciones curriculares, la importancia otorgada a la estadística en los lineamientos curriculares y en los estándares básicos de competencia son nuestro primer propósito; vemos el enfoque dado al tratamiento de la información y al análisis de datos a la vez, que se detallan las implicaciones del trabajo con los gráficos estadísticos

Los antecedentes constituyen la segunda parte de este estudio donde se hace consulta a investigaciones relacionadas con la estructura, construcción, comprensión y lectura de gráficos estadísticos, esta revisión otorga los elementos conceptuales para caracterizar y analizar las representaciones objetos de este estudio. También estudiamos la presencia de tablas y gráficos en otras pruebas de evaluación de contexto internacional. Los antecedentes finalizan abordando investigaciones que analizan el contenido de pruebas de evaluación. El capítulo tres se dedica a la caracterización general de la prueba SABER, a las condiciones de aplicación y a la descripción del componente aleatorio dentro de la prueba de matemáticas, allí se establecen las competencias, los elementos y las características que conforman la evaluación.

El estudio se realiza mediante un enfoque exploratorio-descriptivo que aborda un total de 206 ítems procedentes de pruebas liberadas de competencia matemática SABER 5° para los años 2003, 2006 y 2009; de los cuales se seleccionaron 62 que corresponden al componente aleatorio, el análisis se realizó a 45 ítems que incluían gráficos y las tablas con un total de 55 representaciones procesadas en este estudio.

Se finaliza con las conclusiones a los resultados, evaluando de manera completa y exhaustiva los niveles de lectura y comprensión gráfica presente en los ítems de las pruebas disponibles de acuerdo a las variables de análisis: tipo de representación, competencias evaluadas, niveles de lectura, nivel de complejidad semiótica de los gráficos y tareas y actividades solicitada para dar solución. Se finaliza con una descripción de los principales hallazgos identificados en estos ítems en su conjunto.

CAPÍTULO 1. MARCO DE REFERENCIA DE LA INVESTIGACION.

1.1. INTRODUCCION

En este capítulo hacemos referencia al problema de investigación e interés por la interpretación, lectura y comprensión gráfica solicitada a los estudiantes de último grado (5°) del ciclo de educación básica primaria en Colombia, lo que origino el análisis de los ítems de las pruebas de evaluación externas SABER.

Primero presentamos la elección del tema; el cual tiene justificación por su pertinencia en el currículo, su importancia en el desarrollo de la cultura estadística y la vida cotidiana, así como las numerosas dificultades y retos descritos en investigaciones de la línea de didáctica de la estadística a nivel local e internacional; el apartado termina con los propósitos y objetivos del estudio. En segunda instancia presentamos la revisión de directrices curriculares para el área de matemáticas en Colombia, describimos las principales transformaciones que dieron lugar a la incorporación de la Estadística y que actualmente es considerada como pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. (MEN, 2006; MEN 1998a; MEN 2003a).

1.2. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO

Este trabajo se justifica en primera instancia en la creciente preocupación por el aprendizaje de la estadística; por un lado los estándares NCTM (1991) establecieron, pautas y recomendaciones, dirigidas a los profesores, sobre la manera de afrontar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la escuela tanto en términos genéricos, como en cada tópico específico, como es el caso de la representación de datos. En este sentido, propone que los alumnos se involucren en la recogida, organización y descripción de los datos y sean capaces de construir, leer e interpretar gráficas, así como analizar tendencias y proponer conjeturas y predicciones a partir de los datos (NCTM, 1991) incorporándola en la mayoría de los currículos escolares.

De igual modo el proyecto GAISE (Franklin et. al, 2007) destaca como principal objetivo la alfabetización estadística, recomienda formar desde los primeros niveles estudiantes con habilidades estadística para razonar a partir de datos empíricos; que comprendan y puedan explicar la variación de los datos; percibir, cuantificar y justificar el comportamiento de los datos. Las principales reflexiones de estas comunidades académicas sobre el enfoque y los contenidos, han conducido a varios intentos de

estandarizar el currículo en Estadística. En 2007 la American Statistical Association (ASA) publicó el reporte denominado Pautas para la Evaluación e Instrucción en Educación Estadística, desde preescolar hasta universidad. (Proyecto GAISE). En este sentido GAISE que tiene fundamento en los principios y estándares de la NCTM (2000), propone desarrollar los conocimientos estadísticos en tres niveles de desarrollo (A, B, C) dependiendo del nivel escolar. Cada nivel debe desarrollarse a través de cuatro procesos: formular preguntas, coleccionar datos, analizar datos e interpretar resultados.

Las tensiones internacionales manifestadas anteriormente muestran que la enseñanza de la estadística ha estado presente en la escuela en los últimos 20 años; este escenario ha permitido considerar con mayor relevancia la estadística en las diferentes evaluaciones nacionales e internacionales. Se nota la presencia de la incertidumbre en el marco de la Evaluación PISA (OCDE, 2009); se da importancia a la representación de datos en TIMSS (Gil y Tiana, 2002); se considera el tratamiento de la información, azar y probabilidad en la evaluación de diagnóstico (MEC, 2006) y se incluye el pensamiento aleatorio y el análisis de datos en las pruebas SABER- Colombia; (ICFES, 2012) donde se observa las capacidades de los estudiantes para descifrar, representar en términos matemáticos y predecir resultados en situaciones que implican el manejo de datos de distinta naturaleza.

De esta manera los informes nacionales e internacionales que evalúan alfabetización o competencia matemática en estas pruebas que han permitido desvelar dificultades en el razonamiento y la solución de situaciones problemas relacionadas con el pensamiento estadístico. (Mullis, Martin, Foy y Arora; 2011; ICFES, 2012; ME, 2009b)

En la misma vía están las investigaciones previas que han manifestado dificultades procedimentales y errores conceptuales de los estudiantes relativos a la lectura, interpretación y comprensión de gráficos estadísticos, involucradas con las justificaciones dadas a soluciones, la deficiente identificación por los estudiantes de los conocimientos involucrados en la resolución de las mismas; dan cuenta de esto los estudios relacionados con los gráficos de barras (Pereira-Mendoza y Mellor, 1990) o el histograma (Lee y Meletiou, 2003). Otros autores analizaron los errores de gráficos realizados en los proyectos estadísticos, Li y Shen (1992).

Una segunda justificación de nuestro trabajo está sustentada en la noción de cultura estadística, que según Gal (2002, p.2-3) se trata de dos competencias relacionadas: una es la habilidad para evaluar críticamente e interpretar la información estadística, apoyados en datos o fenómenos que son observados en diferentes contextos, sin limitarse a ellos y la otra es la habilidad para discutir y comunicar argumentos relevantes a la información estadística observada. El autor también otorga importancia a la habilidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística y los argumentos que los individuos puedan producir basados en datos que aparecen en diversos contextos.

Lo anterior implica que tener conocimiento y dominio de contenidos matemáticos y extra-matemáticos, como también su aplicación en contextos particulares. Según Gal (2002), para lograr esta cultura, se requiere: (1) Conocer nociones matemáticas fundamentales; las “grandes ideas” que están detrás del pensamiento estadístico; (2) Conocer como se procesan y analizan los datos estadísticos; (3) Conocer como fundamentar las evidencias de un estudio estadístico; (4) Conocer nociones básicas de la probabilidad y (5) Conocer los defectos o fallas típicas que se presentan al realizar el análisis y la interpretación de datos.

Así la necesidad de ciudadanos estadísticamente cultos es cada vez mayor es decir que sean capaces de tratar con información estadística presentada de maneras muy diversas (Ridgway, Nicholson y McCusker, 2008); de igual manera se resaltan la importancia por desarrollar la capacidad discursiva de los estudiantes y la crítica ante la información (Schield, M., 2006). Por su parte, Watson (2006), plantea desarrollar en los estudiantes el conocimiento básico de los conceptos de estadística y probabilidad; presentar contextos amplios que enfrenten a los niños en la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos; presentar evidencia estadística que permita a los estudiantes valorar argumentos de manera crítica; tendencias han de ser observadas en esta y siguientes investigaciones en particular en el caso del contexto colombiano.

Una tercera justificación es la importancia dada al desarrollo del razonamiento estadístico y a la cultura estadística en los currículos actuales colombiano y español (Castellanos y Arteaga, 2013), donde atienden las recomendaciones internacionales para incluir la estadística desde la formación primaria de los niños; los dos currículos abordan: el estudio de los datos estadísticos; las variables discretas; la construcción y comprensión de tablas y gráficas y, los parámetros estadísticos. Coinciden en

manifestar que la representación gráfica (tablas y gráficas) es esencial en el estudio del tratamiento de la información y los sistemas de datos, por lo cual dan importancia a la comprensión y lectura de gráficos y tablas antes que a los procedimientos y cálculos con los datos que son componentes esenciales de la comprensión gráfica según Wu (2004).

1.3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO.

Nos interesamos por la interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas que se exige a los niños desde los primeros ciclos escolares en Colombia; por ello nuestro objetivo principal es: *Analizar los gráficos y tablas estadísticas del componente aleatorio de la prueba SABER- Colombia durante los años 2003-2009 para el grado 5º*, con el fin de presentar aportes a la formación de los futuros profesores y más concretamente a la enseñanza de estos contenidos en el ciclo de primaria. Se pretende conseguir los siguientes objetivos.

Objetivo 1 Describir las principales transformaciones que durante los últimos 20 años dieron origen a la incorporación de la estadística en el currículo colombiano. Este objetivo nos permite dar inicio a esta y a futuras investigaciones, ofrece características, condiciones y estándares de competencia del trabajo con gráficos en la educación básica.

Objetivo 2 Completar el estudio de los antecedentes de Arteaga (2011) a partir de las investigaciones sobre la interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas, especialmente reconociendo las relacionadas con la enseñanza y las dificultades de estos contenidos en el ciclo de primaria, para definir las variables objeto de nuestro análisis.

Objetivo 3. Identificar las características generales para la evaluación del componente aleatorio en el área de matemáticas de la prueba SABER. Este nos ofrece las condiciones de aplicación, los elementos que definen las competencias, y las características de la evaluación. Permiten buscar y seleccionar ítems que incluyen gráficos y tablas estadísticas en las aplicaciones durante los años 2002-2009 para el último grado de primaria (grado 5º).

Objetivo 4. Analizar los gráficos y tablas estadísticas de las pruebas liberadas SABER 2003, 2006 y 2009 para área de matemáticas en particular para el componente aleatorio Este análisis permite comparar y describir de las principales tareas necesarias en la solución de ítem; el tipo de representación; las competencias solicitadas, el nivel

de lectura gráfica y el nivel de complejidad semiótica de las representaciones analizadas.

1.4. MARCO CURRICULAR.

1.4.1. INTRODUCCION

Este capítulo describe el marco curricular de nuestro trabajo. Un recorrido histórico por casi 50 años permite observar las transformaciones que orientan la enseñanza de las matemáticas para la educación básica primaria, básica secundaria y media en Colombia. El tercer apartado, describe la actual organización curricular para el área de las matemáticas, dada por los lineamientos curriculares (MEN, 1998b), los estándares de competencia (MEN, 2006), y los lineamientos para la incorporación de tecnologías en el currículo de las matemáticas (MEN, 2003b). Seguidamente se analiza la estadística y la probabilidad en el plan curricular de matemáticas en Colombia, y la forma cómo se articulan el *pensamiento aleatorio* y *los sistemas de datos*. El último apartado destaca el uso e importancia de los gráficos estadísticos, mostrando su influencia en el análisis de datos y su pertinencia en la solución de situaciones problemáticas, como elemento transversal e interdisciplinario del currículo colombiano de la educación básica (primaria y secundaria).

1.4.2. TRANSFORMACIÓN CURRICULAR DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA

Los planes curriculares en Colombia, en particular para el área de matemáticas, han sufrido transformaciones consecuencia de tensiones internacionales y las vividas en Latinoamérica. Como en otros países, a partir de los años 60, el currículo fue permeado por las reformas internacionales de la denominada matemática moderna, cuyo mayor énfasis fue resaltar la estructura del universo matemático. Unos años después se inicia la renovación curricular de las matemáticas escolares por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1988), cuyos fundamentos fueron la lógica matemática y algunos elementos de la topología y la teoría de conjuntos sin embargo, se reivindicaba una enseñanza más real, y se abordaba el papel de los problemas frente a los ejercicios rutinarios, porque muchos estudiantes, eran capaces de resolver operaciones pero no entendían el significado de las respuestas. La estadística no hacía parte del plan curricular de la época.

En este periodo se inició la construcción del marco general del programa de matemáticas para la educación básica que abordó el enfoque de sistemas (interrelacionados), y articuló los contenidos: numéricos, geométricos, métricos, datos, lógicos y conjuntos. Los sistemas de datos, se incorporaron de manera explícita en la educación básica, sustentados en la necesidad del conocimiento estadístico para la investigación en muchas áreas. La Tabla 1.1 muestra la distribución de contenidos de esta propuesta (MEN, 1990), Como contenidos principales en esta área figuran los siguientes:

1. Estudio de algunos conceptos fundamentales de estadística para interpretar modelos de la realidad;
2. Iniciar con la recolección de datos, su organización en tablas de frecuencia y su presentación en diagramas;
3. Realizar análisis de datos recogidos y tabulados (hacer deducciones y comparaciones)
4. Estudiar algunas medidas de tendencia central y
5. Complementar las medidas de tendencia central e introducir las medidas de dispersión.

Tabla 1.1 Los sistema de datos en la renovación curricular de 1990 en Colombia

Nivel Básica Ciclo Primaria				
Grado 1°	Grado 2°	Grado 3°	Grado 4°	Grado 5°
Iniciación a gráficas de barras	Gráficas de barras	Recolección de datos Tabulación y representación de datos.	Recolección de datos. Tabulación y representación de datos. Iniciación al análisis de datos. Frecuencias, moda.	Noción de promedio en un conjunto pequeño de datos.
Nivel Básica Ciclo Secundaria				
Grado 6°		Grado 7°	Grado 8°	Grado 9°
Frecuencias absolutas. Frecuencias relativas (Porcentuales, fraccionarias). Diagramas de barra y circular. Frecuencias ordinarias o puntuales. Frecuencias acumuladas		Medidas de tendencia central: moda, media y mediana.	Medición. Muestreo Disposición y representación de datos. Escala	Medidas de dispersión.

La actual *Ley General de Educación* (MEN, 1994) establece flexibilidad y autonomía como principios para organizar el currículo del Sistema Educativo Colombiano en sus tres niveles:

1. *La educación preescolar* se garantiza con mínimo en un grado de escolaridad;

2. La *educación básica* con nueve grados divididos en dos ciclos: primaria y secundaria. La *educación básica en el ciclo de primaria*, está constituido por los cinco primeros grados. Para el área de matemáticas contempla:
“el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (MEN, 1994, p.6)
3. El nivel de *educación básica en el ciclo de secundaria*, continúa con cuatro grados, el principal propósito de este nivel es:
“el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana” (MEN, 1994, p.7),
4. *El nivel de educación media*, corresponde a los grados 10° y 11° en modalidad académica o técnica, su principal objetivo es:
“el desarrollo de la capacidad para profundizar en un campo del conocimiento, de acuerdo con las potencialidades e intereses” (MEN, 1994, p.9),

La *Ley General de Educación* incluye una nueva visión del conocimiento matemático escolar y distintas posibilidades de organizar el currículo y la evaluación. Indica la estructura tridimensional del currículo de matemáticas desde los procesos generales, los conocimientos básicos, y el contexto que rodea el aprendizaje. Esta nueva concepción da sentido a las situaciones problemáticas, es el escenario donde la estadística cobra sentido en el currículo de las matemáticas. También establece la autonomía curricular de los centros educativos (MEN, 1994, p.17), quienes se responsabilizan de la formulación y registro de un Proyecto Educativo Institucional (PEI).

Posteriormente otros decretos reglamentan los aspectos pedagógicos y organizativos generales (MEN, 1996a) y establecen los indicadores de logros curriculares para la educación básica y media (MEN, 1996b), que se desarrollan posteriormente para el área de matemáticas (MEN 1998a).

La Figura 1.1 muestra una línea de tiempo y los escenarios normativos que han transformado el currículo colombiano en las últimas décadas, entre los que destacamos varios escenarios: los lineamientos curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998b); la incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas (Castiblanco, Camargo, Villarraga y Obando, 1999), la divulgación de las diversas

versiones de los estándares curriculares para el área de matemáticas (MEN, 2002b, 2003a, 2006) y el Decreto 1290, (MEN, 2009), el cual define los propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes.



Figura 1.1. Transformaciones del currículo de las matemáticas en Colombia

1.4.3. MARCO LEGAL DE ENSEÑANZAS EN MATEMÁTICAS PARA COLOMBIA.

Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas

Como se ha indicado, en 1998 se publican los *Indicadores de logros curriculares* (MEN, 1998a), y paralelamente se culmina otro documento complementario (MEN, 1998b), que desarrolla diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas, reconoce el “Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos” (MEN 1998b, p.47-49). El último apartado dedicado a los lineamientos presenta la estructura curricular tridimensional para el área de las matemáticas (ver Figura 1.2):

1. *Los procesos matemáticos generales* (e.g., el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación); como presentes en la actividad matemática y deseables a ser desarrollados en la formación de los estudiantes;
2. *La organización temática del conocimiento matemático en:* sistemas matemáticos (numéricos, geométricos, métricos, de datos, y algebraicos y analíticos) y pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional);
3. *El contexto* como el ambiente de interacción que rodea el aprendizaje y referente que le da sentido a las situaciones problemáticas.

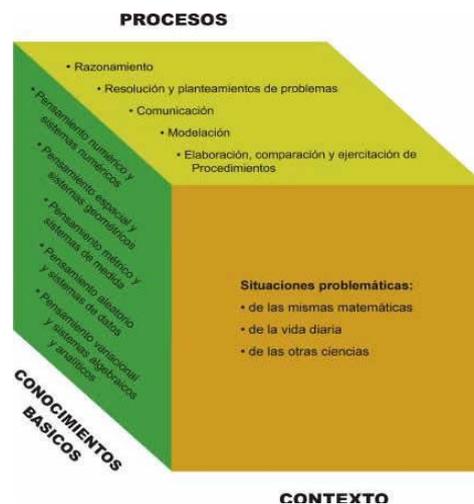


Figura 1.2 Estructura curricular de las matemáticas (MEN, 1998b, p.20)

Los objetivos generales de este documento fueron: (a) mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, (b) desarrollar la capacidad de aprendizaje con la mediación de la tecnología, y (c) consolidar una comunidad de docentes comprometidos con la promulgación de una cultura informática. Por ello, los lineamientos impusieron la necesidad de profundizar sobre el papel de las nuevas tecnologías y su incorporación al currículo en matemáticas, desde dos perspectivas distintas: (a) como mediadora de los aprendizajes de la matemática y (b) como instrumento que potencia prácticas en el aula de matemáticas. Las anteriores visiones permitieron la incorporación de estrategias para abordar el tratamiento de la información y el análisis de datos desde la representación gráfica de forma más dinámica

Estándares curriculares y de competencia para el área de matemáticas.

En el año 2002 se publican (MEN, 2002b) los *estándares para la excelencia en la educación* que incluyen estándares curriculares para las matemáticas en la educación preescolar, básica y media, con el fin de concretar los lineamientos y el decreto 230 (MEN, 2002a) para disponer de criterios que especifiquen lo que deben saber en cada área.

Las matemáticas se organizan conforme a los tipos de pensamiento y sistemas matemáticos enunciados en los lineamientos y los procesos matemáticos generales allí declarados. En MEN (2003a) se proponen: “*criterios claros y públicos que permiten conocer cuál es la enseñanza que deben recibir los estudiantes. Son el punto de*

referencia de lo que un estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel” (MEN, 2003a, p. 2).

Una posterior ampliación denominada *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*” incluye el marco teórico y de reflexión (MEN, 2006) que profundiza y aclara algunas temáticas tratadas en los lineamientos. Dichos estándares introducen las consideraciones para evaluar el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas y define esta competencia en términos de cuatro procesos generales reformulados de los cinco que se contemplaron en los lineamientos (Figura 1.3; MEN, 2006, pp. 50-51):

1. Formular, plantear, transformar y resolver problemas;
2. Utilizar diferentes registros de representación;
3. Argumentación y justificación; y
4. Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos.

Además, los estándares básicos de competencias matemáticas se presentan por el tipo de pensamiento respectivo y los sistemas asociados a él, constituyen las actividades intelectuales que van a permitir a los estudiantes alcanzar y superar un nivel suficiente en las competencias.

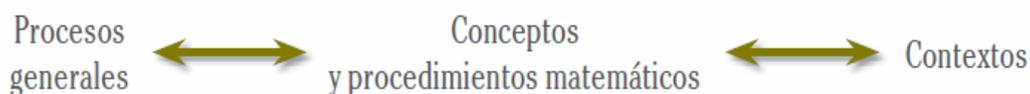


Figura 1.3 Estructura Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006. p.77)

Desde el año 2000, se inició el proyecto para incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media (MEN, 2003b), cuya implementación inicia en el año 2006. Se plantea como propósito principal la formación de un ciudadano competente en el tratamiento, análisis y uso de la información, que es necesario comprender porque está escrita en un lenguaje gráfico, en tablas ó está presentada a través de medidas representativas de los mismos. Este proyecto aprovecha el potencial formativo que brindan las tecnologías computacionales, específicamente los sistemas computacionales gráficos y algebraicos (Castiblanco, Urquina, Camargo, y Moreno, 2004).

1.5. ESTADISTICA EN EL CURRÍCULO DE LAS MATEMATICAS EN COLOMBIA.

En el plan curricular actual del área de matemáticas en Colombia (MEN, 2006) se reconoce la tendencia internacional por favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, que incluye la estadística y la probabilidad. Para ello es necesario trabajar con fenómenos aleatorios, utilizando material manipulativo, desarrollar estrategias de simulación o experimentos y técnicas de conteo. La teoría de probabilidad es la estructura lógico- matemática que permite explicar acertadamente la incertidumbre y comprender fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, de una manera semejante a cómo actúan las leyes deterministas sobre otros fenómenos de las ciencias.

1.5.1. PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS EN EL CURRÍCULO DE LAS MATEMÁTICAS PARA COLOMBIA.

De la manera descrita, se articulan el *pensamiento aleatorio* y los *sistemas de datos* siguiendo tendencia de la comunidad académica internacional y nacional las cuales otorgan sentido a la introducción en el currículo de matemáticas de la estadística y el análisis de datos.

El pensamiento aleatorio en el currículo de las matemáticas para Colombia (MEN, 2006), propone crear la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo, y reducir el énfasis en la búsqueda de una respuesta única a todos los problemas. Se trata de responder a las siguientes preguntas: ¿Cómo introducir los conceptos de aleatoriedad para complementar los conceptos matemáticos deterministas? ¿Cómo pueden hacerse predicciones relativas a situaciones inciertas y aleatorias bajo la forma de proposiciones matemáticas? y ¿Cuál es el carácter específico de estas predicciones? Para ello se parte de: de la estructura del contenido de la probabilidad y de la estadística, dividida en conceptos, métodos y representaciones; se planifica y organiza el proceso de enseñanza por el docente; y se tiene en cuenta el contexto de aprendizaje de los estudiantes.

La recolección y el análisis de datos, es la actividad que da sentido a la enseñanza de la estadística en la educación básica y media, para dar respuestas a preguntas que se hacen los niños sobre el mundo físico. El análisis de los datos implica decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas que lleven a nuevas hipótesis y exploraciones

enriquecidas. También se enfatizan las fuentes para la recolección de datos, como consultas, entrevistas, observaciones, así como las evaluaciones sobre veracidad de los datos, distorsiones, sesgos, lagunas omisiones, y la evaluación de la actitud ética de quien recoge los datos y su responsabilidad social (MEN, 2006).

Los sistemas de datos, implican el análisis y reflexión sobre la naturaleza de los datos, analizar su estructura y formato. El trabajo con problemas abiertos, con cierta carga de indeterminación ayuda a encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. La reflexión sobre el conjunto de los datos permite proponer diferentes inferencias y analizar su verosimilitud, dando lugar al trabajo con el pensamiento inductivo.

Por ello la exploración e interpretación de datos, busca: identificar tendencias o correlaciones, distinguir correlación de causalidad, hacer inferencias cualitativas, diseñar, pruebas de hipótesis, hacer simulaciones, o comprender que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias son logros importantes en el aprendizaje de la estadística.(MEN, 2006)

Las representaciones gráficas que se proponen para los cursos de la Educación básica (primaria- secundaria) son variadas, incluyendo construcción e interpretación de gráficas diversas, como las circulares, histogramas, diagramas de árbol. Puesto que este es nuestro tema de estudio, lo describimos con más detalle al final del capítulo.

El carácter aleatorio, se enmarca en el currículo de matemáticas con la enseñanza de conceptos, métodos y representaciones de probabilidad, en el contexto de situaciones de aplicación real y abierta. Los proyectos y experiencias estadísticas, que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes, generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza.

1.5.2. ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS PARA EL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

El incremento en todos los ciclos educativos de los contenidos de estadística que se establecen se encuentra definido y detallado en los estándares básicos de competencia para la educación básica (primaria y secundaria) en Colombia (MEN, 2006). Reproducimos en las Tablas 1.2, 1.3 y 1.4 dichos estándares.

Tabla 1.2. Estándares de Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
Nivel de Educación Básica. Ciclo primaria

Grados Primero a Tercero	Grados Cuarto y Quinto
<ul style="list-style-type: none"> - Clasifico y organizo datos, de acuerdo a cualidades y atributos los presento en tablas. - Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno. - Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. - Represento datos relativos a mi entorno, usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras. - Identifico regularidad y tendencias en un conjunto de datos. - Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos. - Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la del otro. - Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo 	<ul style="list-style-type: none"> - Represento datos, usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. - Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. - Describo la Manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ello y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos

Tabla 1.3. Estándares de Pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos.
Educación Básica Ciclo Secundaria

Grados Sexto y Séptimo	Grados Octavo y Noveno
<ul style="list-style-type: none"> - Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación. - Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares). - Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos. - Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento. - Conjetura acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad. - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares. - Predigo y justifico razonamiento y conclusiones usando información estadística 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconozco que diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones. - Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explicito sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría. - Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal de intervalo o de razón). - Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico. - Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas. - Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo). - Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia etc.).

Los estándares básicos de competencia actuales incluyen tendencias y recomendaciones internacionales tanto curriculares, como a nivel de investigación para abordar la enseñanza de estadística. Es decir, se procura por la formación y desarrollo de la cultura estadísticas de los niños desde el nivel de educación básica primaria. Se destacan como principales campos conceptuales (1) el estudio de los datos estadísticos, (2) las variables discretas, (3) la construcción y comprensión de tablas y graficas y, (4) los parámetros estadísticos.

Tabla 1.4. Estándares de Pensamiento aleatorio y sistemas de datos
Nivel de Educación Media

Grados Décimo y Undécimo
<ul style="list-style-type: none"> - Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. - Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar. - Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta. - Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas. - Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatorio, distribución de frecuencias, parámetros estadígrafos. - Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza, y normalidad). - Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos - Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo) - Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.

1.5.3. TABLAS Y GRAFICOS EN EL CONTEXTO ESCOLAR COLOMBIANO EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA.

Los gráficos estadísticos son objeto principal de los estándares sobre pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, anteriormente descritos. A continuación mostraremos el tratamiento de los gráficos estadísticos en los niveles de la educación primaria y secundaria.

En el *primer nivel de educación básica primaria*, (1°, 2° y 3°), los estudiantes se enfrentan a la tarea de formular y resolver problemas a partir del análisis y comprensión de un conjunto de datos representados en tablas simples, pictogramas y gráficos de barras. De igual manera, clasifican y organizan la información de acuerdo a cualidades y atributos para producir gráficas y representar los datos de observaciones, consultas o experimentos.

A partir de estas actividades se desarrollan habilidades en la alfabetización y el pensamiento estadístico que les permite dar respuestas a preguntas que se hacen sobre el mundo físico y a encontrar relaciones interdisciplinarias con otras áreas, poniendo en evidencia conocimientos relacionados con las matemáticas, como los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

En el *segundo nivel de educación básica primaria* (4° y 5°) se profundiza en la construcción de otros gráficos, (barras, sectores, diagramas de líneas y diagramas de árbol). El estudiante tiene como tarea principal la interpretación y comparación de diferentes representaciones para el mismo conjunto de datos.

La lectura y comprensión de gráficos da sentido y permite la interpretación de las medidas de tendencia central y de dispersión. También proceden en el análisis de la información basado en las frecuencias relativas, frecuencias acumuladas, en las propiedades de la media, la mediana y la moda, así como las diferencias entre ellas y con las medidas de dispersión. En este nivel las directrices curriculares proponen como metodología el desarrollo de estrategias basadas en proyectos y actividades que les permitan a los estudiantes enfrentarse a la solución e interpretación crítica de los datos recogidos.

El nivel de *básica secundaria*, se dedica en su mayoría al tratamiento de la probabilidad. Sin embargo, se hace énfasis en la lectura y comprensión de los gráficos estadísticos provenientes de diversas fuentes (prensa, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) reconociendo la relación entre un conjunto de datos y su representación.

En este nivel se hace énfasis en el reconocimiento de diferentes maneras de presentación de información que pueden originar distintas interpretaciones, los estudiantes representan diversos tipos de datos en gráficas adecuadas, (diagramas de barras, diagramas circulares), se busca que elijan la mejor representación para resolver las situaciones problemas y expresar juicios críticos al respecto de la información recolectada.

Los gráficos son usados para interpretar analítica y críticamente el comportamiento de un conjunto de datos y expresar dichos análisis en términos de las medidas de tendencia central. El análisis exploratorio de datos presentados en los gráficos, también es contemplado en la propuesta de incorporación de tecnologías computacionales (MEN, 2003b), con énfasis en: la lectura crítica de datos, el uso de

diferentes representaciones, el establecimiento de las similitudes (regularidades) y las variaciones; es decir, con un análisis que use los datos en contexto y proporcione significado.

La propuesta plantea generar situaciones problemática donde se posibilite el tránsito desde una lectura “literal” de los datos a una lectura que integre la comparación, clasificación y asociación entre las variables representadas y les permita hacer predicciones e inferencias no establecidas directamente de las representaciones sino que requieren un mayor grado de elaboración conceptual. La propuesta plantea el dominio de los conceptos y procedimientos necesarios para recoger, estudiar, resumir y representar sistemas de datos estadísticos; en este sentido se da importancia a los recursos que permiten extraer la información para hacer interpretación y que dentro de ciertos rangos, permite predecir el curso de los acontecimientos respectivos y la toma decisiones razonables ante la imposibilidad de saber con certeza lo que va a pasar. (Batanero, 2002). Propone trabajar con las relaciones subyacentes de las representaciones en su conjunto y no aisladas; es decir, leer información dispuesta por ejemplo en una caja y traducirla a un histograma. (MEN, 2002b). Un aspecto importante del análisis de datos representados en los gráficos estadísticos es la exploración de regularidades y diferencias.

1.6. CONCLUSIONES.

Durante los últimos 15 años, han surgido movimientos internacionales de tipo pedagógico en educación estadística, que han transformando el enfoque de la enseñanza, dejando de lado la separación entre teoría y práctica, el uso recetas algorítmicas, el cálculo y procedimientos rutinarios. Se ha evolucionando hacia el pensamiento estadístico, con el uso de datos genuinos, la comprensión conceptual y el desarrollo del razonamiento y el pensamiento estadístico.

Esta influencia se ha incorporado a la normativa del currículo colombiano pretendiendo responder a las necesidades y desarrollos nacionales e internacionales, principalmente las relacionadas con la cultura estadística. Por ello aparece la inclusión de diferentes temática, entre ellas los gráficos estadísticos, presentes en el *pensamiento aleatorio y los sistemas de datos*.

La estadística y el análisis de datos se incorporaron como un componente principal en el currículo colombiano de la matemática durante los 90, dando una visión

más aplicada del análisis de datos. En este sentido, los alumnos se involucran en la recogida, organización y descripción de los datos, lo que les permite ser capaces de construir, leer e interpretar gráficas, así como analizar tendencias y proponer conjeturas y predicciones a partir de los datos.

En términos generales, el currículo colombiano asume dentro de sus propósitos la formación estadística, disminuir el uso fundamentado de las reglas del cálculo, y potenciar la comprensión de los datos y sus características. Esta concepción se apoya en la creencia de que un alumno que es capaz de hacer inferencias, extrapolar la información de los datos o gráficos más allá de la percepción, adquiere una mejor formación que le permita tomar decisiones en presencia de incertidumbre con soporte en sus exploraciones sobre los datos (MEN, 2003b.).

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES.

2.1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este capítulo es presentar los antecedentes de la investigación. Se parte del estado de la cuestión elaborado por Arteaga (2008; 2011) y de otros artículos que se citarán en el texto, de donde se ha extraído la parte que se relaciona con nuestro trabajo, completando con investigaciones posteriores y otros puntos no tratados en estos documentos. Como indica Arteaga (2011), la mayoría de investigaciones relacionadas con gráficos estadísticos centran su preocupación en la lectura y comprensión de gráficos y pocos estudios son realizados con alumnos de educación primaria.

Se revisa, en primera instancia, los elementos que componen los gráficos y las tablas, y se sigue con la comprensión de tablas y gráficos definida por varios autores. El tercer apartado se dedica a exponer los niveles de lectura de las tablas y gráficos estadísticos, continuando con la actividad semiótica en la lectura y construcción de tablas y gráficos. Otra sección de este capítulo analiza los principales errores en la lectura y comprensión de estas representaciones. El capítulo continúa analizando la presencia de tablas y gráficos estadísticos en los estudios PISA que, aunque, pensados para otro nivel educativo, tienen gran influencia actual en otras pruebas de evaluación pensadas para los niveles intermedios de la educación primaria, para el que están pensadas las pruebas analizadas en esta memoria. También se abordan como antecedentes trabajos que analizan el contenido de pruebas de evaluación.

2.2. ELEMENTOS QUE COMPONEN UNA TABLA O GRAFICO ESTADISTICO

La identificación de los elementos que componen las tablas y gráficos estadísticos son necesarias para comprender la información, interpretar datos y hacer una lectura crítica (Arteaga, Batanero y Contreras, 2011). Como veremos más adelante, los estudiantes pueden tener errores en la lectura o construcción de cada uno de estos elementos; por ello es importante describirlos en este trabajo.

Kosslyn (1985) enuncia los siguientes elementos, como constituyentes de un gráfico estadístico, alguno de los cuáles podemos aplicar también a las tablas:

- *Plano de fondo*, es la base sobre la que se dibuja el gráfico o tabla.

- *Estructura del gráfico*, generalmente formada por ejes cartesianos, aunque podría ser de otro tipo; por ejemplo en los gráficos de sectores. Sirve para comprender la relación entre los datos representados.
- *Contenido pictórico*, o modo en que los datos son representados, por ejemplo, rectángulos en un histograma o líneas en el gráfico de líneas.
- *Etiquetas y título*, es la información textual que ayuda a interpretar las variables y el contenido del gráfico o tabla.
- En las tablas además encontramos diferentes objetos matemáticos representados, con frecuencia simultáneamente; por ejemplo, frecuencias, valores de la variable y totales o porcentajes (Schield, 2006).

Curcio (1987), por su parte diferencia los siguientes elementos:

- El *contenido matemático* del gráfico o tabla; por ejemplo, las coordenadas cartesianas, rectángulos o conjuntos numéricos usados; en las tablas sería el tipo de frecuencia (absoluta, relativa, acumulada o no)
- Las *palabras*, títulos y etiquetas que ayudan a comprender el contexto, y los datos representados, así como sus relaciones.
- Los *convenios específicos* que se usan en cada tabla o tipo de gráfico y que se deben conocer para poder realizar una lectura o construcción correcta. Por ejemplo: en el gráfico de barras, la altura de la barra debe ser proporcional a la frecuencia; en el gráfico de cajas, el ancho de la caja indica el intervalo en que varía el 50 por ciento de casos centrales en la muestra y en los histogramas, cada intervalo es la frecuencia de una agrupación de valores de la variable.

Posteriormente Friel, Curcio y Bright (2001) presentan una ampliación a la categorización de Curcio (1987) e identifican los siguientes elementos de un gráfico estadístico (que, como antes podemos, en alguno de ellos extender a las tablas):

- El *título y las etiquetas*, son los rótulos presentes en los ejes y título del gráfico. Este elemento también se atiende en las tablas.
- El *marco del gráfico*, ofrece información acerca de las unidades de medida y magnitudes representadas, presente en los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. En las tablas a través de las etiquetas se determinan las variables representadas, sus valores y tipos frecuencias expresadas (absolutas, relativas o

acumuladas)

- El *fondo* del gráfico, es decir lo que Kosslyn (1985) llama plano de fondo. Estos tres primeros elementos aparecen también en la tabla.
- Los *especificadores* o elementos usados para representar los datos, suelen ser las barras, puntos u otras marcas que indican las relaciones entre los datos. En las tablas no aparecen; se sustituyen por números.

2.3. COMPRENSIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS.

La comprensión de tablas y gráficas estadísticas es un tema que ha sido estudiado por diferentes autores. Los correspondientes a los gráficos se resumen en Arteaga Batanero, Díaz y Contreras (2009) y exponemos a continuación.

Kosslyn (1985) definió tres niveles en la comprensión gráfica: (1) *Nivel sintáctico*, o capacidad de percibir las propiedades de los elementos del gráfico, detectando, por ejemplo, si son apropiados en relación a las capacidades perceptivas de las personas; (2) *Nivel semántico*, que permite realizar interpretaciones cuantitativas y cualitativas y comprender el significado del gráfico; (3) *Nivel pragmático*, o *capacidad para* reconocer la finalidad del gráfico y de la información que se transmite.

Pinker (1990), detalla los procesos cognitivos ligados a la comprensión gráfica:

- *Proceso de reconocimiento*, permite clasificar un gráfico en una clase; por ejemplo, reconocer un gráfico de sectores:
- *Proceso de creación de un mensaje conceptual*: seleccionar la información a ser representada o a ser interpretada.
- *Proceso de cuestionamiento*: codificar o recuperar información basada en otra previa.
- *Proceso inferencial*: información que se deduce del gráfico, pero no está explícitamente representada.

La comprensión gráfica, según Friel, Curcio y Bright (2001), incluye las habilidades de los lectores para entender el significado de gráficos creados por otros o por ellos mismos e involucra tres tipos de procesos: traslación, (traducción de una forma de representación a otra); interpretación, (establecer relaciones entre datos representados y seleccionar aquellos relevantes) y extrapolación/interpolación, (se da cuando se pueden percibir las tendencias).

Para estos autores, los componentes necesarios para desarrollar la comprensión gráfica se adquieren gradualmente con la producción y uso de gráficos y enfrentando situaciones que requieren dotar de sentido a los datos. Se distinguen las competencias:

- *Reconocer los elementos de los gráficos*, y sus interrelaciones; juzgar si son adecuados en el gráfico; por ejemplo, si el título es el conveniente.
- *Apreciar el efecto de esos componentes en la presentación de la información en los gráficos*; por ejemplo prever cómo cambiará el gráfico si se intercambian los ejes horizontal y vertical.
- *Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos* representados y viceversa. Por ejemplo, a partir de un gráfico de caja, deducir el rango de variación de los casos centrales en una distribución.
- *Reconocer cuando un gráfico es adecuado para una tarea y un tipo de variable*; por ejemplo, saber que no se debe usar el histograma con datos cualitativos.

Según Wu (2004) existen cuatro componentes de la comprensión gráfica: *Lectura gráfica* (extraer los datos del gráfico), *construcción gráfica* (construir un gráfico correcto), *interpretación gráfica* (traducir el gráfico a la realidad que representa) y *evaluación de gráficos estadísticos*, (evaluar la exactitud y efectividad). Los procesos descritos pueden extenderse a la comprensión de tablas. Estas añan la complejidad de combinar diversos tipos de información numérica (frecuencias, porcentajes), clasificada en función de una o más variables (Schield, 2006; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011).

2.4. NIVELES DE LECTURA DE TABLAS Y GRAFICOS

Hemos visto que un componente en la comprensión de tablas y gráficos es su lectura, que se puede hacer con diversos niveles de profundidad, de acuerdo a los autores que resumimos a continuación, siguiendo a Arteaga (2011). Como antes, aunque estas investigaciones se refieren sobre todo a gráficos, los resultados se pueden extrapolar a la lectura de tablas estadísticas

Bertin (1967) define tres niveles de lectura:

- *Extracción de datos*, donde se pone en relación un elemento de cada eje del gráfico; por ejemplo se puede leer la frecuencia de un valor de la variable o ver los valores que corresponden a una frecuencia dada. En una tabla sería para un

valor de la variable leer su frecuencia o al contrario.

- *Extracción de tendencias*, se perciben relaciones entre dos subconjuntos de datos en el gráfico; por ejemplo, se puede ver si la frecuencia de un intervalo del histograma o de una tabla de datos agrupados es mayor o menor que en otro intervalo.
- *Análisis de la estructura de los datos*, donde se percibe la tendencia general; por ejemplo, se percibe visualmente los promedios de una distribución o se detecta el intervalo modal en una tabla de frecuencias.

Curcio (1989), retomó los tres niveles definidos por Bertin y los denominó (1) *Leer los datos* (se atiende solo a hechos explícitamente representados); (2) *Leer entre los datos* (requiere comparaciones u operaciones con los datos), y (3) *Leer más allá de los datos* (realiza extensión de los datos a información que no se refleja directamente en el gráfico). Años después Friel, Curcio y Bright (2001) definen un nuevo nivel *leer detrás de los datos*, consistente en valorar críticamente el método de recogida de datos, su validez y fiabilidad. Una clasificación similar es la de Wainer (1992) que define tres niveles:

- *Nivel elemental*. Responder preguntas relacionadas únicamente con la extracción de datos directamente del gráfico o tabla.
- *Nivel intermedio*. Encontrar relaciones entre los datos.
- *Nivel superior*. Responder preguntas que busquen ir más allá de los datos, cuestionando la estructura profunda de los datos presentados en su totalidad.

Las investigación de Aoyama (2007), reconocen la interpretación crítica de los gráficos y tablas como categoría de la cultura estadística, presentando una jerarquía de tres niveles en los que se subdivide el nivel de superior de Curcio (1987), es decir, una vez que el estudiante es capaz de leer a nivel más alto en las taxonomías anteriores: Por ejemplo, al presentar un gráfico de líneas con datos sobre el número de nacimientos ocurridos durante entre 1990 y 2010 para dos regiones del país, la gráfica muestra claramente las tendencias de los nacimientos a través de los años en dos regiones. Interrogantes como: ¿a qué se debe la tendencia en el número de nacimientos y las diferencias entre los estados? permiten distinguir tres niveles, en función de su capacidad crítica para leer la información representada en el gráfico:

- *Nivel Racional/Literal.* Los estudiantes leen correctamente el gráfico o la tabla, interpolan, detectan tendencias y predicen, usan características de la representación pero no cuestionan la información, ni dan explicaciones alternativas. En el ejemplo entienden que las líneas representan tendencias de la variable (nacimientos) a través del tiempo y pueden ver que la tendencia es diferente en cada región, pero no saben explicar la razón.
- *Nivel Crítico.* Los estudiantes leen gráficos o tablas, comprenden el contexto y evalúan la fiabilidad de la información, cuestionándola a veces, no buscan otras hipótesis: En el ejemplo, los estudiantes pueden sugerir que hay algún factor que causa las diferencias, pero sin atinar a ver cuál es.
- *Nivel Hipotético.* Los estudiantes leen los gráficos, interpretan y evalúan la información y pueden crear sus propias hipótesis y modelos. En el ejemplo, los estudiantes reconocen que una región es industrial (por tanto con mayor proporción de mujeres trabajando fuera de casa) mientras la otra es agrícola (se tiende a tener más hijos para ayudar en las labores del campo); esto explica las diferencias de tendencias. En el caso de las tablas, según Scholz (1986), el nivel hipotético de lectura de datos incluiría la detección de la posible asociación entre las variables representadas.

2.5. ACTIVIDAD SEMIÓTICA EN LA LECTURA Y CONSTRUCCIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS.

Arteaga, Batanero y Contreras (2011), resumen los trabajos de diversos autores que describen la actividad semiótica implicada en la lectura y elaboración de gráficos. Entre ellos analizan los escritos de Bertin (1967), quien considera que un grafico es sistema semiótico complejo con numerosos elementos a representar o interpretar. En la lectura de un gráfico, se requiere que el sujeto establezca correspondencia entre un antecedentes (expresión) y un consecuente (contenido), realizando para ello actividades de traducción, entre el gráfico en su conjunto o una parte del gráfico y lo representado.

Según el autor, para leer un gráfico, hay que comenzar con la interpretación del título y etiquetas (que denomina *identificación externa* del tema del gráfico). Se continúa con la *identificación interna*, donde se comprenden las variables representadas y la escala utilizada. Finalmente es necesaria la *percepción de la correspondencia* entre cada dimensión visual para llegar a una interpretación de lo representado en el gráfico.

Todos estos procesos se repiten en la lectura de una tabla.

Cleveland y McGill (1984) indican que al construir un gráfico, la información es codificada. Al leer el gráfico el mismo u otro autor debe descodificarla. También identifican varios tipos de tareas elementales requeridas en la descodificación visual de la información codificada en un gráfico. El orden de estas tareas de mayor a menor precisión, es como sigue: (a) Determinar la posición de un punto a lo largo de una escala común; (b) determinar la posición cuando se usan dos escalas diferentes; c) interpretar una longitud, o ángulo; (e) estimar un área o volumen.

La actividad semiótica al producir o interpretar gráficos, según los autores, requiere tener en cuenta, además de los elementos del gráfico, otros factores, como por ejemplo, la pertinencia del tipo de gráfico con la información analizada. Los autores, consideran que la utilidad del gráfico depende del tipo de conclusiones que permite obtener. La mayor utilidad se obtiene en los gráficos y tablas que permiten al lector extraer conclusiones no reveladas con otras formas de representación de datos. Esta calificación sería aplicable a una tabla de datos.

Una aproximación semiótica en el análisis de la actividad de construcción de gráficos y tablas estadísticas, que puede extenderse a las tablas ha sido expuesta por Batanero, Arteaga y Ruiz (2010), quien tiene en cuenta los objetos matemáticos cuyo conocimiento requiere el sujeto para construir el gráfico, así como el nivel de lectura de la clasificación de Bertin, (1967), que posibilita el gráfico construido. Como consecuencia define los siguientes niveles de complejidad semiótica en los gráficos estadísticos:

- N1. *Representa sólo datos individuales*. Dada una distribución de datos, no se es capaz de realizar un análisis global, representan sólo datos aislados. No se utilizan los conceptos variable ni distribución. En caso de tabla, no se llegaría a formar la tabla, ni si quieres un listado de datos; se darían algunos datos aislados. Estas gráficas y datos aislados sólo permiten un nivel de lectura de *extracción de datos* (Bertin, 1967) es decir, solo se pueden responder preguntas sobre el valor que toma la variable en un caso particular.
- N2. *Representa los valores individuales de la variable* representan o listan los datos en una tabla el mismo orden que se dieron, sin llegar a formar las frecuencias o la distribución. Los valores son representados en un orden artificial, pues sólo indica el orden arbitrario en que se recogieron los datos. Posibilita un nivel de lectura de

extracción de datos (Bertin, 1967), pues visualiza la variabilidad, sin mostrar la tendencia.

- N3. *Producen gráficos o tablas separados* para las distribuciones de las distintas variables que se quieren comparar, pero no son capaces de representar conjuntamente dos distribuciones. Calculan frecuencias para los diversos valores de la variable, y usan la distribución de frecuencias; el orden de representación de datos en ambos ejes es el orden numérico habitual. Hacen *extracción de tendencia* (en la clasificación de Bertin) perciben relaciones entre dos o más subconjuntos de datos, hacen extracción de tendencias; no llegan a la comparación de dos variables en el mismo gráfico o tabla.
- N4. *Producción de un gráfico conjunto para dos o más distribuciones*, que se forman y se representan conjuntamente. Usan los objetos variables y distribución, coordina las escalas y rangos de las dos variables; en este caso se producen tablas de doble entrada. Este tipo de gráfico y tabla permiten el *nivel de análisis de estructuras* (Bertin, 1967), comparando tendencias y variabilidad de dos variables en una única tabla o gráfico.

2.6. ERRORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS

Según Watson (2006), la capacidad de construir gráficos o tablas correctos, se requiere desarrollar mentalidad crítica y curiosa en los estudiantes, y ayudarles a detectar informes estadísticos manipulados y erróneos que se encuentren fuera del contexto escolar.

Errores en gráficos estadísticos

Algunos estudios analizan los errores producidos en gráficos específicos como el gráfico de barras (Pereira-Mendoza y Mellor, 1991) el histograma (Lee y Meletiou, 2003); respecto a este último, los autores observaron: (1) Percepción de los histogramas como representación de datos aislados; (2) comparar las diferencias en las alturas en vez de las áreas cuando se trata de comparar frecuencias (3) Interpretación determinista y (4) Tendencia a interpretar los histogramas como gráficos de dos variables.

Otros autores tratan de clasificar errores generales. Entre ellos, Li y Shen (1992) analizaron los gráficos realizados en los proyectos estadísticos, observando que los estudiantes utilizan gráficos inadecuados, construían polígonos de frecuencias con

variables cualitativas. También observaron errores respecto a las escalas de los gráficos contruidos por los estudiantes, principalmente: elegir una escala inadecuada o con insuficientes divisiones, omitir la escala o no especificar el origen de coordenadas.

Un estudio desarrollado por Wu (2004) clasifica los distintos errores que sujetos cometían al trabajar con los diferentes tipos de gráficos. Encuentra las siguientes categorías: errores de cálculo, errores en las escalas, títulos, etiquetas o especificadores, confusión entre gráficos parecidos pero de naturaleza distinta, confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al manejar información proveniente de los gráficos y problemas en el uso del contexto. También identifica errores específicos en gráficos de sectores, y el pictograma.

Otros estudios relacionados con los errores en la construcción de distintos tipos de gráficos estadísticos por futuros profesores son reportados por Espinel (2007) y Espinel, González, Bruno y Pinto (2009). Los autores señalan las dificultades de estos para representar valores en el eje X en gráficos estadísticos aún cuando son capaces de agrupar los datos en intervalos.

Por ejemplo, representan rectángulos no adyacentes en los histogramas aún siendo conscientes de que están trabajando con variables continuas. Otros errores fueron no colocar etiquetas y omitir intervalos de frecuencia nula. Respecto a los polígonos de frecuencias, se producen fallos al representar las marcas de clase, omitir intervalo de frecuencia nula y confusión entre frecuencia e intervalo.

En Arteaga (2011) se exponen los errores encontrados, en un estudio con futuros profesores para el desarrollo de un proyecto; principalmente se muestran las dificultades en la construcción de las escala y, en menor medida, en la elección del tipo de gráfico. El estudio mostro que más de la mitad de los futuros profesores realizan gráficos incorrectos o parcialmente correctos. Por otra parte, los errores producidos en los gráficos no dependen de la variable representada en el proyecto; son debidos a falta de la competencia matemática necesaria en la construcción de gráficos. Arteaga, Batanero, Ortiz y Contreras (2011) los clasifican en tres grandes categorías:

- *Gráficos básicamente correctos*, muestran información correcta en título, ejes, escalas y etiquetas, se pueden leer las variables representadas, entre ellos se destacan: los correctos, los gráficos no estándar y los gráficos con líneas innecesarias o bien con curvas que dificultan su con lectura.
- *Gráficos parcialmente correctos*, son gráficos que tienen errores en las escalas, los

ejes, el sistema de coordenadas elegido o en las etiquetas de las escalas y los ejes. Se encuentran gráficos con: escalas no proporcionales, representación errónea de números en la recta, rótulos o valores de escala confusos, barras no centradas, representación errónea de intervalos y escala inapropiada.

- *Gráfico incorrecto*, son inadecuados al tipo de variable representadas, o representan variables no relacionadas, allí se ubican diferentes tipos de gráficos incorrectos: con elementos no proporcional a la frecuencia; con intercambio de valores y frecuencias, los gráficos no adecuados, con las variables no relacionadas en el mismo gráfico, los estadísticos no comparables en el mismo gráfico, la representación de distintos promedios y estadísticos de dispersión en un mismo gráfico y los gráficos con varios errores.

El mismo estudio de Arteaga (2011), asocia a cada categoría de error la existencia de conflictos semióticos, es decir, diferencia entre los significados institucionales y los personales. Clasifica estos conflictos de la forma siguiente:

- *Relacionados con las convenciones de construcción de los gráficos*: Interpretación incorrecta de procedimientos o convenios en la construcción de gráficos. Los estudiantes crean rótulo incorrectos e inadecuados al gráfico (utilizan convenios propios); no relacionan el tamaño de las escalas con el rango de variación de la variable (muy amplias o con divisiones no proporcionales); usan líneas curvas en polígonos de frecuencia; en los diagramas de sectores no son proporcionales las áreas a los valores de frecuencia representados.
- *Relacionados con la elección de un gráfico adecuado*, para el tipo de variable representada, para el número de valores que toma la variable o a para la naturaleza de las variables representada. En este caso los estudiantes no comprende el propósito del grafico, existe confusión entre dependencia de variables, no identifican el propósito de un diagramas de barras o histograma (representan variables discretas en histogramas).
- *Relacionados con la representación de números en la recta real*, son los relacionados con el sentido numérico. Los estudiantes omiten valores de la variable cuando la frecuencia es nula; representan intervalos por medio de puntos o solapan intervalos.
- *Relacionados con la comprensión de conceptos*, hay confusión de conceptos entre sí

o los asocian propiedades inexistentes, representan frecuencias y valores de variables en una misma escala; no se identifica la dependencia de las variables; hay dificultades en la idea de distribución.

- *Relacionados con el uso de la tecnología*, confusión y desconocimiento de convenios propios de interpretación (uso acrítico del software); por ejemplo, usan las escalas por defecto del software, aunque no sean apropiadas.

Errores en la construcción de tablas estadísticas

De las investigaciones anteriores, podemos extender a las tablas los errores en títulos o etiquetas, confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al manejar información proveniente de los gráficos y problemas en el uso del contexto, descritos por Wu (2004). Del trabajo de Espinel, González, Bruno y Pinto (2009) se puede generalizar a las tablas de datos agrupados las dificultades de considerar intervalos de clase no solapados, los errores al construir las marcas de clase, omitir intervalo de frecuencia nula y confusión entre frecuencia e intervalo.

También puede generalizarse de Arteaga (2011) la clasificación de las tablas en básicamente correctas, parcialmente correctas, si los errores sólo se refieren a las escalas e incorrecta si el tipo de tabla es inadecuado para los datos. También puede aplicarse su clasificación de conflictos semióticos en conflictos relacionados con los convenios de construcción de las tablas; con la elección de una tabla adecuada, con la comprensión de conceptos y con el uso de la tecnología.

2.7. TABLAS Y GRAFICOS ESTADÍSTICOS EN OTROS ESTUDIOS DE EVALUACIÓN

A continuación se analiza la presencia de las tablas y gráficos estadísticos en otras evaluaciones. En primer lugar, se analizan las pruebas PISA, que, aunque pensadas para alumnos de mayor edad, inspiran el diseño de las evaluaciones de diagnóstico españolas.

2.7.1. TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LOS ESTUDIOS PISA

PISA (Programme for International Student Assessment) es un estudio periódico y comparativo organizado por la OCDE, con aplicación cada tres años desde el año 2000. PISA evalúa competencias en tres áreas: matemáticas, ciencias y lectura. Aunque en

cada ciclo se evalúan estos tres dominios, cada vez se enfatiza uno de ellos, que es el foco o “dominio principal”. En los años 2003 y 2012 el foco fueron las matemáticas. En 2009 hubo posibilidad de participar en ERA (Electronic Reading Assessment), prueba que investiga el rendimiento en tareas que requieren el acceso, la comprensión, la valoración y la integración de textos electrónicos.

El estudio PISA con estudiantes de 15 años observa como utilizan lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer qué contenidos del currículo han aprendido, con la finalidad de mejorar el sistema educativo (OECD, 2004). Actualmente participan más de 70 países; de acuerdo a este documento, las evaluaciones PISA tienen interés por la adquisición de la competencia en cada una de las áreas temáticas. En matemáticas, PISA se enfocan en la alfabetización matemática (mathematical literacy) o competencia matemática entendida como:

La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en contextos distintos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, herramientas, hechos y procedimientos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas juegan en el mundo, para sostener juicios fundamentados y para utilizar e interesarse por la matemáticas, de forma que responda a las necesidades de la vida de ese individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (ME, 2009a, p.22)

No enfatiza en el dominio de conceptos o procedimientos, sino la capacidad del estudiante para enfrentarse, mediante el uso de las matemáticas, a situaciones cotidianas (Caraballo, 2010). Considera las siguientes competencias matemáticas específicas (Rico, 2007):

- *Pensar y razonar*: plantear preguntas matemáticas y conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las mismas; diferenciar definiciones, teoremas o ejemplos; entender y utilizar los conceptos matemáticos
- *Argumentar*: saber qué es una prueba de matemáticas y ser capaz de crear, seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos.
- *Comunicar*: expresarse oralmente y por escrito sobre contenido matemático, y entender enunciados matemáticos en forma oral y escrita.
- *Modelar*: se capaz de seguir los diferentes pasos en la modelización: traducir la realidad a un modelo matemático.
- *Plantear y resolver problema*: matemáticos mediante una diversidad de estrategias
- *Representar*: elegir y construir representaciones; interpretar y distinguir diferentes

tipos de representación de objetos matemáticos;

- *Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico:* usar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; operar con este lenguaje.
- *Uso de herramientas y recursos familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.*

Para evaluar estas competencias, las pruebas para matemáticas distinguen tres variables: de tarea: contenido, contexto y niveles de complejidad (OECD 2004).

1. *El contenido matemático* de las tareas o situaciones se refiere a los bloques de conceptos matemáticos tratados (MEC, 2006; ME 2009a) y son los siguiente (MEC, 2007):

- a. *Cantidad*, corresponde a la aritmética; incluye sentido numérico, relaciones y patrones numéricos, la comprensión del significado de las operaciones, el sentido de la magnitud de los números, cálculo mental y estimación.
- b. *Espacio y forma*, la geometría tradicional es comprender, describir e interpretar formas y patrones geométricos; las propiedades de los objetos y sus posiciones relativas, así como la relación entre las formas y las imágenes o representaciones visuales.
- c. *Cambio y relaciones*, álgebra y los procesos de cambio, las relaciones abordadas desde el ámbito de las funciones matemáticas (lineales, exponenciales, periódicas o logísticas, discretas o continuas). Las relaciones matemáticas tienen forma de ecuaciones o de desigualdades, usualmente, pero también se presentan relaciones de equivalencia, gráficas, tablas y dibujos geométricos.
- d. *Incertidumbre*, este contenido integra dos tópicos relacionados con: el tratamiento de los datos y el azar que son objetos de estudio de la Estadística y la Probabilidad. Los conceptos e ideas principales que son importantes para la prueba son: la recolección de información, el análisis de los datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

2. *Los contextos*, permite al estudiante ubicar la tarea propuesta en una situación que le resulta familiar. Se distinguen cuatro tipos de contextos: personales, educativos o laborales, públicos y científicos. Estos contextos permiten evaluar la alfabetización

matemática, pues los estudiantes resuelven tareas que representan el tipo de problemas que enfrentarán en la vida real (Caraballo, 2010)

3. *Los niveles de complejidad*, o de profundidad con que se utilizan el conjunto de competencias que se evalúan en PISA, describen los distintos niveles de demanda cognitiva necesarias para el desarrollo de una tarea (OECD, 2004). Se evalúan los siguientes (MEC, 2007; Rico, 2007; Rico y Lupiáñez, 2008; Caraballo, 2010):
 - a. Reproducción. Son problemas que se resuelven aplicando algoritmos o destrezas técnicas familiares. Incluye conocimiento de hechos sencillos, los procesos de acceder (recordar, reproducir) e identificar o aplicar rutinas y operaciones sencillas.
 - b. Conexión. Las preguntas en este nivel requieren establecer relaciones para resolver problemas no rutinarios, pero familiares. Incluye los procesos de aplicar, analizar y valorar.
 - c. Reflexión. Requieren comprender, reflexionar y creatividad Incluye los procesos de sintetizar, crear y juzgar.

La prueba de 2012, se ha centrado en matemáticas; el 25% de las tareas se dedicaron a cada uno de los cuatro bloques de contenidos anteriormente citados. Al respecto del tema de nuestro interés, *la incertidumbre*, el documento indica que ésta se ubica en ciencia y tecnología y la vida cotidiana; la probabilidad y estadística, así como las técnicas de representación y análisis de datos están diseñados para tratarla. Se incluyen las siguientes habilidades, la primera de las cuáles está directamente relacionada con nuestro tema:

- *Recoger datos*: Representarlos e interpretarlos; conocer la naturaleza, origen y recogida de varios tipos de datos y la forma de representarlos. Examinar datos presentados en tablas y gráficos y explicar por qué un gráfico o tabla es o no adecuado para los datos.
- *Variabilidad de datos*: Reconocer la variabilidad en procesos, sentido de la cuantificación de la variación, reconocer la incertidumbre en el error de medida y reconocer el azar; obtener conclusiones en situaciones inciertas. Usar conceptos como la variabilidad, distribución y tendencia central para describir e interpretar datos.
- *Muestras y muestreo*: Conceptos de muestra y población; obtener muestras de

poblaciones, examinar y describir datos de forma diversa; inferencias sencillas basadas en propiedades de las muestras.

- *Azar y probabilidad:* Noción de aleatoriedad, variación aleatoria y su representación; posibilidad y frecuencia de sucesos y propiedades básicas de la probabilidad. Explorar la probabilidad por medio de simulaciones, apreciando la verosimilitud de diferentes sucesos.

En 2009 (ME, 2009a), la puntuación española fue 481 puntos, por debajo de la media de la OECD, pero sin diferencias significativas con otros países mediterráneos como Italia Portugal o Grecia o con Estados Unidos e Inglaterra. Madrid, Castilla y León, Cataluña, La Rioja, Navarra, Aragón y País Vasco obtienen puntuaciones superiores a la media nacional, mientras Murcia, Andalucía, Baleares y Canarias (en este orden) tienen peores resultados.

El porcentaje de alumnos en los dos niveles más bajos de rendimiento en competencia matemática en los países de la OCDE el 22 %, siendo algo menor en España (21%). En los dos niveles superiores el promedio OCDE es el 13% y en España el 8%, variando estas cifras en las diferentes comunidades.

Por su parte Colombia participó en PISA por primera vez en 2006, siendo los resultados en Matemáticas los más preocupantes. La puntuación promedio fue sólo 370 puntos. Más del 70% de los estudiantes se sitúan en los niveles 1 y 2 y ninguno en los dos niveles superiores. La puntuación promedio (ICFES, 2008) estuvo muy por debajo del promedio general y por debajo de la media entre los países de América Latina y el Caribe. En 2009, la puntuación promedio fue 430; un 71% de alumnos se situaron en los niveles 1 y 2 y no se encuentran alumnos en el nivel más alto. Todo ello es motivo de preocupación entre las autoridades educativas y las pruebas Saber son un instrumento que intenta paliar estos problemas.

2.7.2. ESTUDIOS TIMSS

Según Gil y Tiana (2002) los estudios para evaluar la calidad de la educación han experimentado, en los últimos años, una clara expansión, debido al impulso de algunos organismos internacionales como la International Association for Evaluation Achievement (IEA), la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y, en el ámbito latinoamericano, la Oficina Regional de Educación para

América Latina y el Caribe (OREALC-UNESCO). Dichos organismos han promovido evaluaciones internacionales en Matemáticas y otras áreas de la educación desde hace unos 20 años, entre ellos TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) dirigido a niños de los cursos 4° y 8° para evaluar sus competencias en ciencias y matemáticas. De este modo TIMSS permite a los países evaluar el progreso en matemáticas y ciencias de una misma cohorte de alumnos.

El primer estudio TIMSS se realizó en 1995, y desde 1999 se lleva a cabo en ciclos de cuatro años (2003, 2007 y 2011). En TIMSS-1995 participaron 41 países, incluida España; entre los que Colombia fue el único latinoamericano. En TIMSS-2011 participaron 63 países, esta vez con dos latinoamericanos, Chile y Honduras. Una característica destacable de TIMSS es que su marco teórico tiene en cuenta los currículos de los países participantes. En particular (ME, 2011) distingue dos grandes dimensiones: *dominios de contenido* (contenidos conceptuales) y *dominios cognitivos*, o procesos o destrezas cognitivas. En los *dominios de contenido*, se incluye para 4° curso de Primaria los siguientes porcentajes de ítems: Números (50%), Formas y mediciones geométricas (35%) y representación de datos (15%), En los *dominios cognitivos* se incluye: Conocimiento (40% para 4° de primaria). Aplicación (40%) y Razonamiento (20%).

- El *conocimiento*, cubre los hechos, conceptos y procedimientos que necesitan conocer los alumnos tales como recordar (hechos, vocabulario,...), reconocer (números, formas,...), calcular, recuperar (por ejemplo, leer una escala simple), medir y clasificar /ordenar.
- La *aplicación*, se centra en la capacidad para aplicar el conocimiento al resolver problemas e incluye procesos como seleccionar (un método o estrategia), representar información (en tablas, gráficos o esquemas), generar un modelo (como una ecuación), poner en práctica instrucciones o resolver problemas de rutina.
- El *razonamiento*, va más allá de la solución de problemas rutinarios, abarcando contextos complejos y problemas con múltiples etapas. Incluye procedimientos como analizar, generalizar/particularizar, integrar, justificar y resolver problemas no rutinarios.

Respecto al tema de nuestro interés, *representación de datos*, se consideran dos tipos de ítems (ME, 2011, p. 30):

- a. Presentación de datos: lectura e interpretación, donde se consideran las siguientes competencias:
 1. Leer datos directamente de tablas, pictogramas, gráficos de barras y gráficos de sectores.
 2. Comparar la información de conjuntos de datos relacionados
 3. Utilizar información de representaciones de datos para contestar a preguntas que vayan más allá de leer directamente los datos representados (p. ej., combinar datos, realizar cálculos basados en los datos, efectuar inferencias y extraer conclusiones).
- b. Presentación de datos: organización y representación, con dos competencias:
 4. Comparar y hacer corresponder diferentes representaciones de de los mismos.
 5. Organizar y representar datos utilizando tablas, pictogramas y gráficos de barras.

El diseño de la prueba, tiene como objetivo principal asegurar la cobertura de los contenidos del marco teórico. Por lo que se refiere a la participación española, España tomó parte en TIMSS en 1995. En aquella ocasión la prueba se aplicó en 7º y 8º de EGB (el equivalente actual a 1º y 2º de ESO). Los resultados del estudio para España en matemáticas fueron: Para grado 8º, 487 puntos (siendo 513 puntos la media internacional); para grado 7º, 448 puntos (484 la media internacional). Estos resultados muestran niveles de rendimiento en matemáticas inferiores a la media internacional en unos 26 puntos.

En 2011 TIMSS se ha aplicado al alumnado de 4º curso de educación primaria, entre los meses de marzo y abril de 2011. Dado que hoy en día PISA proporciona datos similares sobre el rendimiento del alumnado de 15 años (4º de Educación Secundaria Obligatoria), el Ministerio de Educación, actual Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, de España, consideró aplicar TIMSS sólo en 4º de educación primaria, y completar así la comparación internacional sobre los resultados de su sistema educativo. En él participaron 152 colegios y 4.291 alumnos. De acuerdo a Mullis, Martin, Foy y Arora (2011), los resultados fueron una puntuación media total de 482 puntos, por debajo del punto central de la escala (500, con diferencia estadísticamente significativa). Se obtuvo 479 puntos de promedio en la *representación de datos* (tres puntos por debajo de la media global para este dominio de contenido), pero la diferencia de los resultados en este contenido respecto al del cuestionario completo no fue estadísticamente significativa, a pesar de ser algo menor. El mejor resultado se obtuvo en *números* (487) con 5 puntos por encima del promedio global y el peor en *formas y mediciones geométricas* (476, 6 puntos por debajo del promedio global y estadísticamente significativo).

Por su parte, Colombia participo por primera vez en TIMSS durante el año 1995, obtuvo uno de los últimos lugares en el ranking internacional. La siguiente participación

ocurrió en el año 2007, donde el promedio global de los estudiantes colombianos de 4° grado fue 355 puntos. Una situación similar se observa en 8°, en donde el promedio global de Colombia fue 380. En ambos grados nuestro promedio fue significativamente inferior al promedio TIMSS (500 puntos de media internacional). En 4° grado, el 69% de los niños mostró logros inferiores; el 22% se ubicó en el nivel bajo; tan solo un 7% en el medio, 2% en el alto y ninguno en el avanzado. En octavo el 61% tuvo logros inferiores, el 28% en el nivel bajo, en tanto que el 9% en el medio, el 2% en el alto y ninguno en el avanzado. En 2011 TIMSS, Colombia no participó.

2.7.3 EVALUACIÓN DE DIAGNÓSTICO PARA 4° CURSO

España organiza otro estudio de evaluación a nivel nacional y autonómico, denominado *evaluación de diagnóstico*. La Ley Orgánica de Educación (MEC, 2006) propone que el Instituto de Evaluación, Educativa, y las administraciones educativas de las comunidades autónomas realicen estas evaluaciones en segundo ciclo de primaria (4° curso) y en el segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Además de contribuir a mejorar la calidad del sistema, las evaluaciones de diagnóstico persiguen la finalidad de orientar políticas educativas, aumentar la eficacia y la transparencia de la educación como sistema e informar respecto del grado de adquisición y logro de las competencias básicas del currículo tanto a nivel nacional como regional (MEC, 2006). Nosotros nos centramos sólo en el 4° curso de primaria.

De acuerdo a ME (2009b) se utilizan tres variables en la elaboración de las tareas en las pruebas de diagnóstico:

1. *Contextos*: Que pueden ser, personal, (situaciones relacionadas con la persona) educacional/profesional (relacionadas con la vida escolar o el trabajo), público (sociedad) y científico.
2. *Procesos*: Se incluyen los siguientes: (1) Reproducción de conocimientos o realización de operaciones habituales; (2) Conexión, que exige que los alumnos realicen interpretaciones y establezcan interrelaciones en contextos conocidos.; y (3) Reflexión, que implica creatividad en la resolución de problemas.
3. *Bloques de contenidos*: se tienen en cuenta los incluidos en los Decretos de Enseñanzas Mínimas para la educación primaria: Números y operaciones; La medida: estimación y cálculo de magnitudes; Geometría y Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

Al cruzar estos procesos con el contenido *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*, encontramos los siguientes criterios de evaluación relacionados con las tablas y gráficos estadísticos (ME, 2009a, p. 109):

1. *Reproducción:*

- *Acceso:* Localizar y recuperar información explícita de una tabla o gráfico.
- *Comprensión:* Describir un gráfico o tabla sencillo en una situación familiar. Captar el sentido global y algunas informaciones específicas. Obtener información relevante sobre hechos o fenómenos delimitados.

2. *Conexión:*

- *Aplicación:* Utilizar técnicas sencillas de recuento.
- *Análisis y valoración:* Ordenar los datos atendiendo a un criterio de clasificación. Interpretar un gráfico o tabla sencilla en una situación familiar.

3. *Reflexión:*

- Expresar el resultado del recuento de datos en forma de tabla o gráfica.
- Representar los resultados de los recuentos utilizando la tabla o gráfico más adecuado.
- Comunicar de forma escrita los resultados acompañados de tablas y gráficos.

Entre los años 2008 y 2009 en España se realizó la primera evaluación autonómica de diagnóstico en competencia matemática. El informe general para el curso cuarto de educación primaria ME (2009b), muestra los siguientes resultados de la evaluación en las comunidades autónomas:

- Los promedios de las comunidades Andalucía, Baleares, Murcia, Extremadura, Galicia, Cataluña, País Vasco, Castilla-Mancha están situados entre 480 y 520 puntos, es decir, a menos de 20 puntos del promedio de España (500 puntos).
- El promedio de Aragón y Madrid, no difiere significativamente de 520 puntos, entre tanto la comunidad Valenciana se ubica con promedio de 480 puntos.
- Las comunidades autónomas de Asturias, Cantabria, Castilla y León, Navarra y Rioja presentan resultados promedios superiores significativamente a 520 puntos. Queda significativamente por debajo de 480 puntos una comunidad autónoma (Canarias), al igual que las ciudades de Ceuta y Melilla.

En la evaluación general de diagnóstico 2009 se establecieron cinco niveles de rendimiento. El informe sobre competencia matemática indica que el porcentaje promedio por comunidades de alumnos de 4º de educación primaria en los dos niveles más bajos de es del 17%. Solo cuatro comunidades autónomas Andalucía, Canarias, Baleares y Comunidad Valenciana tienen porcentajes más altos que la media española de alumnado en estos niveles; en el conjunto de España un 16% de los estudiantes se

encuentran en estos niveles más bajos de rendimiento.

El porcentaje promedio de alumnos en el nivel más alto de rendimiento es el 8%, y corresponde a las comunidades Madrid, Aragón, Asturias, Cantabria, Castilla y León, La Rioja y Navarra; estas comunidades tienen un porcentaje de alumnos superior al promedio español en este nivel. En el conjunto de España un 7% de los estudiantes se encuentran en el nivel más alto de rendimiento.

Por otra parte, en el tratamiento de la información, el azar y la probabilidad el promedio de la puntuación de los alumnos es superior (ME, 2009b). Según el informe la mayoría de los ítems que componen esta dimensión tienen dificultad baja. De manera similar se obtienen las puntuaciones medias de geometría. En ambas dimensiones, los contenidos de la competencia se trabajan en una fase inicial y básica. Por otro lado, los contenidos matemáticos con mayor dificultad son la medida y los números y las operaciones.

2.8. ESTUDIOS DE CONTENIDOS DE PRUEBAS DE EVALUACIÓN

Como último apartado de los antecedentes, haremos un breve resumen de algunas investigaciones dedicadas al estudio de pruebas de evaluación sobre matemáticas.

Son muchos los estudios que analizan el marco teórico, las cuestiones de evaluación o los resultados de las pruebas PISA; debido al espacio limitado para la memoria, solo señalamos los más relevantes. Rico (2003) analiza el marco general de las pruebas PISA 2003 para el área de matemáticas, detalla el contenido matemático, las competencias, situaciones /contextos y niveles de complejidad y formato de respuesta utilizados en las tareas de evaluación. Estas variables sirven para caracterizar treinta y nueve ítems hechos públicos entre los utilizados en el estudio PISA 2003. Respecto al contenido “incertidumbre” indica que, corresponden a estadística y probabilidad, que, en la época del estudio, se contemplaban en el currículo junto con las funciones en el bloque: Interpretación, representación y tratamiento de la información. , También se destaca que once de los ítems corresponden a este contenido. Los analiza y clasifica en la forma siguiente: cuatro son de interpretación de información procedente de una gráfica, uno de obtención de un valor medio, tres corresponden al uso de la noción de probabilidad, uno a la elección de gráfica para representar unos datos y otro sobre posibles emparejamientos de cuatro sujetos.

La Revista de Educación, dedica en 2006 un número monográfico a las pruebas

PISA, donde se analiza fundamentos y cuestiones políticas, áreas y competencias evaluadas, participación española y de las comunidades autónomas. Dentro del mismo, Recio (2006) analiza tres tareas (una inventada por el autor y dos utilizadas en PISA 2000 y 2003) para mostrar el énfasis dado a la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidiana en las pruebas PISA. En el mismo número Rico (2006) relaciona el marco teórico de la evaluación PISA 2003 en matemáticas con la resolución de problemas en términos curriculares basándose en la noción de competencia y el modelo funcional de la enseñanza de las matemáticas. Valoran la coherencia del modelo en términos de objetivos (competencias), contenidos (matemáticas escolares), metodología (matematización) y evaluación (tareas contextualizadas), presentando descriptores que caracterizan los diversos niveles de competencias.

Respecto a las pruebas de diagnóstico, destacamos, en primer lugar, el estudio de Caraballo (2011), quien analizó los ítems incluidos en las pruebas de diagnóstico para España en el área de matemáticas, realizadas en cinco comunidades autónomas a los estudiantes de segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en el año académico 2008-2009; en total 173 ítems. Los ítems de dichas pruebas fueron analizados tomando como referencia el modelo de las evaluaciones para matemáticas de PISA, que es también el modelo utilizado en las evaluaciones de diagnóstico autonómicas.

Para determinar el grado de ajuste con el modelo PISA de los instrumentos elaborados por las comunidades autónomas para atender a la evaluación de diagnóstico en segundo curso de la educación obligatoria, el estudio se propuso: (1) Localizar las pruebas de diagnóstico para evaluar la competencia matemática aplicadas por las comunidades autónomas a los estudiantes de 2o de la ESO en el curso 2008-2009. (2) Identificar los valores de las variables de estudio en cada uno de los ítems de acuerdo a la caracterización de las pruebas PISA y (3) Analizar los ítems de las pruebas de acuerdo a sus características y su ajuste a las evaluaciones PISA.

La caracterización ubica los ítems en las variables: contenido, contexto y nivel de complejidad. En el análisis se presentaron los ítems clasificados por comunidad autónoma según las variables, se mostró diferencias entre comunidades en estas variables (empleando un análisis logarítmico-lineal). Además se analizan las competencias que el alumno ha de utilizar para responder los ítems, incluyendo ejemplos de este análisis para cada uno de los contextos contemplados. Se analiza

también la forma de presentar la información en los ítems, así como las deficiencias y fortalezas de los mismos.

A manera de conclusión se destaca en el informe: (1) Existe desequilibrio en la distribución de los ítems por contexto (la mayoría se sitúan en el contexto público); (2) El contenido con mayor proporción es incertidumbre (27.7 %) y el más bajo (21.4 %) espacio y forma; (3) los niveles de complejidad se distribuyen de manera similar en reproducción (46,8 %) y conexión (45,1 %) el de menor proporción es reflexión. Este estudio mostró que estas pruebas con mayor frecuencia movilizan las tareas de representación (41,6%). Por otra parte, el contenido incertidumbre se encuentra en mayor proporción asociado al nivel de conexión y en el contexto personal.

En otro ejemplo, Lizasoain. y Joaristi (2009) analizan la estructura dimensional de las pruebas empleadas para evaluar el rendimiento académico en la asignatura de matemáticas en las pruebas de diagnóstico realizadas en la Comunidad de Madrid en los cursos académicos 2005-06, 2006-07 y 2008-09 en tres cohortes de alumnos 5º y 6º de Educación Primaria. Para ello emplean la Teoría de la Respuesta Ítem (TRI). Las variables dependientes utilizadas en el estudio fueron las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en cada ítem de las pruebas; las variables independientes los contenidos evaluados. Entre las principales conclusiones indican: (1) La mayoría de las pruebas tienen estructura multidimensionalidad y (2) Las pruebas más simples tienen dos dimensiones bien marcadas, la primera incluye la mayoría de los ítems, y la segunda, aglutinaría alrededor contenidos como la geometría, la medida o la estadística o dominios cognitivos de aplicación o resolución de problemas.

En un segundo estudio (Lizasoain y Joaristi, 2009), los mismos autores analizan los resultados de las pruebas en ocho cohortes de 5º + 6º Primaria, 1º + 2º ESO y 3º + 4º ESO, en la comunidad de Madrid. Usan el análisis factorial y el estudio longitudinal para observar la estructura de las pruebas a lo largo del tiempo: Se comprueba que el aumento de la complejidad de los contenidos implica un aumento en la complejidad de la estructura dimensional de las pruebas. Por otra parte, muestran las asociaciones entre los ítems de la prueba por variable contenido (Estadística, Geometría, Medida, Números, Funciones y Tablas y gráficos) para las distintas cohortes y fechas de aplicación. De igual manera establece la asociación entre los ítems de cada dominio cognitivo (aplicación, conocimiento y resolución de problemas).

2.9. CONCLUSIONES

Como principales conclusiones de este capítulo comenzamos indicando que la comprensión de una tabla o gráfico estadístico requiere la de los elementos que lo constituyen y que los autores se interesaron en estudiar sus características y componentes (Kosslyn, 1985; Curcio, 1987; Friel, Curcio y Bright, 2001) han mostrado que muchos errores cometidos en la construcción o lectura de gráficos obedecen a la falta de reconocimiento de los componentes de un gráfico; otros son debidos a sentido numérico deficiente o falta de comprensión de conceptos. .Otros autores han destacado la actividad semiótica necesaria para representar o interpretar variables y relaciones entre las variables en tablas o gráficos (Bertin, 1967; Cleveland y McGill, 1984; Pinker, 1990; Wu, 2004; Arteaga, 2008).

La investigación educativa sobre representación de datos ha logrado avanzar vertiginosamente estadística en los últimos años, buscando comprender la naturaleza del proceso de su enseñanza y aprendizaje, tanto desde la perspectiva del profesor como del alumno. Estas investigaciones se recogen en la tesis de Arteaga (2011), quien las amplía definiendo una jerarquía de complejidad semiótica en la construcción de gráficos, que complementa los niveles de lectura definidos por autores como Curcio (1989) para lograr una descripción sistemática de las competencias gráficas que un individuo posee.

Respecto al análisis de ítems en pruebas de evaluación, hemos hecho un resumen de los contenidos relacionados con tablas y gráficos en las pruebas PISA, TIMSS y evaluaciones de diagnóstico; también hemos resumido algunos estudios centrados en el análisis de tareas en pruebas de evaluación; aunque ninguna de ellas se ha centrado específicamente en tablas y gráficos estadísticos.

CAPÍTULO 3. TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LA PRUEBA SABER

3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analizan los ítems que contienen gráficos y las tablas en las pruebas SABER de Colombia para 5° grado, utilizadas durante los años 2003, 2006 y 2009; dichos ítems forman parte del componente aleatorio en la prueba de matemáticas.

Se inicia el capítulo con la caracterización general de la prueba SABER, analizándose los cuestionarios propuestos para los niveles educativos en que se pasan y las condiciones de aplicación. Se continúa haciendo descripción del componente aleatorio de la prueba de matemáticas, donde se ubica el análisis de datos, y, en particular, los gráficos y tablas, detallándose las competencias matemáticas, los componentes y las características que lo conforman. Esta parte finaliza mostrando la estructura de las preguntas para dicho componente. Seguidamente se presenta los resultados del análisis de los ítems que incluyen gráficos y tablas en las pruebas, de acuerdo al tipo de representación, competencias evaluadas, niveles de lectura, nivel de complejidad semiótica de los gráficos y las tareas o actividades solicitada. Se finaliza con una descripción de los principales hallazgos identificados en estos ítems en su conjunto, para las pruebas.

3.2. CARACTERÍSTICAS GENERALES Y APLICACIÓN

Colombia tiene amplia trayectoria en la realización de evaluaciones externas para conocer la calidad de la educación que están recibiendo los niños y jóvenes. El Sistema Nacional de Evaluación en Colombia creado por la Ley General de Educación (MEN, 1994), se encarga de evaluar periódicamente todos los actores y componentes del servicio educativo. En este contexto, a comienzos de la década de los 90 se inició el desarrollo y aplicación de SABER, concebido como una evaluación nacional de calidad educativa. Los resultados de estas evaluaciones proporcionaron información valiosa para orientar la formulación de políticas y programas de mejoramiento de la calidad educativa del país.

Esta prueba tiene carácter de inclusión, participan los estudiantes que presentan algún tipo de discapacidad (física, sensorial y cognitiva). Con objeto de mejorar el desempeño de esta población, los resultados de los estudiantes con discapacidades cognitivas no son tenidos en cuenta para la estimación de promedios ni de niveles de

desempeño de la institución educativa. Se reglamenta en el Decreto 1290 de 2009 (MEN, 2009); se lleva a cabo bajo la responsabilidad del Sistema Nacional de Evaluación en Colombia e incluye las siguientes pruebas:

- *Saber 3º, 5º y 9º* para la educación básica de todo el país.
- *Saber 11º*, que desde 1968 es un requisito obligatorio para el ingreso a la educación superior.
- *Pre-saber 11º*, iniciada en el 2010, como prueba diagnóstica que familiariza a los estudiantes con las condiciones de aplicación de SABER 11º.
- *Saber PRO*, es un examen de estado que evalúa externamente la calidad de la educación superior.

Pruebas para los niveles 3º, 5º y 9º

Las pruebas SABER 3º, 5º y 9º son evaluaciones externas aplicadas periódicamente, cada tres años en Colombia, por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), con el fin de conocer el desarrollo de las competencias básicas en distintas áreas de conocimiento, entre ellas, matemáticas. Valoran a los estudiantes de tercer grado, quinto grado (fin del ciclo de básica primaria), y noveno grado (ciclo de básica secundaria). Está relacionada con los Estándares Básicos de Competencias establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), que constituyen el punto de partida para la definición de los propósitos de evaluación de estas pruebas.

Existen dos tipos de aplicaciones: *La aplicación muestral*, desarrollada totalmente por el ICFES, con un diseño muestral representativo a nivel nacional, por sector y zona, y *la aplicación censal*, involucra todos los estudiantes que cursan estos grados. Su control está a cargo de las secretarías de educación y de los integrantes de la comunidad educativa SABER, 3º, 5º, y 9º, se han aplicado en forma censal en cuatro ocasiones (Tabla 3.1): una entre 2002 y 2003, otra entre 2005 y 2006, posteriormente en el 2009 y la última en 2012, para los calendarios académicos (A y B) (MEN, 2012).

En total se han aplicado seis veces, y en todas ellas se ha realizado la evaluación para el área de matemáticas. Con el transcurso del tiempo, tanto la estructura de prueba como el esquema de aplicación han variado un poco; por esta razón desde el año 2009 se lleva a cabo una nueva evaluación censal, que garantiza la medición y evolución de resultados en un periodo de doce años, con cinco aplicaciones entre 2009 y 2021.

Tabla 3.1. Aplicación de las pruebas SABER para educación básica y secundaria

Año de Aplicación	Carácter	Áreas	Grados
1992- 1993	Muestral	Matemáticas y Lenguaje	3°, 5°. y 9°
1997-1998	Muestral	Matemáticas y Lenguaje	3°, 5°. y 9°
2002-2003	Censal y Muestral (Antioquia, Nariño, Bogotá)	Matemáticas, Lenguaje, Ciencias naturales y Competencias ciudadanas	5°. y 9°
2005-2006	Censal y Muestral	Matemáticas, Lenguaje, Ciencias naturales, Ciencias sociales y Competencias ciudadanas	5°. y 9°
2009-2010	Censal y Muestral	Matemáticas, Lenguaje y Ciencias naturales	5°. y 9°
2012-2013	Censal y Muestral	Matemáticas y Lenguaje Matemáticas, Lenguaje, naturales, y Competencias ciudadanas	3° 5°. y 9°

3.3. DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICAS.

Las pruebas Saber de 3°, 5° y 9° de matemáticas valoran las competencias que han desarrollado los estudiantes, y están construidas en coherencia con los lineamientos curriculares (MEN, 1998b). De allí toman como referente los *conocimientos, procesos y contextos*, que permiten evaluar el significado de los conceptos matemáticos y su matematización, exigiendo al estudiante simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar y generalizar. También observan el desarrollo de las descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones. Su diseño también toma en cuenta los estándares básicos de competencia (MEN, 2006), descritos en el Capítulo 1, que son referentes acerca de los conocimientos, habilidades y valores que todos los estudiantes colombianos deben desarrollar durante la trayectoria escolar, (ICFES, 2012).

3.3.1. LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LAS PRUEBAS SABER

La prueba además de observar los factores asociados en la calidad de la educación con el cuestionario socio-demográfico evalúa las competencias en matemáticas, el concepto de competencia matemática que se asume en SABER se organiza en relación con los estándares básicos de competencia y se entiende como:

“saber hacer flexible, que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Implica la comprensión del sentido de cada actividad y de sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas” (MEN, 2006 p.12).

Sus características no permiten evaluar la totalidad de las competencias que se espera desarrollen los estudiantes en la educación básica y media definidas en los estándares básicos de competencia, por lo cual se agruparon y re-definieron en:

- *Comunicación, Representación y Modelación*, comprende, entre otros aspectos, la traducción entre formas de representación, la matematización de situaciones y las acciones de comprender, interpretar y evaluar ideas presentadas en formas diversas.
- *Razonamiento y Argumentación*, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones y generalizaciones.
- *Planteamiento y resolución de problemas*, a partir de situaciones tanto dentro como fuera de las matemáticas, elegir estrategias para desarrollar y aplicar diferentes métodos e instrumentos para la solución de problemas.

Tabla 3.2. Competencias Matemáticas para la prueba SABER 3°, 5° y 9° (ICFES, 2012.p.39)

Competencias	Procesos Generales Involucrados
Razonamiento y argumentación	<ul style="list-style-type: none"> - Justificar procedimientos en el tratamiento de situaciones problema. - Formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos y contraejemplos. - Probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones. - Identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas. - Reconocer distintos tipos de razonamiento.
Comunicación, representación y modelación	<ul style="list-style-type: none"> - Describir relaciones matemáticas. - Relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas. - Modelar usando lenguaje escrito, concreto, pictórico, gráfico y algebraico. - Manipular proposiciones y expresiones con símbolos y fórmulas. - Utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas, - Traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones. - Interpretar lenguaje formal y simbólico - Traducir del lenguaje natural al simbólico forma
Planteamiento y resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Justificar la pertinencia del cálculo en la solución de un problema. - Justificar lo razonable o no de una respuesta obtenida. - Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original - Generalizar soluciones y estrategias en respuesta a situaciones problema. - Desarrollar y aplicar diferentes estrategias para la solución de problemas - Justificar métodos e instrumentos usados en la solución de problemas

Con esta agrupación de competencias y la descripción de los procesos en cada uno de los bloques de competencia, la prueba permite establecer niveles de desempeño y las fortalezas y debilidades de los estudiantes. La Tabla 3.2 muestra en detalle los procesos generales involucrados en cada grupo de competencia para la educación básica.

3.3.2. LOS COMPONENTES CONCEPTUALES EN LA PRUEBA SABER

Los aspectos conceptuales y estructurales de la prueba, están en coherencia con los sistemas y pensamientos de los lineamientos curriculares (MEN, 1998b). La Tabla 3.3 detalla los contenidos para cada componente tratado. En el siguiente apartado ampliaremos el componente conceptual “aleatorio”, por ser el objeto del estudio y detallaremos los procesos involucrados en el componente para la Educación Primaria.

Tabla 3.3. Componentes Conceptuales de prueba SABER 3°, 5° y 9° (ICFES, 2012.p.39)

Componente	Contenido Matemático
Numérico-Variacional	<ul style="list-style-type: none"> - Significado número; operaciones, propiedades, estructura; sistema de numeración - Regularidades y patrones; Proporcionalidad - Variables, fenómenos de cambio y dependencia y Concepto de función. - Variación directa, variación lineal, variación inversa
Geométrico-Métrico:	<ul style="list-style-type: none"> - Razonamiento geométrico, análisis abstracto de figuras y formas en el plano - Medición, Magnitud (longitud, área, volumen, capacidad), estimación magnitudes. - Selección y uso de unidades de medida, de patrones y de instrumentos. - Comprensión de conceptos de perímetro, área y volumen.
Aleatorio	<ul style="list-style-type: none"> - Representación, lectura e interpretación de datos. - Diversas formas de representación de información numérica, - Análisis cualitativo de regularidades, tendencias. - Formulación de inferencias y argumentos. - Medidas de tendencia central y de dispersión. - Reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

De igual manera, fueron agrupados y re-definidos en tres categorías:

- *Numérico-variacional*, indaga por la comprensión de los números y de la numeración; de conceptos y procedimientos asociados a la variación en contextos aritméticos y geométricos, y del concepto de función.
- *Geométrico-métrico*, relacionado con la construcción y manipulación de representaciones de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones. Evalúa la comprensión del espacio y el desarrollo del pensamiento visual.
- *Aleatorio*, indaga la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, de tipos de crecimiento, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

3.3.3. ESTRUCTURA DE PREGUNTAS

El diseño y aplicación de SABER 3°, 5° y 9°, busca establecer los niveles de desempeño en cada uno de los componentes evaluados. Los ítems de las pruebas se construyen según la metodología de especificaciones de contenido del modelo basado en evidencias (MBE), que generan información confiable y explícita.

Para matemáticas, la metodología MBE incluye una serie de procesos que parten de la identificación de las competencias que serán evaluadas y llega hasta la definición

de las tareas que debe responder un estudiante, de manera que estas últimas se constituyan en evidencias que dan cuenta de los conocimientos habilidades o capacidades que se quieren medir (ICFES, 2012). Los cuestionarios incluidos en la prueba recogen información sobre los contextos personales, familiares y escolares, a través de los cuales se busca conocer los factores que explican los resultados obtenidos

La Tabla 3.4 presenta la *distribución porcentual* de las preguntas por competencias y componentes considerados en la evaluación a partir del año 2012. Todas las preguntas utilizadas en la aplicación son de selección múltiple. En ellas se presentan el enunciado y cuatro opciones de respuesta, donde solo una es correcta y válida.

Tabla 3.4. Distribución porcentual preguntas SABER 5° (ICFES, 2012.p.11)

Componente	Competencia			Total
	Razonamiento	Comunicación	Resolución	
Numérico	10	15	15	40
Geométrico	19	10	11	40
Aleatorio	6	10	4	20
Total	35	35	30	100

En la prueba, el nivel obedece a las significaciones que el estudiante puede construir y que pone en evidencia al resolver diferentes situaciones problema. Cada pregunta está estructurada con el objeto de evaluar:

- El significado de los conceptos matemáticos.
- La práctica significativa y las relaciones de esta con la matematización.
- Los desempeños para simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar, generalizar y modelar
- Las descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones.

Los resultados de la prueba son reportados de manera global para el área de matemáticas en cuatro niveles de desempeño. Los niveles de desempeño que describen las pruebas SABER son globales, jerárquicos e inclusivos.

- Son globales porque se encuentran definidos para la prueba total y no para componentes y competencias específicas.
- Son jerárquico: porque los niveles tienen complejidad creciente. Esto quiere decir que el nivel avanzado es más complejo que el satisfactorio y este último, por su parte, es más complejo que el mínimo.

- Son inclusivos: porque los estudiantes que se ubican en un nivel determinado, también son competentes en los desempeños definidos para los niveles anteriores. La Tabla 3.5 muestra la descripción de los niveles de desempeño.

Tabla 3.5. Descripción de los niveles de desempeño para la prueba SABER- matemáticas

Nivel	Descripción de la evidencia
Avanzado	- Muestra desempeño sobresaliente en las competencias esperadas para el área y grado evaluado.
Satisfactorio	- Muestra un desempeño adecuado en las competencias exigibles para el área y grado evaluado. Este es el nivel esperado que todos, o la gran mayoría de los estudiantes, debería alcanzar
Mínimo	- Muestra un desempeño mínimo en las competencias exigibles para el área y grado evaluado.
Insuficiente	- No supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.

3.3.4. COMPONENTE ALEATORIO EN LA PRUEBA SABER

El principal propósito de SABER para el componente aleatorio es evaluar las competencias matemáticas involucradas con la estadística descriptiva, el análisis de datos, las representaciones gráficas, los conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y la estadística inferencial, e indirectamente la combinatoria.

La estructura de las preguntas del componente aleatorio privilegia como contextos las situaciones problemáticas enmarcadas en las mismas matemáticas, la vida diaria y las otras ciencias. El componente aleatorio solicita poner en evidencia, conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como demostrar capacidad para dar respuestas y soluciones razonables a problemas. Enfrenta a la exploración de juegos de azar y, a la utilización de estrategias para la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos.

Para la prueba SABER, 5º, se incluye el uso de las tablas de datos y el análisis de información codificada, principio de la estadística descriptiva. Esta evaluación no busca conocer si un estudiante es capaz de recordar las fórmulas y tener la habilidad para calcular sus valores, por el contrario, persigue observar el desarrollo del pensamiento aleatorio. La prueba se basa en determinar los desempeños de los alumnos para interpretar, analizar y utilizar las representaciones gráficas de los resultados de situaciones propias del contexto. La Tabla 3.6 contiene las *especificaciones elaboradas para cada competencia* (en el componente aleatorio) para Saber 5º.

Tabla 3.6. Competencias del componente aleatorio en SABER 5°. (ICFES, 2012.p.52)

Competencia	Evidencia del dominio: El estudiante...
Comunicación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Clasifica y organiza la presentación de datos. 2. Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno. 3. Representa un conjunto de datos. 4. Interpreta representaciones gráficas de un conjunto de datos. 5. Hace traducciones entre diferentes representaciones. 6. Expresa el grado de probabilidad de un suceso.
Razonamiento	<ol style="list-style-type: none"> 1. Compara datos presentados en diferentes representaciones. 2. Hace arreglos condicionados o no condicionados. 3. Hace conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
Resolución	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. 2. Resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos. 3. Resuelve situaciones que requieren calcular la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos.

En ICFES (2012) se describen los comportamientos esperados en el componente aleatorio en relación al nivel de desempeño. En las Tablas 3.7; 3.8 y 3.9, se muestran los rasgos y competencias para los niveles avanzado, satisfactorio y mínimo. Estos permiten observar las competencias en el caso que nos ocupa en nuestra investigación.

En el nivel avanzado (puntaje en la prueba entre 397 y 500 puntos), el estudiante establece conjeturas sobre conjuntos de datos a partir de las relaciones entre diferentes formas de representación e interpreta el grado de probabilidad de un evento aleatorio.

- En el nivel satisfactorio (puntaje 331 – 396) establece conjeturas a partir de la lectura directa de información estadística y estima la probabilidad de eventos simples.
- En el nivel mínimo el rango de puntajes 265 – 330, El estudiante promedio ubicado en este nivel identifica información relacionada y la utiliza para solucionar situaciones problema, organiza y clasifica información estadística.

Tabla 3.7. Nivel Avanzado en el componente aleatorio de la prueba SABER 5°

Competencia	Rasgos
Razonamiento y argumentación	<p>Genera nueva información a partir de distintas representaciones del conjunto de datos.</p> <p>Reconoce el número total de arreglos posibles en problemas sencillos de combinación.</p> <p>Interpreta el grado de probabilidad de un evento aleatorio.</p>
Comunicación, representación y modelación	<p>Compara conjuntos de datos relacionados con énfasis en cómo los datos se distribuyen.</p> <p>Asigna a la posibilidad de ocurrencia de un evento una medida relacionada con la posibilidad de ocurrencia de otro evento</p>
Formulación y solución de problemas:	<p>Enuncia características de un conjunto de datos a partir de algunas medidas de tendencia central.</p>

Tabla 3.8. Nivel Satisfactorio en el componente aleatorio de la prueba SABER 5°

Competencia	Rasgos
Razonamiento y argumentación	Compara figuras para intuir relaciones de semejanza entre ellas.
Comunicación, representación y modelación	Establece relaciones entre distintas formas de representación de datos.
Formulación y solución de problemas	Calcula algunas medidas de tendencia central, en conjuntos discretos, para solucionar de problemas. Estima la probabilidad de un evento para resolver problemas en contextos de juego o eventos cotidianos.

Tabla 3.9. Nivel Mínimo en el componente aleatorio de la prueba SABER 5°

Competencia	Rasgos
Razonamiento y argumentación	Representa algunas relaciones de dependencia a través de tablas.
Comunicación, representación y modelación	Organiza y clasifica información estadística
Formulación y solución de problemas	Resuelve situaciones problema a partir de información dada.

3.4. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

Como se explica en el Capítulo 1, este estudio analiza los ítems que contienen gráficos y tablas en las pruebas de competencia matemática SABER 5° para los años 2003, 2006 y 2009 en Colombia. Nuestro estudio se enmarca en el tipo *exploratorio-descriptivo*; no tenemos conocimiento de investigaciones que se hayan dedicado a este análisis para la prueba SABER, por lo que este hecho le otorga el carácter de exploratorio. De otro lado, nuestro propósito es documentar el objeto de nuestro estudio, es decir, analizar las tablas y gráficos estadísticos presentes en los ítems de las pruebas SABER, de la manera más completa y exhaustiva posible caracterizando los ítems de las pruebas disponibles de acuerdo a las variables de análisis.

3.4.1 MUESTRA DE ÍTEMS ANALIZADOS

En una primera fase de este estudio, se revisaron los componentes y condiciones de la prueba SABER, con el objeto de observar sus características, descritas en las secciones anteriores. Asimismo se revisaron los antecedentes de la investigación para decidir los aspectos relevantes en la comprensión de gráficos y tablas (ver Capítulo 2); con todo ello se seleccionaron las variables que se utilizarán en el análisis.

En la segunda fase se logró el acceso a las pruebas censales de evaluación (área de matemáticas) a través del portal ICFES para cada uno de los calendarios (A y B) pues

dependiendo de la región, las pruebas se aplican en dos periodos diferentes. Se recopilaron un total de 206 ítems del área de matemáticas, de los cuales se seleccionaron un total de 62, que fueron los correspondientes al componente aleatorio: 16 ítems correspondientes a las pruebas de 2003; 26 a las de 2006 y 20 a las de 2009. Todos estos ítems se analizaron, seleccionando 45 ítems que incluían análisis de datos dados en tablas y gráficos, construcción de tablas o gráficos o bien traducción entre estos tipos de representación. En la Tabla 3.10 presentamos el número total de ítems de cada prueba y el número de ítems sobre componente aleatorio y tablas y gráficos, que son los que se analizan. Observamos que aunque el número total de ítems para el área de matemáticas para el componente aleatorio es igual para los dos calendarios de la prueba, el número de ítems de gráficos y tablas en la prueba es diferente entre un calendario y otro. Ello es debido a que en la prueba se incluyen preguntas promedios, probabilidad y combinatoria, que no analizamos en este trabajo.

Tabla 3.10. Distribución preguntas sobre tablas y gráficos por calendario

Año	Calendario	N. total ítems matemáticas	P. aleatorio	Tablas y gráficos
2003	A	25	8	7
2003	B	25	8	7
2006	B	30	13	9
2006	A	30	13	9
2009	A	48	10	6
2009	B	48	10	7
Total		206	62	45

Para cada ítem del Anexo1 se pensó un código, donde una primera cifra indica el año de la prueba (1=2003; 2=2006; 3=2009); una letra indica el calendario de aplicación (A; B); en tercer lugar se incluye un número que es la posición del ítem analizado.

3.4.2. VARIABLES DE ANÁLISIS

Realizada la definición de variables y categorías, se analizaron cada uno de los 45 ítems considerados, a los cuales se le asignó una categoría dentro de cada una de las variables analizadas (ver Anexo 1). A partir de este primer análisis cualitativo, se construyeron tablas de frecuencia que se presentan y discuten a continuación. La Tabla 3.11 muestra las variables de análisis, la definición e indicadores o valores que toman dichas variables en nuestro estudio. Por la naturaleza exploratorio-descriptiva de la investigación, el análisis de cada ítem se realiza mediante *técnicas descriptivas*.

Tabla 3.11. Variables consideradas en el estudio

VARIABLES	DEFINICIÓN Y DESCRIPCIÓN	INDICADORES INVOLUCRADOS
Tipo de representación	Representación que datos aparece en la situación problema, en el contexto o en las claves de los ítems de la prueba. (ICFES, 2012)	- Pictograma - Conjunto - Tabla - Sectores - Barras o columnas - Polígono de Frecuencias - Histograma
Competencia evaluadas en SABER	Capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas, definidas anteriormente	- Comunicación - Razonamiento - Resolución
Niveles de lectura de gráficos	Tipo de lectura que se realiza respecto a los datos. (Curcio, 1989)	- Leer entre los datos - Leer dentro de los datos - Leer más allá de los datos
Niveles de complejidad semiótica	Complejidad de la representación (Arteaga, 2011)	- Representa sólo datos individuales. - Representa los valores individuales de la variable - Representa una distribución - Representa dos o más distribuciones
Actividad Solicitada	Tareas y procedimientos que ejecuta el estudiante dar solución a la tarea (MEN, 1998b)	- Clasificar y organizar datos - Representar datos - Leer una representación - Interpretar una representación de datos - Comparar datos dentro de una misma representación - Comparar diferentes representaciones - Calcular (promedios, frecuencias, razones) - Traducir representaciones de datos

3.4.3. TIPO DE REPRESENTACIÓN EN LOS ÍTEMS ANALIZADOS.

Los gráficos y tablas presentados en los ítems de este estudio, se presentan a los niños con el fin de que ellos puedan obtener una impresión visual o global de los datos y que esto les facilite su comprensión. Las variables que se trabajan en los mismos son de tipo discreto, de acuerdo a los contenidos curriculares y edad del niño. A continuación detallamos las representaciones encontradas en los ítems:

Tablas: Muchos ítems analizados utilizan tablas para representar datos, que pueden ser simples o múltiples; en estas últimas se representan datos para dos o tres variables. El 39% de las representaciones encontradas en los ítems, corresponden a algún tipo de tabla, que puede ser:

- *Tabla simple* (37% del total de ítems analizados), se trata de tablas simples en las que se presenta la distribución de una variable estadística. Aparecen a lo largo de las pruebas en los distintos años y calendarios analizados, y tienen una estructura similar a la mostrada en el Ítem 3.B.7 (Figura 3.1). Se presenta una distribución de frecuencias absoluta de una variable discreta (Candidato) con cuatro categorías (Carlos, María, Diego y Paula).

Figura 3.1. Ejemplo ítem 3.B.7 con tabla de datos simple

La siguiente tabla muestra el número de votos obtenidos por los estudiantes de un curso, en la elección del representante.

Candidato	Número de votos
Carlos	10
Maria	15
Diego	5
Paula	20

¿Quién debe ser el representante del curso según los resultados de la votación?

- *Tabla múltiple.* Este tipo de representación se encuentra en ítems que representan datos de dos y tres distribuciones en la misma tabla; por ejemplo en los ítems 3.B.4 y 3.B.3 se muestran dos distribuciones de frecuencias representadas en una misma tabla y en los ítems 2.B.7 y 2.B.6 podemos encontrar tablas en las que se representan tres distribuciones de frecuencia. El ítem 3.B.4 (Figura 3.2), es un ejemplo de este tipo de representación; donde se representan dos distribuciones de frecuencia (número de estudiantes de dos niveles A y B), inscritos en tres actividades (variables). Estos tipos de ítems permiten al estudiante leer las frecuencias de dos distribuciones para una misma variable. (leer el número de estudiantes inscritos en bailes en dos grados)

Figura 3.2. Ejemplo ítem 3.B.4 con tabla de datos de doble entrada

La siguiente tabla muestra cuántos estudiantes de Quinto A y cuántos estudiantes de Quinto B se inscribieron a las actividades que ofrece el colegio para celebrar el Día del Estudiante.

Actividad	Número de estudiantes inscritos		Total de estudiantes inscritos
	Quinto A	Quinto B	
Bailes	8	8	16
Deportes	10	10	?
Juegos de mesa	7	9	?
Carrera de observación	5	9	?

15. Ordenando las actividades, según el número de estudiantes inscritos de Quinto A (de menor a mayor) se obtiene

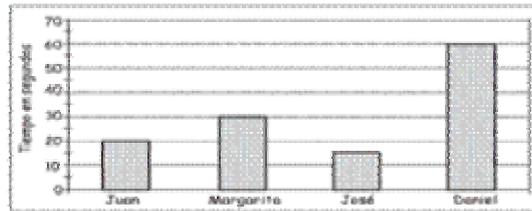
- bailes – juegos de mesa – carrera de observación – deportes.
- carrera de observación – juegos de mesa – bailes – deportes.
- deportes – juegos de mesa – carrera de observación – bailes.
- juegos de mesa – deportes – bailes – carrera de observación.

Gráficos de barras (48%, del total de las representaciones analizadas). Este tipo de gráfico es el más presente en las pruebas analizadas; en ellos se representan frecuencias asociadas a valores de una variable o bien valores de una variable usando barras. Una característica de los ítems en los que aparecen gráficos de barras es que se exigen más de una tarea, detalles que se verá más adelante en el análisis de la variable tipo de tarea. A continuación mostraremos ejemplos de ítems con gráficos de barras.

- *Gráficos de barras simples (horizontales o verticales)*; estas representaciones son equivalentes, siendo su única diferencia la situación de los ejes de coordenadas. Por ejemplo el ítem 2.B.2 (Figura 3.3); muestra un diagrama de barras. En el ejemplo, cada columna representa valores de una variable y no frecuencias (tiempo que gastan diferentes niños en recorrer una distancia). Por tanto, se trata de datos no agrupados, representados gráficamente.

Figura 3.3. Ejemplo gráfico de barras simple (ítem 2.B.2)

20. La siguiente gráfica muestra el tiempo que gastan diferentes niños en recorrer la cancha de baloncesto de un lado al otro.

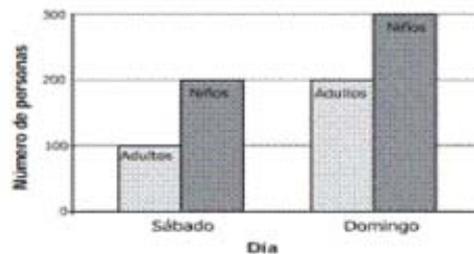


Al comparar las velocidades de los niños puede concluirse que

- A. Daniel es más rápido que Margarita.
 - B. Margarita es más rápida que José.
 - C. Juan es más lento que Daniel.
 - D. José es más rápido que Juan.
- *Gráfico de barras adosadas*, se usa para mostrar la distribución de frecuencias de dos variables en un mismo gráfico; es, por tanto, un tipo de gráfico bivariante y aparece en cuatro ítems. En la Figura 3.4 mostramos un ejemplo en el ítem 3.A.1, en el cual se usan las barras para visualizar los datos de dos distribuciones de frecuencias (número de personas); para la variable día de la semana (sábado o domingo) en dos distribuciones (adultos y niños).

Figura 3.4. Ejemplo gráfico de barras adosadas. (Ítem 3.A.1)

En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de niños y adultos que ingresaron el fin de semana:



¿Cuántas personas, en total, ingresaron en el circo el fin de semana?

- A. 300 personas.
- B. 500 personas.
- C. 700 personas.
- D. 800 personas.

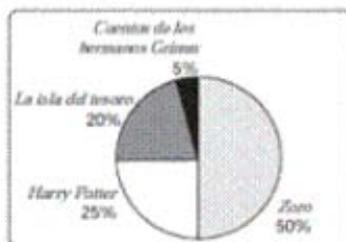
Gráficos de sectores (7% del total de ítems analizados). En esta representación, la amplitud del sector es proporcional a la frecuencia; se visualiza mejor la importancia relativa de cada valor respecto al conjunto de datos. Encontramos cuatro gráficos de sectores (3.A.2; 2.B.8; 2.A.6 y 1.A.1); por lo que no está demasiado presente en estas pruebas. En la Figura 3.5 vemos el ítem 3.A.2 donde se muestran los porcentajes de ocurrencia de cuatro valores de una variable (preferencia a un tipo de libro). Según Schield (2006) en este tipo de gráfico estadístico, el interpretar el tanto por ciento es más difícil que leer directamente la frecuencia.

Figura 3.5. Ejemplo gráfico sectores - (ítem 3.A.2)

La profesora Diana les preguntó a 60 estudiantes de grado cuarto cuál de los siguientes libros preferían leer:

- *Zoro*.
- *La isla del tesoro*.
- *Harry Potter*.
- *Cuentos de los hermanos Grimm*.

Con las respuestas obtenidas, la profesora Diana elaboró la siguiente gráfica:



En la clase se leerán los libros escogidos por más de 10 estudiantes. ¿Cuáles son estos libros?

- A. *Zoro* solamente.
- B. *Zoro* y *La isla del tesoro* solamente.
- C. *Zoro*, *Harry Potter* y *La isla del tesoro* solamente.
- D. *Zoro*, *Harry Potter*, *La isla del tesoro* y *Cuentos de los hermanos Grimm*.

El *pictograma*, representa iconos (imágenes) para los valores de una variable cualitativa y con la dimensión del icono (alto o ancho o superficie) se representa la frecuencia; también se puede representar la frecuencia repitiendo el icono. Según Perales (2000), estos gráficos, son usados para hacer más realista el contexto de la situación problemática, el grado de traducción necesaria de la imagen es muy bajo por lo cual, se requieren menos explicaciones para su comprensión.

En las pruebas analizadas se encuentra que el ítem 2.B.3 incluye un pictograma (Figura 3.6). En este caso los especificadores usados son las imágenes de balones que representan una escala homogénea para mostrar el número de puntos obtenido por uno de los equipos. La representación de los datos es sencilla de comprender.

Figura 3.6. Ejemplo pictograma- (ítem 2. B.3)

19. En la siguiente tabla aparece representado el puntaje que obtuvo cada uno de los equipos en su primer juego

Equipo A	
Equipo B	
Equipo C	
Equipo D	

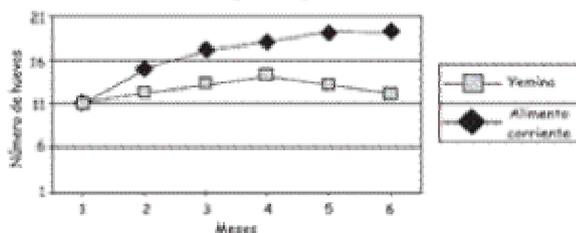
El equipo B obtuvo 10 puntos en su primer juego, ¿cuántos puntos obtuvo el equipo C?

- A. 2 puntos.
- B. 5 puntos.
- C. 10 puntos.
- D. 20 puntos.

Diagramas de línea. Esta grafica usa puntos conectados por líneas para mostrar cómo cambia el valor de la variable (a lo largo del tiempo) o la frecuencia a lo largo del valor de la variable). Hemos encontrado únicamente un diagrama de líneas en el ítem 2.A.2 (Figura 3.7). En él podemos comparar el cambio del valor de variable (Número de huevos) a lo largo del tiempo (en meses) cuando a las gallinas se les cambia el alimento, Se puede observar en el mismo gráfico la evolución de la cantidad de huevos según el alimento.

Figura 3.7 Grafico de líneas - (ítem 2.A.2)

Un trabajador de la granja les contó a los niños que durante un tiempo dió a algunas gallinas un alimento tradicional y a otras un alimento nuevo llamado Yemina, para investigar el efecto en la producción de huevos. En la siguiente gráfico se muestra el resultado.



De acuerdo con la gráfica ¿qué debería hacer el trabajador?

- A. Seguir comprando Yemina porque no afecta la producción de huevos.
- B. No seguir comprando Yemina porque baja la producción de huevos.
- C. Seguir dando Yemina a las gallinas porque aumenta la producción de huevos.
- D. No seguir dando Yemina a las gallinas porque acaba con la producción de huevos.

La Tabla 3.12 muestra los tipos representación presentes en los ítems de las pruebas SABER de 5° grado durante los años 2003; 2006 y 2009. De los 45 ítems analizados resultan 55 representaciones entre tablas y gráficos. El 20% de los ítems contienen más de una representación, pues en determinados casos, se pide comparar o traducir entre las distintas representaciones que aparecen en el problema con el objetivo de observar el desempeño del estudiante en cada uno de los niveles de lectura y competencia gráfica.

Tabla 3.12. Tipo de representaciones en las prueba SABER 5° por año

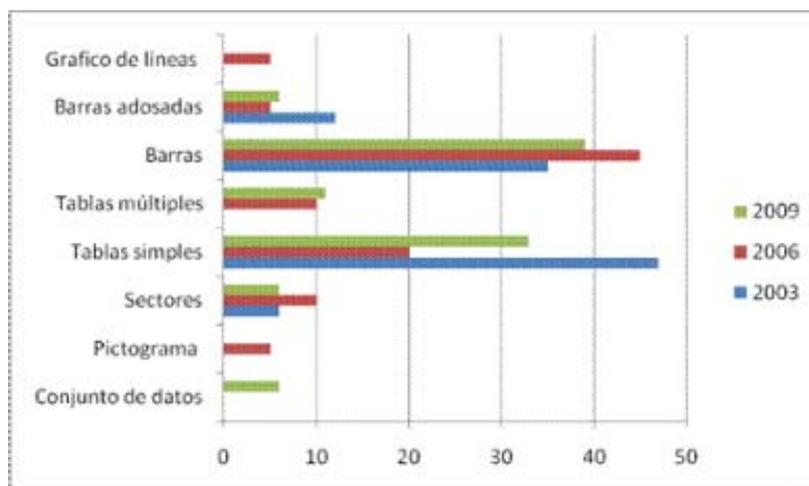
Tipo de representación	2003		2006		2009	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Conjunto de datos	0	0,0	0	0	1	5,6
Pictograma	0	0,0	1	5,0	0	0
Sectores	1	5,9	2	10,0	1	5,6
Tablas simples	8	47,1	4	20,0	6	33,3
Tablas múltiples	0	0,0	2	10,0	2	11,1
Barras	6	35,3	9	45,0	7	38,9
Barras adosadas	2	11,8	1	5,0	1	5,6
Gráfico de líneas	0	0	1	5,0	0	0
Total	17	100	20	100	18	100

La mayoría de las representaciones de las pruebas son gráficos de barras (48%), ya sean horizontales, verticales o barras adosadas. De esta proporción la mayoría corresponde a barras verticales (37%), en menor proporción están las barras horizontales (4%) y las barras adosadas (7%). Destacar también, que el 39% de las representaciones de los ítems analizados son tablas, ya sean simples o múltiples (representando la distribución de hasta tres variables estadísticas en una misma tabla). Se estudiaron 55 representaciones en los 45 ítems analizados; allí aparece solamente un conjunto de datos bruto, un diagrama de líneas y un pictograma, así como 4 gráficos de sectores.

Presentamos los datos gráficamente (Figura 3.8), se observa, de manera global, un desequilibrio por los ítems que incluyen tablas y barras frente a los demás tipos de representación, El 79 % del total de ítems estudiados incluyen estos dos tipos de representación (tablas y barras). Este resultado se mantiene en las tres pruebas analizadas. En los años 2003 y 2009 el porcentaje de las representaciones para tablas y diagramas de barras se encuentra equilibrado para ambos tipos (47 % en 2003); en 2009 se tiene en tablas (44%) y en barras (45%). En tanto que la prueba del 2006 muestra en mayor porcentaje los diagramas de barras (50%), seguido de las tablas (30%). El resto de representaciones tienen porcentajes de distribución muy cercanas, no superan el 7%, excepto el caso de los gráficos de sectores que se ubica en este valor.

Destacamos que los gráficos analizados garantizan coherencia entre las competencias a evaluar y las representaciones usadas; estas muestran los datos de la mejor manera posible, eligen la mejor representación para el contexto de la situación, son excelentes (Cleveland y McGill, 1984), independientemente del año, comparten características comunes en sus distribuciones para los tipos de gráficos

Figura 3.8. Distribución de representaciones en las prueba SABER 5° por año



3.4.4. NIVEL DE COMPETENCIA EVALUADO EN LOS ÍTEMS

Aunque la lectura eficiente de gráficos depende de la competencia del estudiante; la competencia también depende de la eficacia del gráfico; es decir del tipo de gráfico, los conceptos implicados y de su complejidad matemática (Pinker, 1990).

Los ítems de las pruebas analizadas, evalúan las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas descritas en las directrices de las propias pruebas (ICFES, 2012). La identificación de las competencias se realizó con la descripción enmarcada en el modelo MBE (ICFES, 2012), se identificaron las competencias que debía poner en evidencia el estudiante para resolver el problema y se realizaron algunas observaciones generales del ítem (Ver Anexo 1), acorde a los objetos matemáticos y al significado de la situación. A continuación se presentan tres ejemplos de ítems evaluados, cada uno de ellos clasificado por el tipo de competencia analizado. De igual manera se ejemplifican los contenidos y procedimientos para la solución del ítem teniendo en cuenta estos como los elementos constitutivos que estamos interpretando.

El ítem 3.A.6 (Figura 3.9) evalúa la *competencia comunicativa*; solicita al estudiante interpretar datos relativos a situaciones del entorno escolar. Para dar respuesta correcta al ítem, el alumno debe leer las frecuencias absolutas para las variables (puntajes), posterior organizar las frecuencias para identificar el valor máximo y mínimo de los puntajes en la escala, lo que le permite interpretar la distribución de los puntajes y comparar las frecuencias absolutas para dos o más puntajes.

Figura 3.9. Ejemplo de ítem que evalúa la competencia en comunicación. (Ítem 3.A.6)

La siguiente gráfica muestra los puntajes obtenidos por unos jugadores, luego de lanzar varias veces dos dados y sumar los puntos de sus caras superiores.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

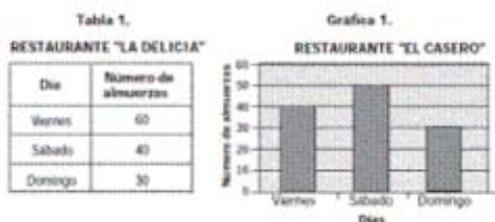
- A. Los puntajes que salieron menos veces fueron el 5, el 9 y el 10.
- B. Los puntajes que salieron más veces fueron el 6, el 7 y el 8.
- C. El puntaje que salió menos veces fue el 12.
- D. El puntaje que salió más veces fue el 4.

Un ejemplo de ítem que evalúa *el razonamiento*, es el ítem 3.A.5 (Figura 3.10); se espera que el estudiante pueda comparar datos presentados en diferentes representaciones; el estudiante debe leer las frecuencias absolutas de las categorías (días) en las tabla y en la grafica de barras, a continuación ubicar en la escala de frecuencias las categorías con máximos y mínimos, de esta manera, puede comparar las distribuciones de frecuencias representadas en los dos gráficos y responder que el domingo fue el día en que los dos restaurantes vendieron menos almuerzos.

Figura 3.10. Ejemplo de ítem que evalúa la competencia en razonamiento. (Ítem 3.A.5)

En la tabla 1 se muestra la cantidad de almuerzos que vendió el restaurante "La Delicia" el fin de semana.

En la gráfica 1 se muestra la cantidad de almuerzos que vendió el restaurante "El Casero" el fin de semana.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

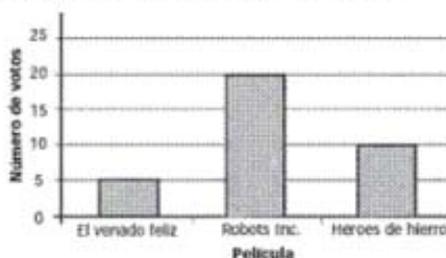
- A. "La Delicia" vendió menos almuerzos que "El Casero" el fin de semana.
- B. El domingo fue el día en que los dos restaurantes vendieron menos almuerzos.
- C. El sábado, "La Delicia" vendió más almuerzos que "El Casero".
- D. El viernes, "La Delicia" vendió menos almuerzos que "El Casero".

El ítem 3.B.1, evalúa la competencia en la *resolución de problema* (Figura 3.11); se pide al estudiante resolver el problema donde se requiere encontrar y/o dar significado al promedio del conjunto de datos, en este caso el alumno deber leer las frecuencias absolutas de las categorías (película), y ubicar los máximos y mínimos de

las frecuencias para las variables representadas para compararlas, interpretar los datos comparados y asociados a la categoría en particular (Robots Inc), para luego dar respuesta en relación a los interrogantes.

Figura 3.11. Ejemplo ítem competencia resolución de problemas (ítem 3.B.1)

32. Los estudiantes de quinto grado querían escoger una película para ver en clase y realizaron una votación. La siguiente gráfica muestra los resultados.



Según los resultados de la votación, la película "Robots Inc." fue escogida

- A. exactamente por la mitad de los estudiantes.
- B. exactamente por un tercio de los estudiantes.
- C. por la mayoría de los estudiantes.
- D. por todos los estudiantes.

En la Tabla 3.13 se muestran los resultados respecto a las competencias evaluadas en los ítems. *La competencia en comunicación*, que incluye la interpretación cualitativa de datos y representaciones; la clasificación y organización de los datos y representar conjuntos de datos, ocupa el 58%; aunque el porcentaje varía mucho según año.

Tabla 3.13. Competencias solicitadas en los ítems de las prueba SABER 5° por año

Competencia	2003		2006		2009	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Comunicación	9	64,3	8	44,4	8	61,5
Razonamiento	2	14,3	8	44,4	2	15,4
Resolución	3	21,4	2	11,2	3	23,1
Total	14	100	18	100	13	100

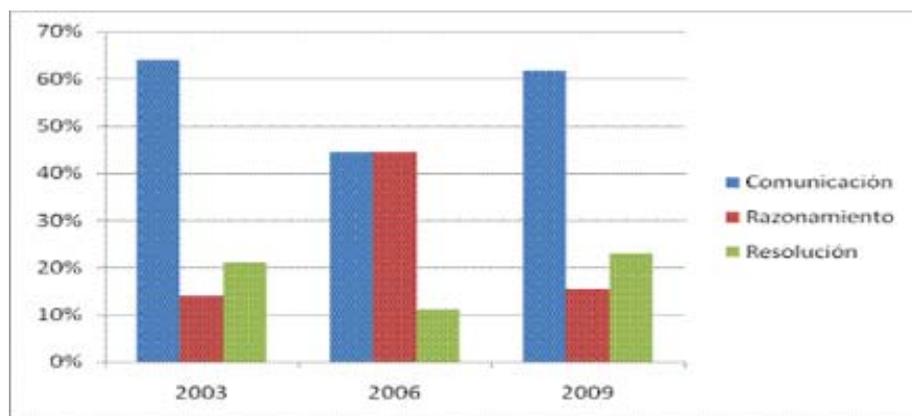
El 18% lo ocupa la *competencia en resolución de problemas*; solicita representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones o que puedan encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos; siendo la competencia con menor porcentaje en la prueba solo 8 de los ítems la evalúan.

El 27 % de los ítems solicitan describir el comportamiento de un conjunto de datos y comparar el conjunto de datos presentados en diferentes representaciones, siendo este el indicador de desempeño para evaluar la competencia en el razonamiento.

En la Figura 3.12 notamos significativamente la presencia de la competencia en

comunicación, aunque en el 2006 se iguala con el razonamiento. La competencia en resolución de problemas es mucho más escasa. Concluimos que no se espera un alto nivel de competencia en los ítems relacionados con las tablas y gráficos, en comparación con los de otros contenidos incluidos en las pruebas, donde los tres tipos de competencia descritos se distribuyen en porcentajes aproximados.

Figura 3.12. Competencias solicitadas en los ítems de las prueba SABER 5° por año



Luego del análisis de esta variable podemos decir que las competencias de la prueba para evaluar el componente aleatorio, no contribuyen completamente a la observación de la alfabetización estadística como lo señala Gal (2002), puesto que se centran en los niveles más bajos de las competencias. Vemos que los ítems están diseñados principalmente para observar la habilidad de los niños de grado 5° para leer o interpretar información estadística sencilla, pero no para elegir o construir estas representaciones o para proporcionar argumentos basados en datos que aparecen en los gráficos estadísticos. Por lo cual sería interesante analizar los motivos por los cuáles se da menor peso al razonamiento y resolución de problemas; es posible que esté representado en otros ítems del componente aleatorio, aunque estos son pocos, comparados con los relacionados con tablas y gráficos.

3.4.5. NIVELES DE LECTURA DE LAS TABLAS Y GRAFICOS DE LOS ÍTEMES

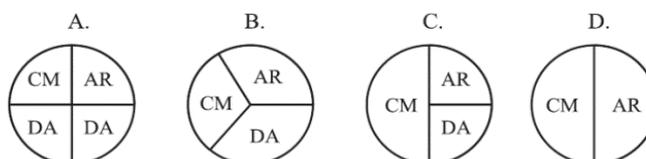
En este apartado se muestra una clasificación de las tablas y gráficos estudiados atendiendo el tipo de información que requiere un niño para leer e interpretar dicha representación y las habilidades que se han de poner en juego en la obtención de información relevante a partir del gráfico o tabla, para dar solución

En el nivel “*leer los datos*” (22 % de las representaciones) los estudiantes hacen lectura literal del gráfico o tabla, o como lo denomina Bertin (1967) hacen extracción de datos. Piden poner en relación un elemento (valor de la variable) con la frecuencia correspondiente, no se ponen en juego otros conceptos estadísticos.

En estas ocasiones se pide a los estudiantes el reconocimiento de un dato explícito, el estudiante debe: (1) identificar de qué trataban los datos del gráfico o la tabla, (2) identificar los elementos, por ejemplo, el título, número, nombre y tipo de las variables del fenómeno representado y (3) observar los distintos valores de la variable. Un ejemplo se muestra en la Figura 3.13. El estudiante debe poner en correspondencia el valor de la variable estadística (preferencias) con la frecuencia de la variable (% representado por la amplitud del sector). Para responder, debe elegir (leer) el gráfico que representa un sector con 50% para (CM), otro con 25% para (AR) y un sector con 25% para (DA).

Figura 3.13. Ejemplo ítem Nivel 1 “Leer los datos” (ítem 1.A.1)

En un curso de 30 estudiantes, la mitad prefiere leer cuentos de misterio (CM), una cuarta parte prefiere leer artículos de revistas (AR) y el resto prefiere leer dibujos animados (DA). Una forma de representar las preferencias de los 30 estudiantes es



Para el nivel “*Leer entre los datos*” (73,3% de los ítems) se deben hacer comparación o una operación con los datos (interpretación e integración de los datos en el gráfico o tabla), este nivel es denominado por Bertin (1967) como extracción de tendencias. En este caso los estudiantes deben ser capaces de percibir una relación entre dos subconjuntos de datos que pueden ser definidos a priori o visualmente. Los procesos implicados suponen que la interpretación conlleva ir más allá de la lectura de sus valores aislados, es trascender del nivel de lectura elemental a un nivel intermedio (Wainer, 1992).

Un ejemplo es el ítem 3.A.3 (Figura 3.14); en este caso interpretar las afirmaciones I y II los estudiantes, tienen que comparar cantidades es decir, el número de estudiantes de grado quinto e identificar en cuál de las variables (tipo de comida preferida) se ubica el menor número o el número 20. Para observar la afirmación III

deben comprar las frecuencias absolutas de las variables torta y fruta. Las actividades anteriores requieren percibir las relaciones entre los subconjuntos de datos representados en el diagrama de barras.

No basta con una simple lectura literal del gráfico, es necesario realizar comparaciones y cálculos con los datos mostrados en el gráfico, para llegar a la respuesta.

Figura 3.14. Ejemplo ítem Nivel 2 “leer entre los datos” (ítem 3.A.3)

Se les preguntó a los estudiantes de grado quinto de una escuela acerca de su comida favorita. Cada uno escogió una comida entre arepa, fruta, torta y helado. En la siguiente gráfica se presentan los resultados.



17. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de la comida que escogieron los estudiantes de grado quinto, es o son verdadera(s)?

- I. 20 estudiantes de grado quinto prefieren la fruta.
- II. La comida menos favorita de los estudiantes de grado quinto es la arepa.
- III. A los estudiantes de grado quinto les gusta más la torta que la fruta.

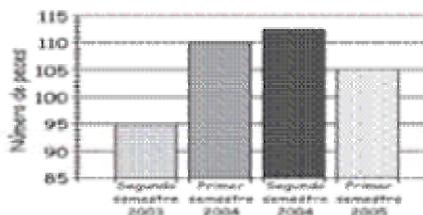
- A. I solamente.
- B. II solamente.
- C. I y III solamente.
- D. II y III solamente.

El nivel Leer más allá de los datos, implica una extensión de los datos a información no proporcionada en el gráfico, Los ítems 2.A.2 y 2.A.3 se ubican en este nivel para los análisis efectuados, veremos a continuación un ejemplo de este nivel.

En el ítem 2.A.3 (Figura 3.15) los estudiantes perciben la tendencia para la cría de peces en el estanque durante tres años. Con los valores de la variable (número de peces) para el primer semestre del 2005 pueden calcular y proyectar el valor de la variable para el segundo semestre del 2005, de tal forma que se logre el promedio solicitado (110 peces); esto implica un análisis de la estructura de los datos ya que, solicitan describir medidas que no se presenta en el gráfico, pero que es posible inferir a partir de la información proporcionada.

Figura 3.5. Ejemplo ítem Nivel 3 “leer mas allá de los datos” (ítem 2.A.3)

En la siguiente gráfica se muestra el número de peces criados en el estanque durante los dos últimos años.



34.

¿Cuántos peces deberían criarse en el segundo semestre del 2005 para que el promedio del año 2005 sea de 110 peces?

- A. 105
- B. 110
- C. 112
- D. 115

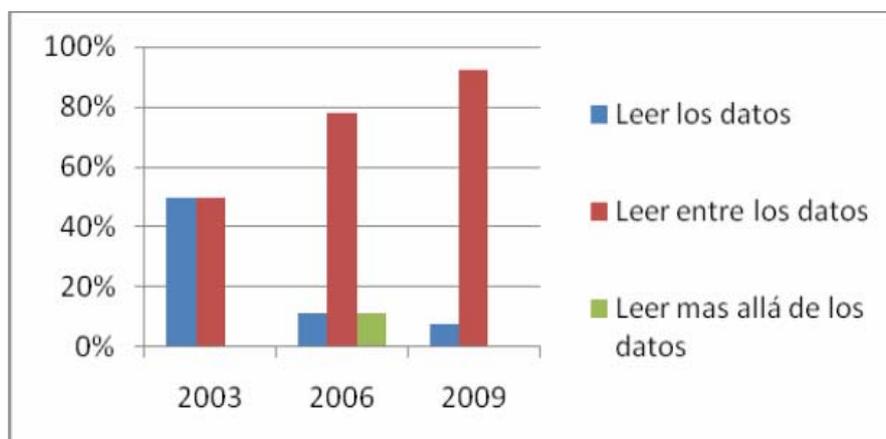
En la Tabla 3.14 se muestra la clasificación de las tablas y gráficos según los siguientes niveles de lectura propuesto por Curcio (1989): “leer los datos”, “leer entre los datos” y “leer más allá de los datos”. Vemos que las pruebas de los años 2003, 2006 y 2009 para el 5° de primaria, incluye en mayor porcentaje (73,3% del total), los ítems diseñados para solicitar un nivel 2 de lectura gráfica (leer entre de los datos), aumentando con el año este nivel, hasta constituir prácticamente la totalidad el año 2009.

Tabla 3.14. Niveles de lectura en los ítems de las pruebas SABER 5° por año

Nivel	2003		2006		2009	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Leer los datos	7	50,0	2	11,1	1	7,7
Leer entre de los datos	7	50,0	14	77,8	12	92,3
Leer mas allá de los datos	0	0,0	2	11,1	0	0,0
Total	14		18		13	

La Figura 3.16 permite visualizar en detalle los niveles de lectura requeridos en los ítems analizados. Se observa que el nivel de lectura de gráficos y tablas de menor porcentaje en los ítems analizados corresponde al nivel de leer más allá de los datos, que aparece sólo en dos de los ítems (4,4 % del total), posiblemente porque los autores del cuestionario no han considerado este nivel como adecuado a la edad del niño. El nivel elemental de lectura (22,2% para el nivel 1 en los ítems analizados) en los análisis muestra que disminuye con los años. Aunque en el año 2003 (77,8%) se consideraba un amplio porcentaje de gráficos cuya lectura era elemental (leer los datos), prácticamente desaparece en 2009; lo cual indica que será difícil detectar a los estudiantes que no alcanzan siquiera este nivel inicial en la lectura de datos.

Figura 3.16. Distribución de representaciones en las prueba SABER 5° por año



3.4.6. COMPLEJIDAD SEMIÓTICA DE LAS REPRESENTACIONES EN LOS ÍTEMS ANALIZADOS.

En este análisis se consideraron los niveles de complejidad semiótica propuestos por Arteaga (2011). A continuación describimos los niveles encontrados para las representaciones usadas en los ítems de la prueba. No se encontró el nivel N1.

Representaciones de nivel de complejidad N2. Cuando se representan los valores individuales de la variable o listan los datos en una tabla en el mismo orden que se dieron, sin llegar a formar las frecuencias o la distribución. Los valores son representados en un orden artificial, pues sólo indica el orden arbitrario en que se recogieron los datos. Posibilita un nivel de lectura *de extracción de datos* (Bertin, 1967), pues visualiza la variabilidad, sin mostrar la tendencia. La Figura 3.17 muestra un ejemplo.

Figura 3.17. Ejemplo ítem en Nivel 2 de complejidad semiótica (ítem 1.A.4.)

La siguiente tabla muestra la cantidad de carbohidratos que contiene una porción de tres de estos alimentos

ALIMENTO	CANTIDAD DE CARBOHIDRATOS POR PORCIÓN
Sopa	52,50 gramos
Arroz	52,6 gramos
Pasta	52,05 gramos

Si ordenamos los alimentos de **menor a mayor** cantidad de carbohidratos contenidos, el orden es

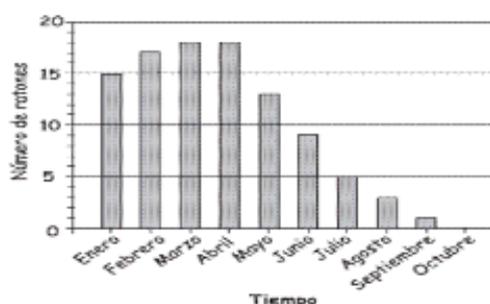
- A. pasta - sopa - arroz
- B. sopa - pasta - arroz
- C. sopa - arroz - pasta
- D. pasta - arroz - sopa

Representaciones de nivel de complejidad N3. En este nivel aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla o gráfico. Para los valores repetidos de los datos se muestra la frecuencia de dichos valores.

En este nivel se ubican la mayoría de las representaciones analizadas (55,6%); se ve en un grafico o tabla la representación del conjunto de valores de la variable con distribución de frecuencias implícita. En este tipo de gráficos y tablas es posible percibir una relación entre dos o más subconjuntos de datos. Un ejemplo de este nivel esta en el ítem 2.A.9 (Figura 3.18), donde se representa para cada mes el cambio en el numero de ratones

Figura 3.18 Ejemplo ítem en Nivel 3 de complejidad semiótica (ítem 2.A.9)

Al gato de Manuel le gusta atrapar ratones y, aunque algunos se le escapan, ha logrado comerse varios. El siguiente gráfico muestra cómo ha cambiado el número de ratones en la casa de Manuel



Observa el gráfico. ¿Cuándo compraron el gato?

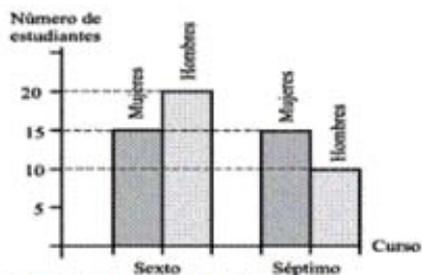
- A. entre febrero y marzo.
- B. entre marzo y abril.
- C. entre abril y mayo.
- D. entre junio y julio.

Representaciones en el nivel 4. Aunque en el nivel 3 ya está presente la distribución de la variable, en menor porcentaje aparece el nivel 4 (20%) en los ítems analizados en este nivel se comparan dos distribuciones en una tabla o gráfico.

Por ejemplo en el ítem 1.A.7 aparece la distribución de hombres y mujeres que hay en cada uno de los cursos de grado sexto y séptimo (Figura 3.19). Estas representaciones permiten el nivel superior de lectura en la categorización de Bertin (1967), es decir el análisis de la estructura permitiendo comparar tendencias y variabilidad en las dos variables en una única imagen.

Figura 3.19. Ejemplo ítem en Nivel 4 de complejidad semiótica (ítem 1.A.7)

La gráfica muestra el número de estudiantes por sexo que hay en cada uno de los cursos sexto y séptimo de un colegio.



Del total de estudiantes de sexto y séptimo es cierto que

- A. 15 % son mujeres
- B. 30 % son mujeres
- C. 45 % son mujeres
- D. 50 % son mujeres

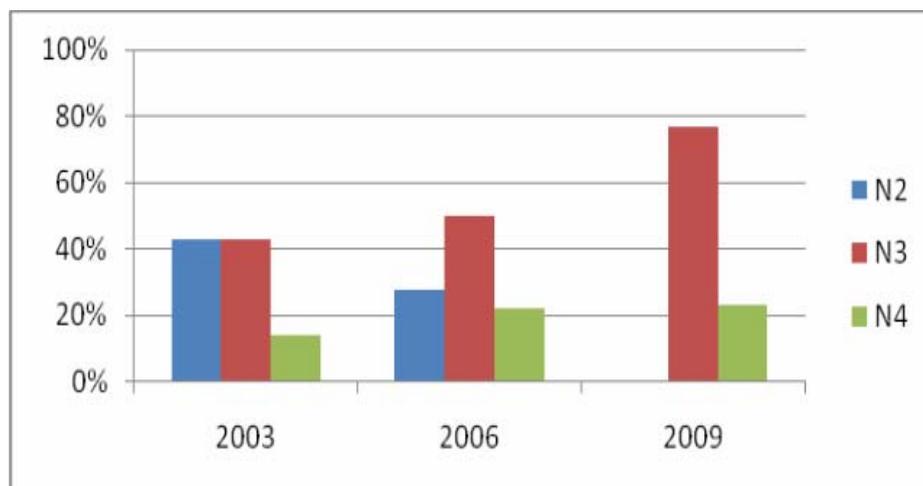
La Tabla 3.15 muestra el nivel de complejidad semiótica presente en las representaciones usadas en las prueba. La mayoría de los ítems analizados se ubican en el nivel N3 (55,6%) y los niveles N2 y N4 se distribuyen de manera muy cercana con el 24,4% y el 20% respectivamente. El nivel semiótico N2 para el año 2003 ocupó el 42,9%, con el transcurso del tiempo la presencia de este nivel en la prueba va disminuyendo (27,8% en el 2006), no aparece en los ítems analizados para la prueba del año 2009. De manera semejante se ve el aumento progresivo del nivel semiótico N3; para el año 2009 este nivel ocupó el 76,9% en la prueba pasando del 42,9 % en el 2003.

Tabla 3.15. Complejidad semiótica en representaciones de la prueba SABER 5° por año.

Nivel	2003		2006		2009	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
N2	6	42,9	5	27,8	0	0,0
N3	6	42,9	9	50,0	10	76,9
N4	2	14,3	4	22,2	3	23,1
Total	14	100	18	100	13	100

En la Figura 3.20 se visualiza la información. Lo anterior supone que los creadores de la prueba han considerado necesario la presencia y evolución de los diferentes niveles semióticos para las representaciones presentes en los ítems; de esta forma, los estudiantes pueden obtener información de utilidad para responder con certeza a la pregunta planteada en el ítem, es decir la situación-problema, al igual que facilita la abstracción y el re- conocimiento de los distintos convenios usados en los gráficos y tablas.

Figura 3.20. Complejidad semiótica en representaciones de las prueba SABER 5° por año



3.4.7. TAREAS IMPLICADAS EN LA SOLUCIÓN DE LOS ÍTEMS ANALIZADOS

En esta variable se observan las actividades o tareas que el estudiante debe poner en evidencia en el hacer- matemático para dar respuesta a las situaciones presentes en los ítems de las pruebas; han sido establecidas en coherencia con los procedimientos y desempeños solicitados en la prueba SABER. Se consideran las elementales y las de mayor grado de complejidad.

En algunos ítems se puede notar la solicitud de más de una actividad o tarea. Se han clasificado en las siguientes categorías las diferentes tareas solicitadas en los ítems del componente aleatorio atendiendo los referentes contemplados en la definición de competencia matemática para la prueba SABER (MEN, 2012) y en los procesos matemáticos definidos en los lineamientos curriculares (MEN, 2006); al igual que las tareas necesarias en la interpretación y comprensión grafica descrita en el capítulo 2

Clasifica y organiza los datos; en el ítem se presentan los datos sin organizar y el estudiante ha de realizar el recuento para construir la distribución; esta tarea es básica suele acompañar a la petición de realizar representaciones de un conjunto a una tabla o a un grafico.

Un ejemplo considerado del ítem 3.B.6 se muestra en la Figura 3.2; los niños deben reconocer que se trata de la variable color preferido, de esta manera la clasifican en las categorías o atributos (rojo, azul, verde, negro y amarillo), posterior organizar las respuestas de los amigos de Pablo (frecuencia de ocurrencia) por cada categoría de la variable.

Figura 3.21 ítem que solicita clasificar y organizar los datos (ítem 3. B.6)

6. Pablo preguntó a 15 de sus amigos cuál era el color favorito de cada uno. Las respuestas fueron las siguientes:

rojo, azul, verde, negro, amarillo
negro, azul, verde, amarillo, rojo
verde, azul, rojo, amarillo, verde

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información obtenida por Pablo?

A.		B.	
Color favorito	Cantidad de estudiantes	Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojo	3	Rojo	5
Azul	3	Azul	5
Verde	4	Verde	2
Negro	2	Negro	2
Amarillo	3	Amarillo	1

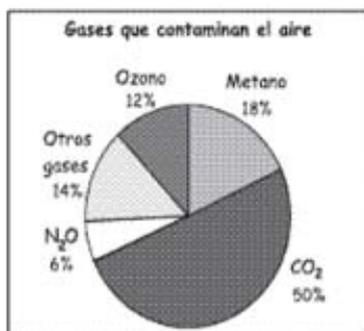
C.		D.	
Color favorito	Cantidad de estudiantes	Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojo	3	Rojo	1
Azul	3	Azul	2
Verde	3	Verde	3
Negro	3	Negro	4
Amarillo	3	Amarillo	5

Leer datos y frecuencias Leer los datos de una tabla o de un gráfico es la actividad más elemental de las diferentes tareas solicitadas. En otros casos se pide leer frecuencias, en unos ítems los estudiantes simplemente extraen información a la vista del gráfico (datos o frecuencias), pero no hacen comparaciones.

La Figura 3.22 muestra un ejemplo con el ítem 2.A.6. En este ítem el estudiante debe observar la información reconociendo los porcentajes (leer frecuencia) que corresponden para cada valor de variable. (Tipo de gases en la atmósfera). Como tarea principal asignan el valor numérico (50 de un tanto por ciento) correspondiente a la variable (CO₂), Entienden que dicho valor (50% =180°) es proporcional con un arco, en relación al ángulo completo (100% =360°)

Figura 3.22. Ítem que solicita leer datos y frecuencia (ítem 2.A.6)

La contaminación del aire es un problema ambiental causado por la presencia de algunos gases en la atmósfera. El siguiente gráfico muestra la contribución de los gases que contaminan el aire.



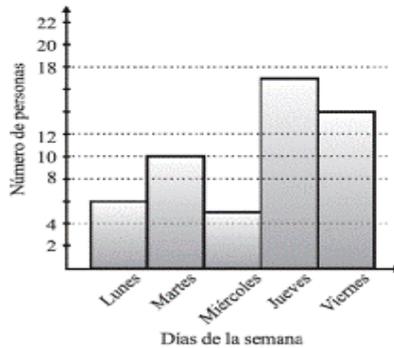
Manuel le explica a Diana que el gas que más influye en la contaminación del aire es el

- A. ozono.
- B. dióxido de carbono.
- C. metano.
- D. óxido de nitrógeno.

Comparar datos, esta es una tarea que requiere traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa. El ítem 1.B.2 (Figura 3.23); se pide comparar el número de personas (frecuencia) para diferentes días (variables). En otros casos, las comparaciones se establecen en términos de relaciones de proporcionalidad por ejemplo el ítem 1.B.7; o en términos de cantidad por ejemplo en el ítem 2.A.15; también pueden observar los valores máximo y mínimo de las variables.

Figura 3.23 ítem que solicita comparar datos (ítem 1.B.2)

La siguiente gráfica muestra la cantidad de personas atendidas en un centro médico durante una semana.



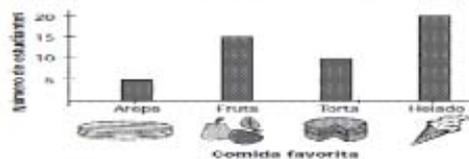
De acuerdo a la información de la gráfica es correcto afirmar que

- A. el martes se atendieron menos personas que el jueves, pero más que el viernes.
- B. el viernes se atendieron más personas que el miércoles, pero menos que el jueves.
- C. el viernes se atendieron menos personas que el lunes, pero más que el jueves.
- D. el miércoles se atendieron más personas que el lunes, pero menos que el martes.

Traducir representaciones, cuando se pide trasladar los datos representados en una tabla a un gráfico y viceversa. En los ítems 3.A.4; y 1.B.1 se debe elegir la tabla que mejor represente la distribución representada en un gráfico o conjunto. La figura 3.24 muestra el ítem 3.A.4 se representa en un gráfico de barras la comida favorita elegida por los estudiantes de grado quinto, se pide elegir la tabla que representa los datos de la gráfica.

Figura 3.24. Ítem que solicita leer datos y frecuencia (Ítem 3.A.4)

Se les preguntó a los estudiantes de grado quinto de una escuela acerca de su comida favorita. Cada uno escogió una comida entre arepa, fruta, torta y helado. En la siguiente gráfica presentan los resultados.



16. ¿Cuál de las siguientes tablas representa los datos de la gráfica?

A.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	10
Fruta	15
Torta	20
Helado	25

B.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	5
Fruta	15
Torta	10
Helado	20

C.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	20
Fruta	15
Torta	10
Helado	5

D.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	5
Fruta	10
Torta	15
Helado	20

Comparar distribuciones, esta actividad más compleja presume la existencia de las anteriores. En los ítems analizados se pueden encontrar dos distribuciones de frecuencias en un mismo gráfico o en gráficos separados que el estudiante debe comparar y establecer relaciones y conexiones entre distribuciones diferentes.

Por ejemplo en el ítem 3.A.5 (Figura 3.2.5); se pide comparar las respuestas correctas (frecuencia de distribución 1 de estudiantes de un curso, con el número de preguntas por materia (frecuencia distribución 2) para tres materias que conforman el examen.

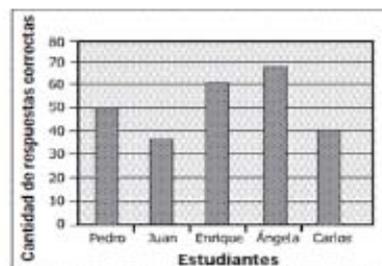
La comparación de los datos permite establecer los estudiantes que contestaron más de la mitad de las preguntas del examen. Otros ítems comparan distribuciones en el mismo gráfico como 3.B.3; 3.B.4; 2.A.2 y 2.A.5 (representaciones de tablas múltiples, diagramas de barras adosadas y diagramas de líneas).

Figura 3.2.5 Ítem que solicita comparar datos en dos distribuciones (Ítem 3.A.5)

14. Un examen de quinto de primaria contenía preguntas en tres áreas: Matemáticas, Ciencias Naturales y Lenguaje. En la tabla 1 se muestra el número de preguntas en el examen por cada área. En la gráfica 1 se muestra la cantidad de respuestas correctas de algunos de los estudiantes que contestaron el examen.

Tabla 1.

Materia	Número de preguntas
Matemáticas	30
C. Naturales	35
Lenguaje	25



De los estudiantes que se muestran en la gráfica, ¿quiénes contestaron correctamente más de la mitad de las preguntas del examen?

- A. Juan y Carlos, solamente.
- B. Enrique y Ángela, solamente.
- C. Pedro, Juan y Carlos, solamente.
- D. Pedro, Enrique y Ángela, solamente.

Calcular, aquí recogemos las tareas que solicitan calcular promedios, hacer operaciones con las frecuencias, establecer proporciones entre los valores de variable (al comparar frecuencias), entre otras. Esta tarea tiene dos propósitos: encontrar datos y valores para hacer interpretación de las representaciones o permitir el desarrollo de una operación o algoritmo matemático para ofrecer un dato como respuesta. Un ejemplo de este último es el ítem 2.A.8, (Figura 3.26); se pide sumar frecuencias de los distintos valores de la variable para encontrar el número de estudiantes que van a la granja.

Figura 3.26. Ítem que solicita calcular (Ítem 2.A.8)

En la siguiente tabla aparece el número de estudiantes que van a la granja por cada grado

Grado	Número de Estudiantes
Primero	25
Segundo	40
Tercero	45
Cuarto	40
Quinto	50

14. ¿Cuántos estudiantes van en total a la granja?

- A. 25
- B. 50
- C. 190
- D. 200

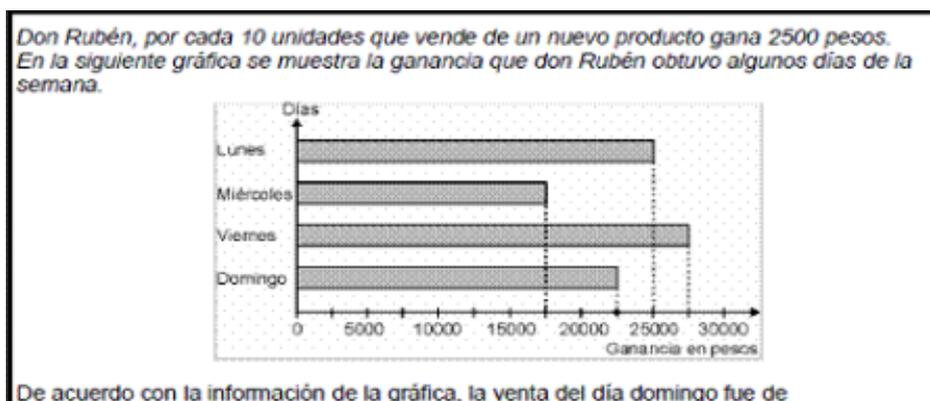
Interpretar gráficos. En esta tarea los estudiantes analizan, justifican y predicen los comportamientos de las distribuciones representadas. En la mayoría de los casos, esta tarea involucra más de una actividad.

Por ejemplo, en el ítem 1.B.4 (Figura 3.27) el estudiante debe leer la frecuencia de la barra que muestra la ganancia del día domingo, que fue de \$22.500 y con ese dato y la información del enunciado general, traducir la escala para tener el número de unidades del producto vendidas ese día.

Para dar solución al problema se requiere que el estudiante reinterpretar el enunciado “por cada 10 unidades que vende de un nuevo producto gana 2500”, es decir que para obtener el número de unidades vendidas debe multiplicar por 10 las ganancias y el resultado dividirlo en 2.500.

Este tipo de problemas no es común al estudiante; es un problema en donde debe ir hacia atrás y no hacia delante, como es usual. Es decir, el tipo de problemas que generalmente se preguntan en el aula son del estilo “si por cada 10 unidades que vende de un nuevo producto gana 2.500, ¿cuál es la ganancia si vendió 90 unidades?”, además es posible que el usar barras horizontales y no verticales, dificulte la lectura de la gráfica. Es un problema de dificultad alta.

Figura 3.27 Ítem que solicita interpretar la representación (Ítem 1.B.4)



En los 45 ítems analizados existe más de una actividad solicitada. La Tabla 3.16 muestra la distribución de las tareas implicadas en la solución de los ítems analizados. Leer datos o frecuencia es la actividad más solicitada (75,6% del total de ítems analizados) y en ningún caso la única. Hacer diferentes cálculos con los datos representados es la siguiente tarea de mayor solicitud (46 %), muy cercana en porcentaje a la solicitud de comparar datos y frecuencias (42,2%).

De esta manera se observa que los ítems de las pruebas SABER se encuentran contruidos para evaluar en mayor porcentaje tareas elementales que permiten la descodificación visual de la información necesaria en la percepción (Cleveland y McGill, 1984).

Las tareas que exigen mayor nivel de complejidad son requeridas en menor porcentaje y de manera gradual con el paso de los años entre ellas: Traducir de una representación a otra (20%); interpretar (33,3%) y comparar distribuciones para dos representaciones (8,9%)

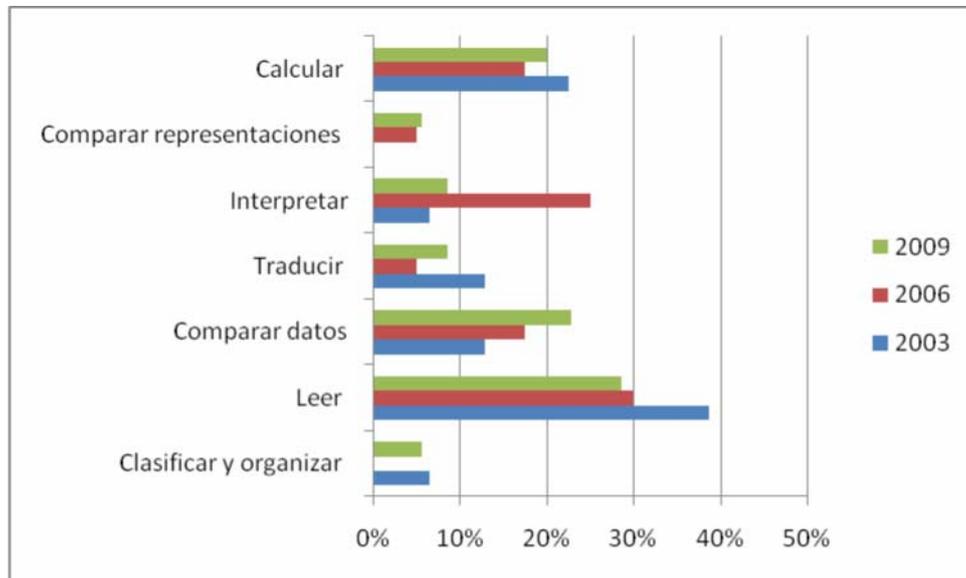
Tabla 3.16. Tareas implicadas en la solución de ítems prueba SABER 5° por año

	2003		2006		2009	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Clasificar y organizar	2	6,5	0	0,0	2	5,7
Leer	12	38,7	12	30,0	10	28,6
Comparar	4	12,9	7	17,5	8	22,9
Traducir	4	12,5	2	5,0	3	8,6
Interpretar	2	6,5	10	25,0	3	8,6
Comparar distribuciones	0	0,0	2	5,0	2	5,7
Calcular	7	22,6	7	17,5	7	20,0
Total	31	100	40	100	35	100

En la Figura 3.27 se puede apreciar los porcentajes por año de aplicación de las tareas implicadas en la solución de los ítems analizados. Para el año 2009 tareas como leer datos y calcular disminuye en porcentaje de presencia en la prueba comparada con aplicaciones del año 2003.

Por otra parte, la tarea que solicita comparar distribuciones es ausente en el año 2003 y con ascenso de presencia en los siguientes años de aplicación. Interpretar datos y graficas es una de las tareas que mayor presencia hace en la prueba del año 2006 Las tareas solicitadas en los ítems con el paso de los años logran progresivo avance de dificultad.

Figura 3.27. Tareas implicadas en la solución de ítems de las prueba SABER 5° por año



4. CONCLUSIONES.

El trabajo se incluye en la línea de investigación sobre Didáctica de la Estadística que se trabaja en el Departamento de Didáctica de la Matemática, concretándonos en la evaluación del conocimiento de los objetos matemáticos involucrados en la lectura y comprensión de los gráficos estadísticos. En lo que sigue expondremos las conclusiones obtenidas con respecto a los objetivos.

Este trabajo parte del interés por la interpretación, lectura y comprensión de gráficas y tablas estadísticas, que se exige a estudiantes de 5° grado en Colombia. El estudio nos ha permitido *analizar los gráficos y tablas estadísticas del componente aleatorio de la prueba SABER para el área de matemáticas durante los años 2003-2009.*

4.1. CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS.

A continuación vamos a exponer las conclusiones a las que hemos llegado con respecto a los objetivos que se expusieron en el apartado 1.3 de este trabajo:

Objetivo 1 Describir las principales transformaciones que durante los últimos 20 años dieron origen a la incorporación de la estadística en el currículo Colombiano.

Este objetivo nos permitió definir las características, condiciones y estándares de competencia para el trabajo con gráficos estadísticos en la educación básica (primaria y secundaria). Se reconoce el bloque llamado pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en el currículo colombiano, cuyo objetivo principal es decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas que lleven a nuevas hipótesis y exploraciones enriquecidas. También se enfatizan las fuentes para la recolección de datos, y su responsabilidad social. (MEN, 2006)

El enfoque de los sistemas de datos del currículo colombiano, prioriza la recolección y el análisis de datos, como actividad que da sentido a la enseñanza de la estadística en la educación básica y media, buscando habilidades para desarrollar la alfabetización y el pensamiento estadístico que permitan dar respuestas a preguntas que se hacen los niños sobre el mundo físico.

En relación a los gráficos estadísticos, se propone para los cursos de la Educación básica (primaria- secundaria) el trabajo, análisis y comprensión de gráficos de sectores,

histogramas y diagramas de árbol, a partir de estas representaciones los estudiantes pueden tomar decisiones sin recurrir al cálculo. Además se recomiendan actividades globalizadoras que permitan encontrar relaciones interdisciplinarias con otras áreas poniendo en evidencia conocimientos relacionados con las matemáticas como los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

Un análisis más detallado en Castellanos y Arteaga (2013) muestra que en la Educación básica (primaria y secundaria), se exige organizar la información, pasar por la descripción de la misma y representarla en gráficos sencillos, los desempeños anteriores garantizan que los estudiantes puedan hacer comparaciones y establecer análisis para dar respuesta a situaciones con el tratamiento de la información planteada.

En el cuarto y quinto curso se amplía la gama de gráficos, se usan estos para establecer comparaciones e interpretaciones de la información y producir expresiones críticas y justificadas a los interrogantes planteados. Estos dos niveles muestran implícitamente que los niños conozcan y apliquen estrategias como la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, y después registren lo obtenido y hagan predicciones a partir de ellos.

Objetivo 2 Completar el estudio de los antecedentes a partir de las investigaciones sobre la interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas.

Este objetivo nos permitió reconocer las principales investigaciones que se relacionan con la enseñanza y las dificultades de la temática en el ciclo de primaria y establecer elementos teóricos y conceptuales para definir las variables usadas en este análisis.

Las principales investigaciones consideradas en este estudio fueron: (1) Las relacionadas con los gráficos estadísticos según Arteaga, Batanero y Contreras (2011). (2) La noción de cultura estadística según Gal (2002, p.2-3) que incluye competencias para evaluar críticamente e interpretar la información estadística y para discutir y comunicar al respecto de la información. (3) El concepto de comprensión gráfica según Friel, Curcio y Bright (2001) que indica las habilidades para leer un gráfico y para entender el significado del mismo. (4) Los elementos del marco conceptual sobre la comprensión de gráficos estadísticos según Watson (2006) en particular los relacionados con la lectura, interpretación, construcción y evaluación de gráficos.

En general notamos que la investigación educativa sobre representación de datos ha logrado avanzar vertiginosamente en los últimos años, buscando comprender la naturaleza del proceso de su enseñanza y aprendizaje, tanto desde la perspectiva del profesor como del alumno. Para nuestro análisis asumimos como referentes: los niveles de lectura definidos en Curcio (1989) y complementados por Friel, Curcio y Bright (2001); y los niveles de complejidad semiótica de los gráficos y tablas establecidos por Arteaga (2011).

Objetivo 3. Identificar las características generales para la evaluación del componente aleatorio en el área de matemáticas de la prueba SABER.

Este objetivo nos ofrece las condiciones de aplicación, los elementos que definen las competencias, y las características que conforman la evaluación del componente aleatorio de la prueba de matemáticas, cual nos permitió ubicar y seleccionar ítems que incluyen gráficos y tablas estadísticas en las aplicaciones durante los años 2002-2009 para el último grado de primaria (grado 5°)

SABER, 3°, 5°. y 9°, se han aplicado en forma censal en cuatro ocasiones una entre 2002 y 2003, otra entre 2005 y 2006, posteriormente en el 2009 y la última en 2012, de acuerdo con el calendario académico (A y B) vigente en las entidades territoriales; esta prueba está en relación con los Estándares Básicos de Competencias, con el fin de conocer el desarrollo de las competencias básicas en matemáticas.

En coherencia con los lineamientos curriculares toma como referente los *conocimientos, procesos y contextos*, que permiten evaluar el significado de los conceptos matemáticos y su matematización, exigiendo al estudiante simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar y generalizar. También observan el desarrollo de las descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones.

Para el 5° grado prueba en el componente aleatorio indaga por la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, de tipos de crecimiento, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central.

Objetivo 4. *Analizar los gráficos y tablas estadísticas de las pruebas liberadas SABER 2003, 2006 y 2009 para área de matemáticas en particular para el componente aleatorio*

Este análisis permite comparar y describir de las principales tareas necesarias en la solución de ítem; el tipo de representación; las competencias solicitadas, el nivel de lectura gráfica y el nivel de complejidad semiótica de las representaciones presentes en los ítems analizados. Este objetivo es el más extenso y en detalle se ve en el anexo, el cual incluyen análisis descriptivo para cada una de las variables definidas y en términos generales.

Las representaciones usadas en los ítems de la prueba SABER para los años 2003, 2006 y 2009 solicitan a los estudiantes extraer información cuantitativa, organizar y percibir patrones y estructuras solicitadas en los ítems que evalúa la competencia matemática para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. En dichos ítems se representan, datos, distribuciones de frecuencia (absoluta y relativa) para variables discretas, en conjuntos, tablas y gráficos, entre los que sobresalen los diagramas de barras y las tablas simples; se observa desequilibrio para los diagramas de sectores, pictogramas y de líneas. (porcentaje menores al 30% para el total de ítems analizados).

La competencia de mayor porcentaje observada en el análisis es la comunicación (más del 50%.); en las representaciones que solicitan esta competencia los estudiantes deben hacer observación, interpretación y evaluación de información estadística y producir argumentos basados en datos que aparecen en con los gráficos y tablas de los ítems analizados; es decir, observan la alfabetización estadística como lo señala Gal (2000, p.135). Por lo cual los estudiantes deben poner en evidencia el conocimiento y dominio de contenidos matemáticos para hacer lectura y comprensión de los gráficos en contextos particulares.

Una parte importante de las tareas solicitadas en los ítems analizados buscan la interpretación y lectura de representaciones en contextos diversos, con el paso de los años la prueba SABER no supone simplemente el cambio de un tipo de representación a otra o el uso de un concepto dado. Por el contrario, en cada gráfico se representa además de la distribución de frecuencias una serie de conceptos que varían de un gráfico a otro, Según Watson (2006) dando paso a la lectura crítica de la información necesaria en la resolución de las situaciones planteadas en los diferentes contextos

Los gráficos y tablas que se representan en los ítems analizados muestran

convenios de construcción que según Arteaga (2011) el alumno debe reconocer y recordar y que le permite su lectura e interpretación. Los ítems analizados con el transcurso del tiempo para la diferentes pruebas aplicadas evolucionan en “*nivel de complejidad semiótica*” desde el nivel N 1 hasta el nivel N4. Sin duda, el nivel N3 es el más usado en las representaciones estudiadas.

El nivel de lectura según la clasificación de Curcio, (1989) indica que la mayoría de los gráficos y tablas usados en los ítems analizados solicitan el nivel “leer entre datos” con muy pocos en nivel “leer los datos”, esto supone por parte de los estudiantes la realización de tareas y actividades matemáticas que incluyen múltiples funciones semióticas de lectura , representación, traducción, comparar y calcular; cada una de las cuales les permite justificar y encontrar la respuesta a la situación.

4.2. LIMITACIONES DEL ESTUDIO Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En este estudio sólo nos hemos centrado el analizar las tablas y gráficos estadísticos para los ítems del componente aleatorio de la prueba SABER del grado 5°; nosotros en este caso nos hemos centrado en el estudio de los demás componentes que constituyen la prueba del área de matemáticas, ni tampoco en las aplicaciones para el grado 9° y 11°. El estudio tiene otras líneas de investigación si en futuro se realiza el estudio para estos dos grados y en los demás componentes conceptuales de la prueba de matemáticas.

Otra limitación de nuestro trabajo es el tamaño de la muestra que podría ser ampliado en un futuro al considerar otros niveles de aplicación y los ítems de la prueba del año 2012 la cual estará en breve disponible.

En un futuro podría realizarse una investigación que estudie las principales dificultades y hallazgos cuando los alumnos tengan que interpretar críticamente gráficos estadísticos para concluir un proyecto de análisis de datos como lo plantean las directrices curriculares. De igual manera queda abierta la línea de investigación en formación de docentes, en la cual este estudio tiene pertinencia

6. REFERENCIAS

- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2(3). Online: <http://www.iejme.com/032007/d10.pdf>.
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. Trabajo fin de Máster. Universidad de Granada.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Indivisa* 12, 123-135.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Unión* 18, 93-104.
- Arteaga, P., Batanero, C., Ortiz, J.J. y Contreras, J.M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones* 41, 33-49.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística. Conferencia inaugural*. Buenos Aires.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Bertin, (1967). *Semiologie graphique*. Paris: Gauthier-Villars.
- Caraballo, R. (2010). *Análisis de los ítems de las pruebas de evaluación de diagnóstico en competencia matemática para el segundo curso de la educación secundaria obligatoria en España, 2008-2009: un estudio exploratorio*. Trabajo fin de Máster. Universidad de Granada.
- Caraballo, R., Rico, L. y Lupiáñez, J (2011). Análisis de los ítems de las evaluaciones autonómicas de diagnóstico en España: 2008-2009. *Unión* 26, 27-40.
- Castellanos, M.T y Arteaga, P (2013). Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 397-404). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática

- Castiblanco, A. C., Camargo, L., Villarraga, M. E., y Obando, G. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Apoyo a los lineamientos curriculares*. Santafé de Bogotá, D.C.: Ministerio de Educación Nacional.
- Castiblanco, A. C., Urquina, H., Camargo, L., y Moreno L. E. (2004). *Tecnología informática: Innovación en el currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media*. Bogotá: MEN.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education* 18 (5), 382-393.
- Curcio, F. R. (1989). Developing graph comprehension. Reston, VA: N.C.T.M.
- Cleveland, W. S. y McGill, R. (1984). Graphical perception: theory, experimentation and application to the development of graphical methods. *Journal of the American Statistical Association*, 79(387), 531-554.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática* 11, 99-119.
- Espinel, C., González, T., Bruno, A. y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística* (pp. 133-156). Melilla. Facultad de Humanidades y Educación.
- European Commission (2010). *National testing of pupils in Europe: Objectives, organisation and use of results*. Bruselas: Autor. Disponible en http://eacea.ec.europa.eu/education/Eurydice/documents/thematic_reports/109EN.pdf
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. On line: www.amstat.org/Education/gaise/.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- Gil, G. y Tiana, F. (2002). Oportunidades regionales en la participación en estudios comparativos internacionales de evaluación educativa. *Revista Iberoamericana de educación* 28, 159-196.

- ICFES (2008). Colombia en PISA 2006. Síntesis de resultados. Bogotá: Autor.
- ICFES (2012). *Pruebas saber 3o., 5o. Y 9o. Lineamientos* Bogotá, MEN
- Joaristi, L. y Lizasoain, L. (2008). Estudio de la dimensionalidad empleando análisis factorial clásico y análisis factorial de información total: Análisis de pruebas matemáticas de primaria (5º y 6º cursos) y secundaria obligatoria. *RELIEVE* 14 (2), 1-18.
- Kosslyn, S. M. (1985). Graphics and human information processing. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 499–512.
- Lee, C. y Meletiou, M. (2003). Some difficulties of learning histograms in introductory statistics. *Joint Statistical Meetings- Section on Statistical Education*. Disponible en: <http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>.
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14 (1), 2-8.
- Lizasoain, L. y Joaristi, L (2009). Análisis de la dimensionalidad en modelos de valor añadido: estudio de las pruebas de matemáticas empleando métodos no paramétricos basados en TRI. *Revista de Educación*, 348, 175-194
- Ministerio de Educación (2009a). *PISA 2009. Programa para la evaluación internacional de alumnos de la OCDE. Informe español*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación (2009b). *Evaluación general de diagnóstico 2009. Marco para la evaluación*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación (2011). *TIMSS 2011 Marcos de la evaluación*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). *Ley Orgánica de Educación*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). *PISA 2006. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. Informe español*. Madrid: Autor.
- Ministerio de Educación Nacional (1988) *Propuesta de programa curricular. Marco General. Educación Básica Secundaria Grados 6, 7, 8, 9*. Bogotá: CASE.
- Ministerio de Educación Nacional (1990). *Marco general matemáticas. Propuesta de programa curricular. Educación básica secundaria*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (1996a). *Decreto 1860 DE 1994 por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994 en los aspectos pedagógicos y organizativos generales*. Bogotá: MEN.

- Ministerio de Educación Nacional (1996b). *Resolución 2343 de 1996 por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (1998a). *Indicadores de logros curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. (MEN)
- Ministerio de Educación Nacional (1998b). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (2002a) *Decreto 230 de 2002. Por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional*. MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (2002b). *Estándares para la excelencia en la educación. Estándares curriculares para las áreas de matemáticas, lengua castellana y ciencias naturales y educación ambiental para la educación preescolar, básica y media*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (2003a). *La revolución educativa. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje. Educación Básica y Media*. Bogotá: Centro de pedagogía Participativa.
- Ministerio de Educación Nacional (2003b). *Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas*. Bogotá: Enlace.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (2009). *Decreto 1290. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (2011). *Plan sectorial educativo 2011 – 2014*. Bogotá, Mimeo, p. 1-15.
- Ministerio de Educación Nacional (2012). *Pruebas saber 3o., 5o. Y 9o. Aplicaciones Muestral y censal 2011*. Bogotá, MEN.
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P. y Arora, A. (2011). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Boston: TIMS and PIRL Study Centre.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Autor.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- OECD (2009). Learning mathematics for life: A perspective from PISA. Disponible en www.oecd.org.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world. First results from PISA 2003*. Paris: autor.
- OECD (2012). *PISA 2012 mathematics framework*. Paris: autor.
- Pereira-Mendoza, L. y Mellor, J. (1990). Student's concepts of bar graph: Some preliminary findings. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*. Voorburg: International Statistical Institute. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Perales, F. J., & Jiménez, J. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de texto. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(3), 369-386.
- Pinker, S. (1990). A theory of graph comprehension. En R. Freedle (Ed.), *Artificial intelligence and the future testing* (pp. 73-126). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Recio, T. (2006). Pisa y la evaluación de las matemáticas. *Revista de Educación*, extraordinario 2006, pp. 263-273.
- Rico, L. (2003). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003. En Ministerio de Educación y Ciencia (Ed.), *PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas* (pp. 11-25). Madrid: MEC.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editor.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, (Extraordinario 2006), 275-294.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates percentages. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase.

- Scholz, R. (1987). *Decision making under uncertainty*. Amsterdam. North Holland.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher* 21(1), 14-23.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wu, Y. (2004, Julio). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el *10th International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Dinamarca.

ANEXO 1. ANALISIS DE LOS ITEMS SOBRE TABLAS Y GRÁFICOS EN LAS PRUEBAS SABER 5°

En este anexo analizamos y describimos cada uno de los ítems, sobre tablas y gráficos estadísticos, presentes en las pruebas SABER de 2003, 2006 y 2009, para los dos calendarios disponibles en cada caso (A y B). Se analizan, para cada uno de los ítems, la competencia evaluada, tipo de representación, nivel de lectura del gráfico o la tabla, nivel de complejidad semiótica y actividades a realizar por los estudiantes.

1. CALENDARIO A DEL 2003

En un curso de 30 estudiantes, la mitad prefiere leer cuentos de misterio (CM), una cuarta parte prefiere leer artículos de revistas (AR) y el resto prefiere leer dibujos animados (DA). Una forma de representar las preferencias de los 30 estudiantes es

A.

B.

C.

D.

1

Competencia evaluada	Comunicación:	Clave C Código 1.A.1
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Clasificar y organizar la información del enunciado; Traduce enunciado a representación.	

Natalia tenía una tarea por hacer: una encuesta sobre programas de TV. Invito a los niños de la fiesta a que escogieran sus preferencias y las organizó en la siguiente tabla:

TIPO DE PROGRAMA	NÚMERO DE NIÑOS
Concursos Infantiles (CI)	10
Dibujos Animados (DA)	30
Deportivos (D)	7
Títeres y Cuentos (TC)	18
Ninguno (N)	3

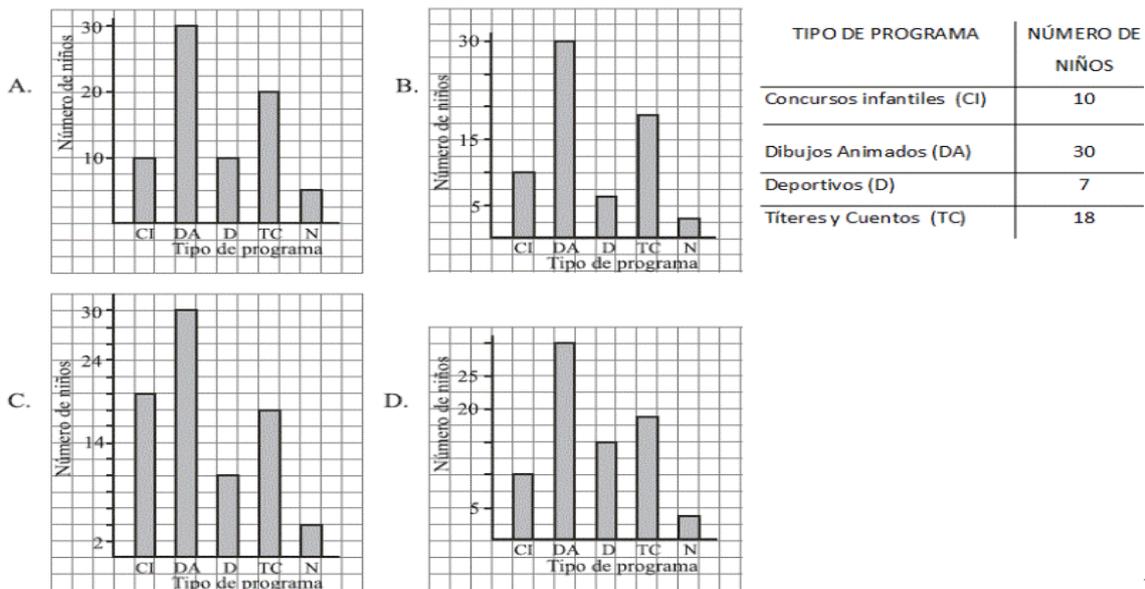
Si cada niño dió una única respuesta, ¿cuántos niños fueron encuestados?

A. 30
B. 45
C. 65
D. 68

5

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D Código 1.A.2
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla	
Actividad pedida	Calcular (sumar frecuencias de los distintos valores de la variable); Leer los datos	

Natalia tenía una tarea por hacer: una encuesta sobre programas de TV. Invitó a los niños de la fiesta a que escogieran sus preferencias y las organizó en la siguiente tabla:



El

grafico que mejor representa los datos de la tabla es

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B Código 1.A.3
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla y en un gráfico (separados)	
Actividad pedida	Leer datos. Traducir representaciones de datos	

La siguiente tabla muestra la cantidad de carbohidratos que contiene una porción de tres de estos alimentos

ALIMENTO	CANTIDAD DE CARBOHIDRATOS POR PORCIÓN
Sopa	52,50 gramos
Arroz	52,6 gramos
Pasta	52,05 gramos

Si ordenamos los alimentos de **menor a mayor** cantidad de carbohidratos contenidos, el orden es

- A. pasta - sopa - arroz
- B. sopa - pasta - arroz
- C. sopa - arroz - pasta
- D. pasta - arroz - sopa

7

Competencia evaluada	Comunicación	Clave A Código 1.A.4
Tipo de representación	Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Clasificar y organizar; Comparar los datos; leer datos	

La siguiente tabla muestra la cantidad de carbohidratos que contiene una porción de tres de estos alimentos

ALIMENTO	CANTIDAD DE CARBOHIDRATOS POR PORCIÓN
Sopa	52,50 gramos
Arroz	52,6 gramos
Pasta	52,05 gramos

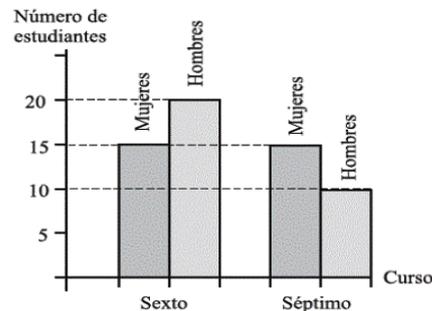
Si la comida de cada niño contiene una porción de cada uno de los tres alimentos, ¿cuántos carbohidratos consume cada niño?

- A. 109,71 gramos
- B. 156,115 gramos
- C. 156,61 gramos
- D. 157,15 gramos

8

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D Código 1.A.5
Tipo de representación	Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Calcular (sumar las distintas frecuencias); Leer los datos	

La gráfica muestra el número de estudiantes por sexo que hay en cada uno de los cursos sexto y séptimo de un colegio.



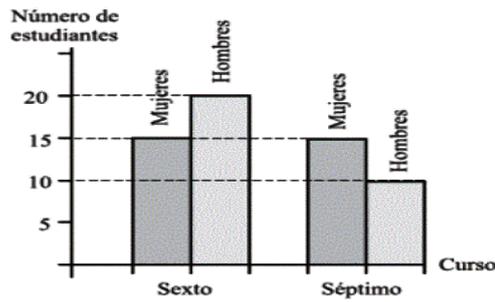
¿Cuántos estudiantes entre hombres y mujeres hay en séptimo?

- A. 15
- B. 20
- C. 25
- D. 35

16

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C Código 1.A.6
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas (doble)	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos.	
Nivel semiótico	Nivel 4. Gráfico conjunto para dos distribuciones.	
Actividad pedida	Leer datos; Calcular	

La gráfica muestra el número de estudiantes por sexo que hay en cada uno de los cursos sexto y séptimo de un colegio.



Del total de estudiantes de sexto y séptimo es cierto que

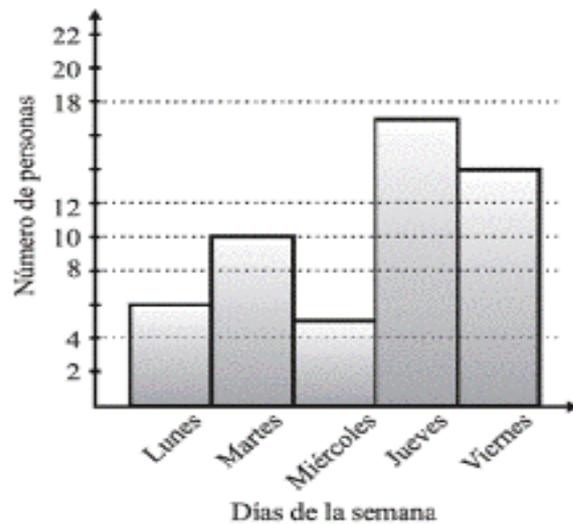
- A. 15 % son mujeres
- B. 30 % son mujeres
- C. 45 % son mujeres
- D. 50 % son mujeres

17

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave D Código 1.A.7
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas (doble)	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4. Gráfico conjunto para dos distribuciones.	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Calcular;	

2. CALENDARIO B. AÑO 2003

La siguiente gráfica muestra la cantidad de personas atendidas en un centro médico durante una semana.



La tabla que representa la información dada en la gráfica es

A.

Día	Número de personas
Lunes	5
Martes	10
Miércoles	4
Jueves	14
Viernes	13

B.

Día	Número de personas
Lunes	6
Martes	10
Miércoles	4
Jueves	15
Viernes	14

C.

Día	Número de personas
Lunes	5
Martes	10
Miércoles	5
Jueves	18
Viernes	13

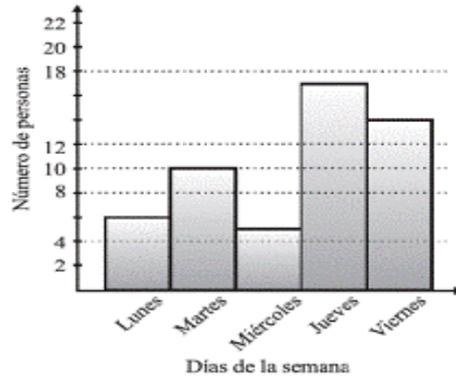
D.

Día	Número de personas
Lunes	6
Martes	10
Miércoles	5
Jueves	17
Viernes	14

20

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D Código 1.B.1
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en tabla y gráfico	
Actividad pedida	Leer datos. Traducir representaciones	

La siguiente gráfica muestra la cantidad de personas atendidas en un centro médico durante una semana.



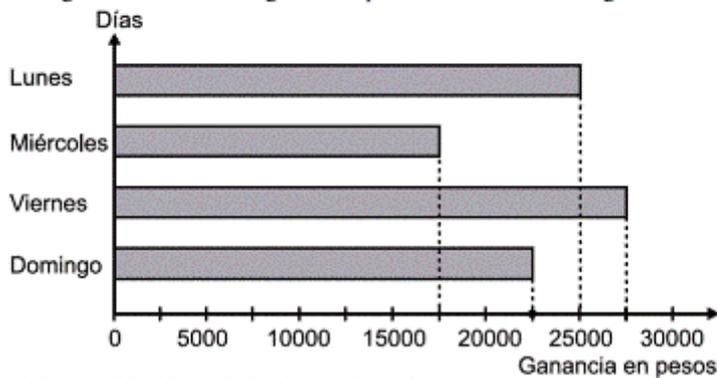
De acuerdo a la información de la gráfica es correcto afirmar que

- A. el martes se atendieron menos personas que el jueves, pero más que el viernes.
- B. el viernes se atendieron más personas que el miércoles, pero menos que el jueves.
- C. el viernes se atendieron menos personas que el lunes, pero más que el jueves.
- D. el miércoles se atendieron más personas que el lunes, pero menos que el martes.

19

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave B Código 1.B.2
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos de la distribución; Interpretar un gráfico;	

Don Rubén, por cada 10 unidades que vende de un nuevo producto gana 2500 pesos. En la siguiente gráfica se muestra la ganancia que don Rubén obtuvo algunos días de la semana.



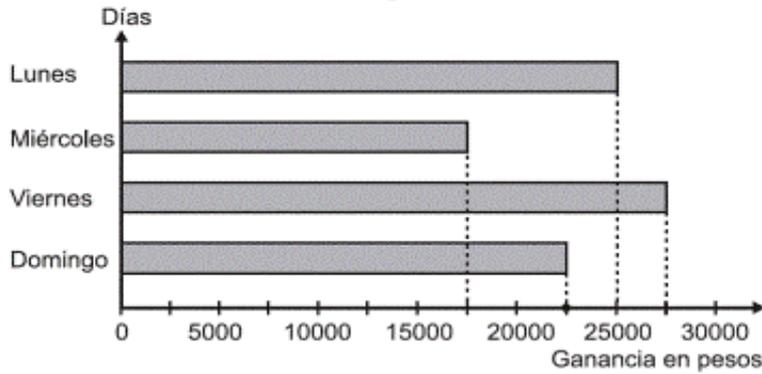
¿Qué día vendió 109 unidades del producto?

- A. el lunes.
- B. el miércoles.
- C. el viernes.
- D. el domingo.

11

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave C Código 1.B.3
Tipo de representación	Diagrama de barras (horizontal)	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; calcular	

Don Rubén, por cada 10 unidades que vende de un nuevo producto gana 2500 pesos. En la siguiente gráfica se muestra la ganancia que don Rubén obtuvo algunos días de la semana.



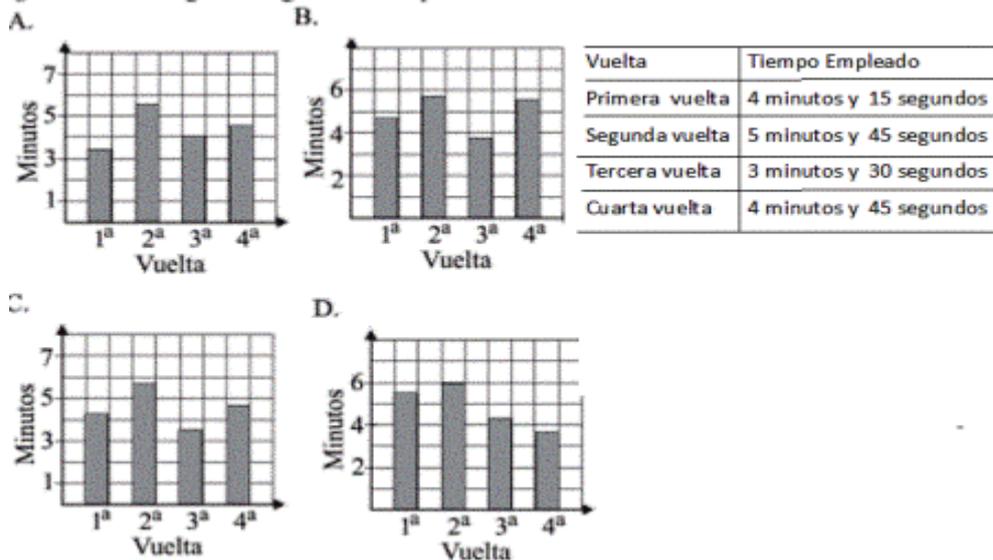
De acuerdo con la información de la gráfica, la venta del día domingo fue de

- A. 90 unidades.
- B. 100 unidades.
- C. 2250 unidades.
- D. 2500 unidades.

10

Competencia evaluada	Resolución de problema	Clave A Código 1.B.4
Tipo de representación	Diagrama de barras (horizontal)	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Calcular	

¿En cuál de las siguientes gráficas se representan correctamente los datos de la tabla?



6

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave C Código 1.B.5
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 2 Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico y tabla	
Actividad pedida	Leer datos. Traducir representaciones	

Luis dió cuatro vueltas alrededor de una pista de atletismo. El tiempo que él empleó en dar cada vuelta se muestra a continuación:

Vuelta	Tiempo Empleado
Primera vuelta	4 minutos y 15 segundos
Segunda vuelta	5 minutos y 45 segundos
Tercera vuelta	3 minutos y 30 segundos
Cuarta vuelta	4 minutos y 45 segundos

El tiempo total que empleó Luis en dar las cuatro vueltas alrededor de la pista fue de

- A. 16 minutos.
- B. 16 minutos y 30 segundos.
- C. 17 minutos.
- D. 18 minutos y 15 segundos.

5

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D Código 1.B.6
Tipo de representación	Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Calcular (sumar los distintos tiempos mostrados para calcular el tiempo total) ; Leer los datos	

La siguiente tabla presenta datos de una encuesta a 12 personas sobre su tipo de música favorita.

Tipo de música	Vallenato	Clásica	Salsa	Rock
Número de personas	2	1	6	3

De acuerdo con los datos obtenidos **NO** es cierto que

- A. la mitad prefiere salsa.
- B. la tercera parte prefiere el rock .
- C. una sexta parte prefiere el vallenato.
- D. una cuarta parte prefiere el rock.

3

Competencia evaluada	Comunicación	Clave A Código 1.B.7
Tipo de representación	Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 2 Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla	
Actividad pedida	Calcular; Interpretar	

3. CALENDARIO A. AÑO 2006

44.

La siguiente gráfica muestra los porcentajes de proteína contenidos en los huevos del experimento anterior



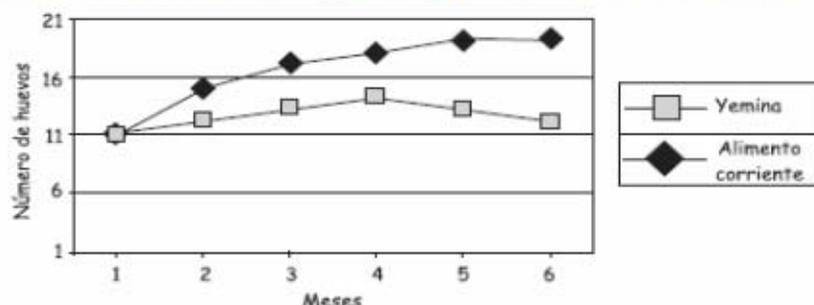
A partir de esta gráfica podemos concluir que los huevos de las gallinas alimentadas con Yemina

- A. son menos nutritivos.
- B. son más nutritivos.
- C. son igual de nutritivos.
- D. no son nutritivos.

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave A Código 2.A.1
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad	Interpretar una representación; Comparar los datos; Leer datos del gráfico	

43.

Un trabajador de la granja les contó a los niños que durante un tiempo dió a algunas gallinas un alimento tradicional y a otras un alimento nuevo llamado *Yemina*, para investigar el efecto en la producción de huevos. En la siguiente gráfica se muestra el resultado.

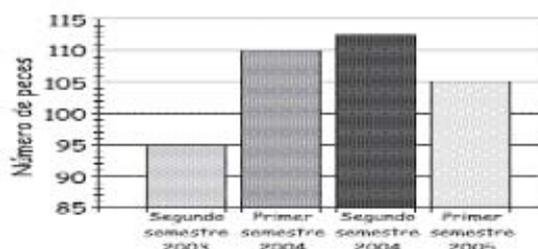


De acuerdo con la gráfica ¿qué debería hacer el trabajador?

- A. Seguir comprando *Yemina* porque no afecta la producción de huevos.
- B. No seguir comprando *Yemina* porque baja la producción de huevos.
- C. Seguir dando *Yemina* a las gallinas porque aumenta la producción de huevos.
- D. No seguir dando *Yemina* a las gallinas porque acaba con la producción de huevos.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave D Código 2.A.2
Tipo de representación	Diagrama línea –múltiple	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer mas allá de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4. Gráfico para dos distribuciones	
Actividad	Comparar dos distribuciones; Interpretar (tendencias de los datos)	

En la siguiente gráfica se muestra el número de peces criados en el estanque durante los dos últimos años.



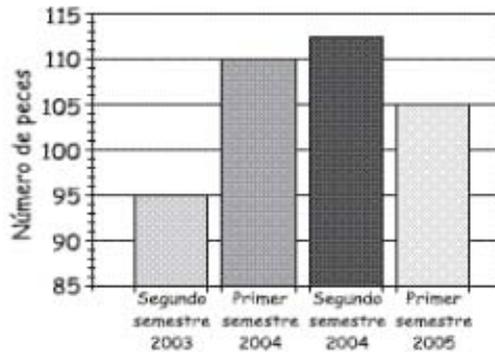
34.

¿Cuántos peces deberían criarse en el segundo semestre del 2005 para que el promedio del año 2005 sea de 110 peces?

- A. 105
- B. 110
- C. 112
- D. 115

Competencias evaluadas	Resolución	Clave D Código 2.A.3
Tipo de representación	Grafico de barras	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer mas allá de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Calcular (promedio); Interpretar gráfico; Leer datos en un gráfico	

En la siguiente gráfica se muestra el número de peces criados en el estanque durante los dos últimos años.



33.

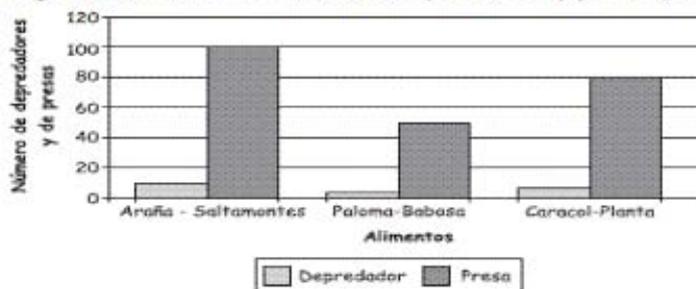
En el 2004 se criaron en total

- A. 112 peces.
- B. 200 peces.
- C. 222 peces.
- D. 227 peces.

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave C Código 2.A.4
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Leer datos en un gráfico; Calcular con la información del gráfico.	

29.

Juan y Manuel contaron algunos animales que encontraron en los alrededores de la laguna. En el siguiente gráfico se muestra el número de depredadores y presas que vieron.

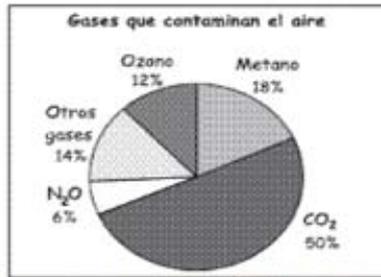


Del gráfico anterior se puede concluir que

- A. el número de depredadores es igual al de las presas.
- B. el número de depredadores es mayor que el número de presas.
- C. el número de presas es mayor que el número de depredadores.
- D. el número de depredadores es proporcional al número de presas.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave C Código 2.A.5
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4 .Gráfico para dos distribuciones	
Actividad	Interpretar gráfico barras adosadas; Comparar dos distribuciones	

La contaminación del aire es un problema ambiental causado por la presencia de algunos gases en la atmósfera. El siguiente gráfico muestra la contribución de los gases que contaminan el aire.



Manuel le explica a Diana que el gas que más influye en la contaminación del aire es el

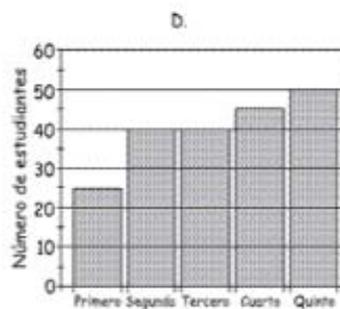
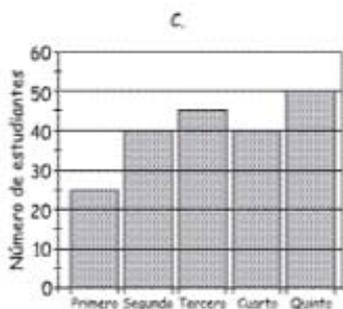
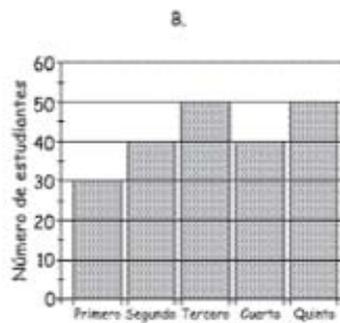
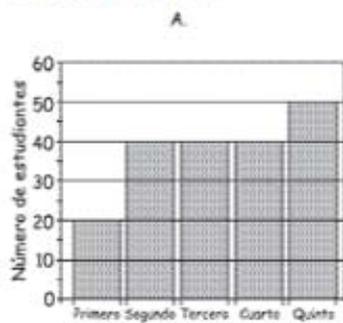
- A. ozono.
- B. dióxido de carbono.
- C. metano.
- D. óxido de nitrógeno.

25

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave B Código 2.A.6
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Comparar datos; Leer frecuencias . Interpretar un gráfico	

15.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente el número de estudiantes que va a la granja por cada grado?



Grado	Número de Estudiantes
Primero	25
Segundo	40
Tercero	45
Cuarto	40
Quinto	50

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave C Código 2.A.7
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencia (gráfico y tabla separados)	
Actividad	Leer tablas y gráficos. Traducir representaciones	

En la siguiente tabla aparece el número de estudiantes que van a la granja por cada grado.

Grado	Número de Estudiantes
Primero	30
Segundo	40
Tercero	45
Cuarto	40
Quinto	50

14. ¿Cuántos estudiantes van en total a la granja?

A. 205
 B. 200
 C. 210
 D. 215

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave D Código 2.A.8
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencia (tabla)	
Actividad	Calcular (sumar frecuencias de los distintos valores de la variable); leer los datos	

Al gato de Manuel le gusta atrapar ratones y, aunque algunos se le escapan, ha logrado comerse varios. El siguiente gráfico muestra cómo ha cambiado el número de ratones en la casa de Manuel.

Tiempo	Número de ratones
Enero	15
Febrero	17
Marzo	18
Abril	18
Mayo	13
Junio	9
Julio	5
Agosto	3
Septiembre	1
Octubre	0

Observa el gráfico. ¿Cuándo compraron el gato?

A. entre febrero y marzo.
 B. entre marzo y abril.
 C. entre abril y mayo.
 D. entre junio y julio.

1

Competencias evaluadas	Comunicación	Clave C Código 2.A.9
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencias en un grafico	
Actividad	Leer los datos; Comparar los datos; Interpretar los datos	

4. CALENDARIO B. AÑO 2006

25. Los niños tomaron jugo de naranja después del partido. Carmen les explicó que este jugo era rico en vitamina C; como el jugo estaba frío los niños se preguntaron si el porcentaje de vitamina C variaba dependiendo del tiempo de congelamiento de las naranjas. ¿Cuál de las siguientes gráficas sirve para resolver esta pregunta?

A.

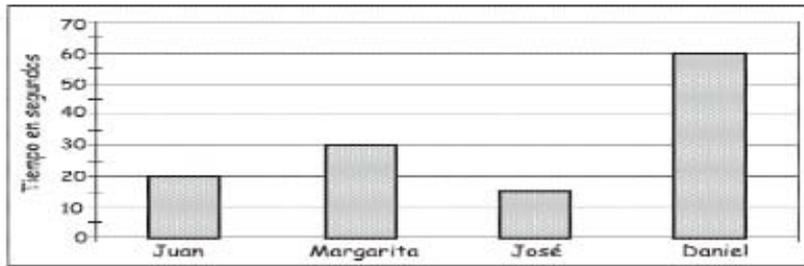
B.

C.

D.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave C Código 2.B.1
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Leer entre datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en gráfico	
Actividad	Leer los datos de los gráficos. Interpretar gráficos;	

20. La siguiente gráfica muestra el tiempo que gastan diferentes niños en recorrer la cancha de baloncesto de un lado al otro.

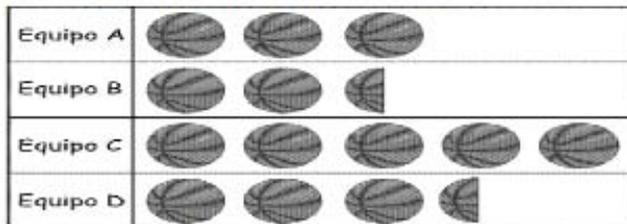


Al comparar las velocidades de los niños puede concluirse que

- A. Daniel es más rápido que Margarita.
- B. Margarita es más rápida que José.
- C. Juan es más lento que Daniel.
- D. José es más rápido que Juan

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave D Código 2.B.2
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad	Interpretar datos (a menor tiempo más rapidez); Comparar los datos.	

19. En la siguiente tabla aparece representado el puntaje que obtuvo cada uno de los equipos en su primer juego

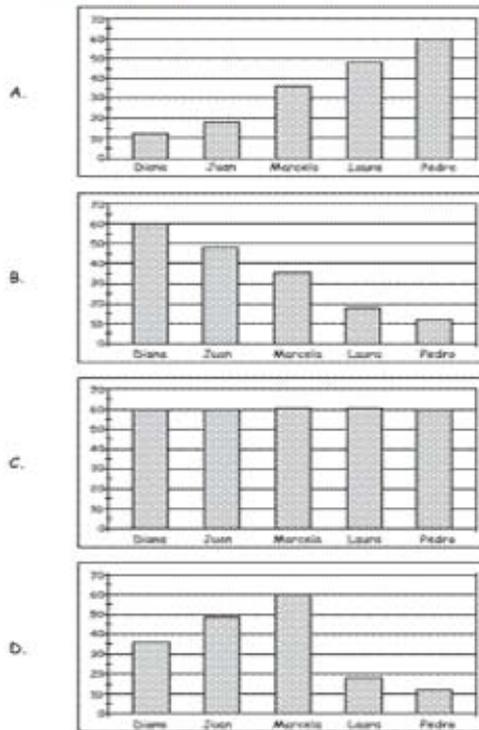


El equipo B obtuvo 10 puntos en su primer juego, ¿cuántos puntos obtuvo el equipo C?

- A. 2 puntos.
- B. 5 puntos.
- C. 10 puntos.
- D. 20 puntos.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave D Código 2.B.3
Tipo de representación	Pictograma	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer entre datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Aparece una distribución de frecuencias (pictograma)	
Actividad	Leer datos; Calcular (para encontrar equivalencias entre el balón y los puntos que representa).	

12. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la información que aparece en la tabla anterior?



Diana	36
Juan	48
Marcela	60
Laura	18
Pedro	12

Competencias evaluadas	Comunicación:	Clave D Código 2.B.4
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla y gráfico	
Actividad	Leer datos; traducir representaciones de datos	

11. En la siguiente tabla se muestra el puntaje acumulado por algunos jugadores después de cuatro turnos.

Diana	36
Juan	48
Marcela	60
Laura	18
Pedro	12

De la información anterior, **NO** es correcta afirmar que por cada punto que obtuvo Pedro

- A. Juan obtuvo 4 puntos.
- B. Laura obtuvo 6 puntos.
- C. Diana obtuvo 3 puntos.
- D. Marcela obtuvo 5 puntos.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave B Código 2.B.5
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad	Comparar los datos presentados; Realizar cálculos con los mismos para responder a la pregunta	

En un grupo de cuatro niñas que tienen la misma preparación y estado físico, quien tiene mayor posibilidad de ganar en una competencia de natación es aquella que ha consumido alimentos más energéticos. En la siguiente tabla se muestra de qué se compone el desayuno de cada niña.

CLASE DE PORCENTAJE DE ALIMENTOS INCLUIDOS EN EL DESAYUNO			
Nombre de la niña	¿Título?		
	% carbohidratos	% proteínas	% grasa
Yuly	20	60	20
Antonia	15	5	80
Marcela	90	20	30
Jimena	80	15	5

37. En la tabla anterior, el espacio destinado al título podría ser llenado con

- A. origen de los alimentos.
- B. propiedades de los alimentos.
- C. funciones de los alimentos.
- D. clasificación de los alimentos.

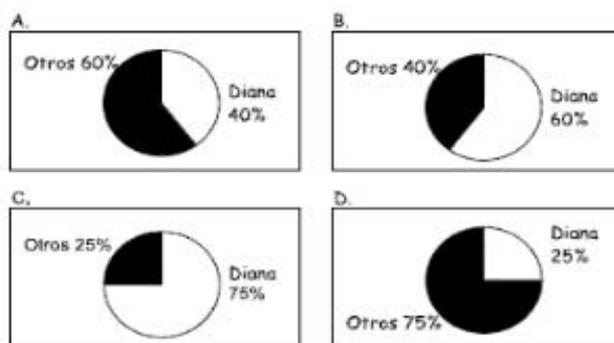
Competencias evaluadas	Comunicación	Clave D Código 2.B.6
Tipo de representación	Tabla múltiple (Triple)	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer entre datos	
Nivel semiótico	Nivel 4 Gráfico para tres conjuntos de datos (en tabla)	
Actividad	Leer datos Interpretar datos e información presentada en especificadores	

38. Según la información de la tabla, la niña que ha consumido el desayuno más energético es

- A. Yuly.
- B. Antonia.
- C. Marcela.
- D. Jimena.

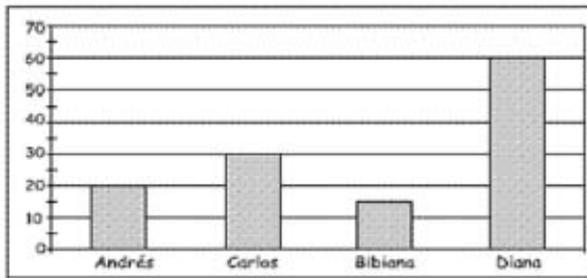
Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave B Código 2.B.7
Tipo de representación	Tabla múltiple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4 Gráfico para tres conjuntos de datos (en tabla)	
Actividad	Comparar; Calcular (Sumar carbohidratos y grasas)	

24. Diana, la mejor jugadora del campeonato, anotó 60 puntos. Si en el campeonato se anotaron en total 240 puntos, la gráfica que representa correctamente esta situación es



Competencias evaluadas	Resolución de problemas	Clave A Código 2.B.8
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Calcular porcentaje; Leer frecuencia	

En la siguiente gráfica se muestra el número de puntos anotados por los mejores jugadores de cada equipo durante el campeonato.



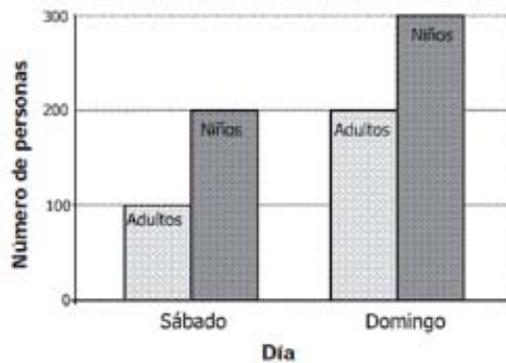
23. Según la información de la gráfica, es correcto afirmar que

- A. Diana anotó el triple de los puntos que anotó Bibiana.
- B. Carlos anotó la cuarta parte de los puntos que anotó Diana.
- C. Andrés anotó la tercera parte de los puntos que anotó Bibiana.
- D. Carlos anotó el doble de los puntos que anotó Bibiana.

Competencias evaluadas	Razonamiento	Clave D Código 2.B.9
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3, Distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Interpretar datos; leer el gráfico; Realizar cálculos con la información presentada en el gráfico; Comparar	

5. CALENDARIO A 2009.

33. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de niños y adultos que ingresaron en el circo el fin de semana:



¿Cuántas personas, en total, ingresaron en el circo el fin de semana?

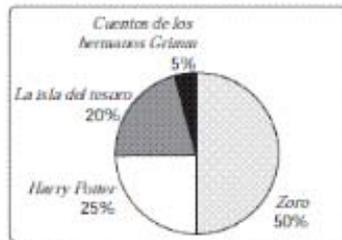
- A. 300 personas.
- B. 500 personas.
- C. 700 personas.
- D. 800 personas.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D Código 3.A.1
Tipo de representación	Diagrama de barra adosadas (doble)	
Nivel de lectura de	Nivel 2. Leer entre los datos.	
Nivel semiótico	Nivel 4. Gráfico conjunto para dos distribuciones.	
Actividad pedida	Leer el gráfico; Realizar cálculos con los datos proporcionados en el gráfico (suma frecuencias)	

23. La profesora Diana les preguntó a 60 estudiantes de grado cuarto cuál de los siguientes libros preferían leer:

- *Zoro*.
- *La isla del tesoro*.
- *Harry Potter*.
- *Cuentos de los hermanos Grimm*.

Con las respuestas obtenidas, la profesora Diana elaboró la siguiente gráfica:



En la clase se leerán los libros escogidos por más de 10 estudiantes. ¿Cuáles son estos libros?

- A. *Zoro* solamente.
- B. *Zoro* y *La isla del tesoro* solamente.
- C. *Zoro*, *Harry Potter* y *La isla del tesoro* solamente.
- D. *Zoro*, *Harry Potter*, *La isla del tesoro* y *Cuentos de los hermanos Grimm*.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave C Código 3.A.2
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad pedida	Calcular porcentaje de población corresponde a 10 estudiantes Interpretar la representación; Comparar frecuencias	

Se les preguntó a los estudiantes de grado quinto de una escuela acerca de su comida favorita. Cada uno escogió una comida entre arepa, fruta, torta y helado. En la siguiente gráfica se presentan los resultados.



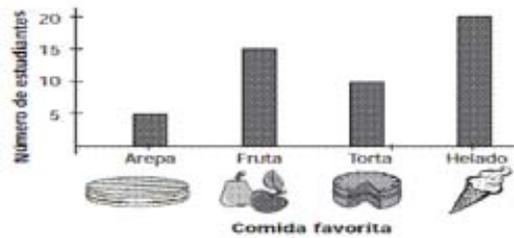
17. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de la comida que escogieron los estudiantes de grado quinto, es o son verdadera(s)?

- I. 20 estudiantes de grado quinto prefieren la fruta.
- II. La comida menos favorita de los estudiantes de grado quinto es la arepa.
- III. A los estudiantes de grado quinto les gusta más la torta que la fruta.

- A. I solamente.
- B. II solamente.
- C. I y III solamente.
- D. II y III solamente.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B Código 3.A.3
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad pedida	Leer los datos; Clasificar y organizar datos; Comparar datos;	

Se les preguntó a los estudiantes de grado quinto de una escuela acerca de su comida favorita. Cada uno escogió una comida entre arepa, fruta, torta y helado. En la siguiente gráfica presentan los resultados.



16. ¿Cuál de las siguientes tablas representa los datos de la gráfica?

A.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	10
Fruta	15
Torta	20
Helado	25

B.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	5
Fruta	15
Torta	10
Helado	20

C.

Comida	Número de estudiantes
Arepa	20
Fruta	15
Torta	10
Helado	5

D.

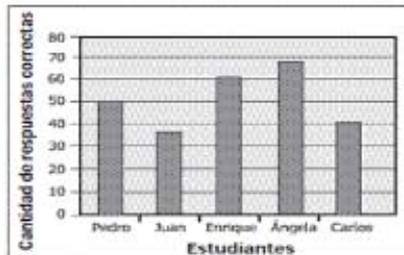
Comida	Número de estudiantes
Arepa	5
Fruta	10
Torta	15
Helado	20

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B Código 3.A.4
Tipo de representación	Diagrama de Barras; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla o gráfico	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Traducir representaciones	

14. Un examen de quinto de primaria contenía preguntas en tres áreas: Matemáticas, Ciencias Naturales y Lenguaje. En la tabla 1 se muestra el número de preguntas en el examen por cada área. En la gráfica 1 se muestra la cantidad de respuestas correctas de algunos de los estudiantes que contestaron el examen.

Tabla 1.

Materia	Número de preguntas
Matemáticas	30
C. Naturales	35
Lenguaje	25



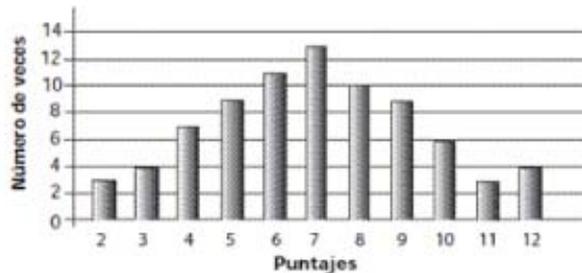
De los estudiantes que se muestran en la gráfica, ¿quiénes contestaron correctamente más de la mitad de las preguntas del examen?

- A. Juan y Carlos, solamente.
- B. Enrique y Ángela, solamente.
- C. Pedro, Juan y Carlos, solamente.
- D. Pedro, Enrique y Ángela, solamente.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D Código 3.A.5
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. leer entre los datos	
Nivel Semiótico	Nivel 3 Gráfico y tabla distribuciones separadas	
Actividad pedida	Comparar distintas representaciones; Interpretar tabla y gráfico; Leer datos del grafico y realizar cálculos. Traducir a otra representación	

9. La siguiente gráfica muestra los puntajes obtenidos por unos jugadores, luego de lanzar varias veces dos dados y sumar los puntos de sus caras superiores.

LANZAMIENTO DE DADOS



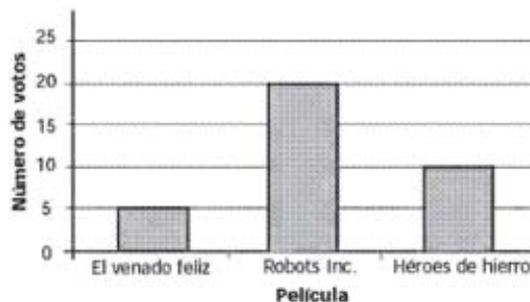
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A. Los puntajes que salieron menos veces fueron el 5, el 9 y el 10.
- B. Los puntajes que salieron más veces fueron el 6, el 7 y el 8.
- C. El puntaje que salió menos veces fue el 12.
- D. El puntaje que salió más veces fue el 4.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B	Código 3.A.6
Representación	Diagrama de barras		
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos		
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico		
Actividad pedida	Leer el gráfico; Comparar los datos.		

6. CALENDARIO B. AÑO 2009.

32. Los estudiantes de quinto grado querían escoger una película para ver en clase y realizaron una votación. La siguiente gráfica muestra los resultados.

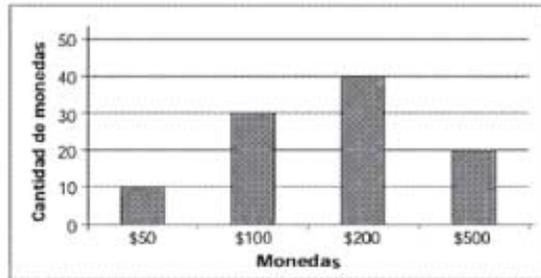


Según los resultados de la votación, la película "Robots Inc." fue escogida

- A. exactamente por la mitad de los estudiantes.
- B. exactamente por un tercio de los estudiantes.
- C. por la mayoría de los estudiantes.
- D. por todos los estudiantes.

Competencias evaluadas	Resolución de problemas	Clave C Código 3.B.1
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3 Distribución de frecuencias en una tabla o gráfico	
Actividad	Realizar cálculos con la información proporcionada en el gráfico; Interpretar; Comparar los datos; Leer frecuencias	

26. La siguiente gráfica muestra la cantidad de monedas de \$50, \$100, \$200 y \$500 que Juanito tenía en su alcancía.



La mayoría de monedas que tenía Juanito en su alcancía eran de

- A. \$ 50
- B. \$ 100
- C. \$ 200
- D. \$ 500

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C. Código 3.B.2
Tipo de representación	Diagramas de barras simples	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad	Leer datos; Comparar frecuencias; Calcular moda	

La siguiente tabla muestra cuántos estudiantes de Quinto A y cuántos estudiantes de Quinto B se inscribieron a las actividades que ofrece el colegio para celebrar el Día del Estudiante.

Actividad	Número de estudiantes inscritos		Total de estudiantes inscritos
	Quinto A	Quinto B	
Bailes	8	8	16
Deportes	10	10	?
Juegos de mesa	7	9	?

16. ¿En cuáles de las actividades, el total de estudiantes inscritos fue el mismo?

- A. Deportes y carrera de observación.
- B. Bailes y juegos de mesa.
- C. Bailes y deportes.
- D. Juegos de mesa y carrera de observación.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B Código 3.B.3
Tipo de representación	Tabla doble	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4 Tabla para dos distribuciones	
Actividad	Comparar datos para dos distribuciones en una tabla; Calcular frecuencias marginales;	

La siguiente tabla muestra cuántos estudiantes de Quinto A y cuántos estudiantes de Quinto B se inscribieron a las actividades que ofrece el colegio para celebrar el Día del Estudiante.

Actividad	Número de estudiantes inscritos		Total de estudiantes inscritos
	Quinto A	Quinto B	
Bailes	8	8	16
Deportes	10	10	?
Juegos de mesa	7	9	?
Carrera de observación	5	9	?

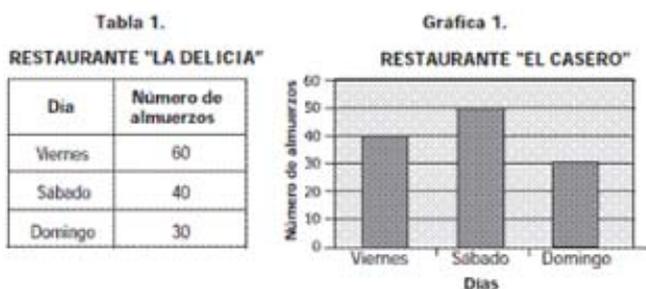
15. Ordenando las actividades, según el número de estudiantes inscritos de Quinto A (de menor a mayor) se obtiene

- A. bailes – juegos de mesa – carrera de observación – deportes.
- B. carrera de observación – juegos de mesa – bailes – deportes.
- C. deportes – juegos de mesa – carrera de observación – bailes.
- D. juegos de mesa – deportes – bailes – carrera de observación.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B Código 3.B.4
Tipo de representación	Tabla múltiple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4. Tabla para dos distribuciones.	
Actividad	Leer la tabla Comparar datos	

10. En la tabla 1 se muestra la cantidad de almuerzos que vendió el restaurante "La Delicia" el fin de semana.

En la gráfica 1 se muestra la cantidad de almuerzos que vendió el restaurante "El Casero" el fin de semana.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A. "La Delicia" vendió menos almuerzos que "El Casero" el fin de semana.
- B. El domingo fue el día en que los dos restaurantes vendieron menos almuerzos.
- C. El sábado, "La Delicia" vendió más almuerzos que "El Casero".
- D. El viernes, "La Delicia" vendió menos almuerzos que "El Casero".

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave B Código 3.B.5
Tipo de representación	Tabla simple, barras simples	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Una distribución de frecuencia (gráfico y tabla separados)	
Actividad	Leer datos y tabla. Interpretar distribuciones de frecuencia; Comparar dos distribuciones	

6. Pablo preguntó a 15 de sus amigos cuál era el color favorito de cada uno. Las respuestas fueron las siguientes:

rojo, azul, verde, negro, amarillo
 negro, azul, verde, amarillo, rojo
 verde, azul, rojo, amarillo, verde

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información obtenida por Pablo?

A.

Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojos	3
Azul	3
Verde	4
Negro	2
Amarillo	3

B.

Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojos	5
Azul	5
Verde	2
Negro	2
Amarillo	1

C.

Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojos	3
Azul	3
Verde	3
Negro	3
Amarillo	3

D.

Color favorito	Cantidad de estudiantes
Rojos	1
Azul	2
Verde	3
Negro	4
Amarillo	5

Competencia evaluada	Comunicación	Clave A Código 3.B.6
Tipo de representación	Conjunto de datos, Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Representa una distribución (en tabla)	
Actividad Pedida	Clasificar y organizar datos; Traducir representación conjunto a tabla; Leer datos	

2. La siguiente tabla muestra el número de votos obtenidos por los estudiantes de un curso, en la elección del representante.

Candidato	Número de votos
Carlos	10
María	15
Diego	5
Paula	20

¿Quién debe ser el representante del curso según los resultados de la votación?

- A. Carlos.
 B. María.
 C. Diego.
 D. Paula.

Competencia Evaluada	Resolución de problemas	Clave D Código 3.B.7
Tipo de representación	Tabla de datos	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer entre los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Representa una distribución (en tabla)	
Actividad pedida	Comparar frecuencias; Calcular la moda; lee datos de la tabla	

Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia

Castellanos Sánchez, María Teresa¹, Arteaga Cezón, Pedro²

¹Universidad de los Llanos

²Universidad de Granada

Resumen

En la actualidad mucha información estadística es presentada a través de gráficos tanto en los medios de comunicación como en otros ámbitos de la actividad humana, en este sentido se hace necesario que los ciudadanos sean capaces de tratar críticamente información estadística presentada a través de gráficos, además la comprensión gráfica, forma parte de la cultura estadística que toda persona bien formada debería tener.

Directrices curriculares tanto a nivel nacional como internacional se hacen eco de esta necesidad, incluyendo el trabajo con estadística desde los primeros cursos de la Educación primaria. En este trabajo, nuestro objetivo principal es analizar los currículos oficiales de Colombia y España y ver cómo se afronta el trabajo con gráficos estadísticos en la escuela primaria, realizando comparación de los mismos para resaltar las similitudes y las diferencias significativas encontradas.

La comunicación comienza con la importancia de la estadística en los planes curriculares, para seguir con un análisis de ambos currículos, continuando con un estudio comparado de cómo se aborda el trabajo con gráficos estadísticos en la escuela primaria en dichos documentos. Se finaliza con conclusiones e indicaciones que pueden ser de utilidad para profesores y profesores en formación de primaria.

Palabras clave: Currículo, Gráficos Estadísticos, Sistemas de Datos, Tratamiento de la Información.

1. Introducción

Una de las principales preocupaciones de la educación es dotar a los estudiantes de competencias que les permitan desenvolverse en una sociedad que exige a los ciudadanos estar bien informados, en este sentido, la capacidad para leer y entender datos estadísticos es una necesidad social producto del desarrollo de la estadística como disciplina científica desde finales del siglo XIX.

Arteaga (2011) indica que, en la actualidad, mucha de la información presente en los medios de comunicación e Internet está en forma de gráficos estadísticos, por ello, es importante que los ciudadanos sean capaces de tratar con este tipo de información que encontrarán en distintos ámbitos de su vida. En este sentido, cita a diversos autores, que ponen de manifiesto la importancia de que los ciudadanos tengan buenos niveles de cultura estadística (por ejemplo, Gal, 2002; Watson, 2006).

Toda esta importancia, pone de manifiesto la inclusión de temas relacionados con la estadística y en particular con los gráficos y tablas, principalmente para el tratamiento de la información y el análisis de datos, en las directrices curriculares tanto a nivel internacional (NTCM, 2000; Franklin y cols., 2005; MEN 2006.) como a nivel nacional en España, para la Educación primaria.

Por este motivo en este trabajo nos interesamos en el análisis detallado de los currículos oficiales para la educación primaria de España y Colombia. Uno de nuestros objetivos es ver cómo se aborda en dichos documentos el trabajo con temas relacionados a la estadística y en particular con tablas y gráficos estadísticos desde los primeros cursos, además, de realizar un análisis comparativo de ambos currículos. Pretendemos con esto poner en evidencia la importancia actual que se da en las directrices curriculares a temas de tratamiento de la información y el análisis de datos; y hacer una llamada de atención a la necesidad de formar profesores de educación primaria, tanto en temas relacionados con el contenido de matemática así como aspectos didácticos del contenido.

2. Antecedentes de investigación

En este apartado vamos a resumir algunas de las investigaciones en las que se pone de manifiesto la importancia de la educación estadística en nuestra sociedad y destacamos algunas de las relacionadas con los gráficos estadísticos, que nos servirán de utilidad a la hora de analizar las directrices curriculares de España y Colombia. Partimos del trabajo de síntesis de Arteaga, Batanero y Contreras (2011) y de las referencias incluidas en el mismo.

Una de las nociones importantes es la de cultura estadística, que según Gal (2002, p.2-3) se trata de dos competencias relacionadas: una es la habilidad para evaluar críticamente e interpretar la información estadística, apoyados en datos o fenómenos que son observados en diferentes contextos, sin limitarse a ellos y la otra es la habilidad para discutir y comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas. Según autores como Ridgway, Nicholson y McCusker (2008) el gran desarrollo de las nuevas tecnologías en nuestra sociedad hacen necesario que los ciudadanos sean capaces de tratar con información estadística presentada de maneras muy diversas, por lo tanto aseguran que la necesidad de que los ciudadanos sean estadísticamente cultos nunca había sido mayor.

Friel, Curcio y Bright (2001) definen comprensión gráfica como las habilidades que las personas que han de leer un gráfico tienen que poner en juego para entender el significado del mismo. Wu (2004) basándose en el estudio de Friel y colaboradores define un marco conceptual con cuatro componentes sobre la comprensión de gráficos estadísticos: lectura, interpretación, construcción y evaluación de gráficos.

Por su parte, Watson (2006), plantea desarrollar en los estudiantes el conocimiento básico de los conceptos de estadística y probabilidad presentando contextos amplios que enfrenen a los niños en la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos. En relación a los gráficos estadísticos, la autora pone de manifiesto que son muchas las habilidades necesarias para llegar a desarrollar una buena comprensión gráfica debido en parte a que el desarrollo de esta está relacionado con distintos elementos del currículo de matemáticas como porcentajes, proporcionalidad, fracciones, geometría, etc.

Debido a todo esto, se hace necesario la educación de los niños en relación a la estadística y en particular en relación a los gráficos estadísticos. A continuación vamos a analizar cómo los currículos internacionales se hacen eco de esta necesidad incluyendo la estadística y el trabajo con gráficos desde primeros cursos de educación primaria.

3. Estadística y directrices curriculares internacionales

En los estándares NCTM (1991) se establecieron, pautas y recomendaciones, dirigidas a los profesores, sobre la manera de afrontar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la escuela tanto en términos genéricos, como en cada tópico específico, como es el caso de la representación de datos. En este sentido, se propone que los alumnos se involucren en la recogida, organización y descripción de los datos y sean capaces de

construir, leer e interpretar gráficas, así como analizar tendencias y proponer conjeturas y predicciones a partir de los datos.

Así, la Estadística y el análisis de datos se incorporaron como un componente principal de la matemática escolar durante los 90s (NCTM, 1991). Este cambio creó una enorme necesidad de programas para el desarrollo profesional de profesores en torno al análisis de datos tanto para aquellos profesores que no tuvieran experiencia con los problemas y situaciones de análisis de datos que tenían que enseñar, hasta los profesores con una amplia experiencia docente.

Posteriormente, los estándares NCTM (2000) justifican el bloque de análisis de datos y probabilidad debido a la cantidad de datos disponibles para la toma de decisiones tanto en campos de la vida cotidiana como del terreno profesional. Inspirado en dichos estándares, en el proyecto GAISE (Franklin y cols., 2005) se destaca como principal objetivo para la enseñanza, la alfabetización estadística. El proyecto además recomienda formar desde los primeros niveles de Educación (incluye Infantil) a los estudiantes para que desarrollen habilidades estadística y ellos puedan: razonar a partir de datos empíricos; comprendan y explicar la variación de los datos; percibir, cuantificar y justificar el comportamiento de los datos.

Es necesario mencionar, que el incremento de los contenidos de Estadística en las escuelas de secundaria y en la Educación Superior ha conducido a varios intentos de estandarizar el currículo en estadística. En 2007 la American Statistical Association (ASA) publicó el reporte denominado Pautas para la Evaluación e Instrucción en Educación Estadística, desde preescolar hasta universidad. (Franklin et al., 2005).

Por último, no podemos dejar de lado la importancia que se le ha dado a la incertidumbre en el marco de la Evaluación PISA (OECD, 2009) y, al pensamiento aleatorio y al análisis de datos en las pruebas SABER- Colombia; donde se observa las capacidades de los estudiantes para descifrar, representar en términos matemáticos y predecir resultados en situaciones que implican el manejo de datos de distinta naturaleza.

Hemos visto en los apartes anteriores las recomendaciones internacionales, donde en los últimos 20 años se sugiere la enseñanza de la estadística en la escuela, sin embargo, encontramos que la tendencia a introducirla con niños cada vez más pequeños y a hacer más significativa su enseñanza, es reciente (Arteaga, 2011).

4. Estadística en los currículos de Colombia y España

A continuación vamos a analizar los currículos oficiales para la Educación Primaria en España y Colombia en relación a la enseñanza de la Estadística y en particular en relación a los gráficos estadísticos.

4.1. Currículo de España

En España la Educación primaria tiene carácter obligatorio y gratuito, comprende seis cursos organizados en tres ciclos de dos cursos cada uno, los alumnos se incorporan al primer curso el año que cumplan seis años. En este currículo, una de las áreas de conocimiento es la de Matemáticas dentro de la cual se incorpora un nuevo bloque de contenido (Bloque 4), llamado Tratamiento de la información, azar y probabilidad (MEC, 2006).

El objetivo principal de dicho bloque de contenido es utilizar las técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones del entorno; representarla de forma gráfica y numérica que les permitan a los estudiantes formarse un juicio sobre la misma.

Así mismo, este objetivo se concreta con los principales propósitos recomendados para este bloque de contenido (MEC, 2006): (1) Conectar los contenidos con actividades que implican su uso en otras áreas de conocimiento; (2) Comprender la información que proviene de los medios de comunicación; (3) Suscitar el interés por los conocimientos básicos de la estadística; (4) Proporcionar al estudiante herramientas para la toma de decisiones, en los contextos de las matemáticas y de otras áreas; (5) Iniciar en el uso crítico de la información recibida por diferentes medios; (6) Favorecer la presentación de los datos de forma ordenada y gráfica, y (7) Permitir descubrir que las matemáticas facilitan la resolución de problemas de la vida diaria.

En estos documentos, se propone un enfoque metodológico en el que se presenta la estadística con un instrumento útil para resolver problemas y no como un conjunto de técnicas descontextualizadas. Como ya dijimos anteriormente, en nuestro trabajo el foco de interés es cómo se aborda el trabajo con gráficos estadísticos, información que resumimos a continuación en la tabla 1.

Tabla 1: Contenidos relacionados con los gráficos estadísticos en el currículo Español

Primer Ciclo	Segundo Ciclo	Tercer Ciclo
<ul style="list-style-type: none"> - Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. - Utilización de técnicas elementales para la recogida, clasificación, ordenación y registro de datos de datos en contextos familiares y cercanos. - La representación gráfica: diagramas de barras. - Disposición favorable para interpretar y producir información que utiliza una forma gráfica de representación. 	<ul style="list-style-type: none"> - Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. - Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. - Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual en la vida cotidiana. - Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares 	<ul style="list-style-type: none"> - Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. - Distintas formas de representar la información. - Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos. - La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares.

Podemos apreciar que para el primer ciclo los indicadores propuestos corresponden a actividades sencillas de lectura e interpretación de gráficos; estrategias para la recolección de la información y representación de gráficos elementales. En el segundo ciclo se incluye las tablas y el registro de datos utilizando la encuesta se espera llega hasta la descripción de los gráficos. El tercer ciclo aborda el estudio de las medidas de tendencia central con variable discreta donde los gráficos sirven de instrumento para hacer análisis de estas medidas, en este último nivel los estudiantes deben hacer representaciones y juicios críticos de ellas.

Aquí se observa que antes de la construcción de graficas se da importancia a las tareas de planificación, recogida de la información, uso de técnicas de recuento y de manipulación de los datos. Estas tareas al igual que los cálculos que con los datos se puedan realizar, constituyen los procesos previos a su representación y que son necesarios para que el estudiante pueda expresar conclusiones de la información expuesta en un gráfico o en una tabla.

4.2. Currículo de Colombia

En Colombia, la Educación primaria al igual que en España tiene carácter obligatorio y gratuito, comprende cinco cursos organizados en dos niveles; el primer nivel lo comprenden los grados 1º, 2º, y 3º; y el segundo nivel los grados 4º, y 5º, los alumnos se incorporan al grado primero con seis años de edad cumplidos, justo después de haber cursado el grado de transición (Nivel Pre-escolar).

Dentro del área del matemáticas, en dicho currículo se incluye un bloque llamado pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, cuyo objetivo principal es decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas que lleven a nuevas hipótesis y exploraciones enriquecidas. También se enfatizan las fuentes para la recolección de datos, como consultas, entrevistas, observaciones, así como las evaluaciones sobre veracidad de los datos, distorsiones, sesgos, lagunas omisiones, y la evaluación de la actitud ética de quien recoge los datos y su responsabilidad social. (MEN, 2006)

Para concretar el objetivo general de este bloque se destacan como propósitos: (1) Explorar e interpretar datos, (2) Buscar e identificar tendencias, (3) Analizar y reflexionar sobre la naturaleza de los datos, (4) Analizar la estructura y formato de los datos, (5) Trabajar con problemas abiertos, para encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones, (6) Reflexionar sobre el conjunto de los datos para proponer diferentes inferencias y (7) analizar la verosimilitud de los datos, dando lugar al trabajo con el pensamiento inductivo.

El enfoque de los sistemas de datos, prioriza la recolección y el análisis de datos, como actividad que da sentido a la enseñanza de la estadística en la educación básica y media, buscando habilidades para desarrollar la alfabetización y el pensamiento estadístico que permitan dar respuestas a preguntas que se hacen los niños sobre el mundo físico.

En relación a los gráficos estadísticos, se propone para los cursos de la Educación básica (primaria- secundaria) el trabajo, análisis y comprensión de gráficos de sectores, histogramas y diagramas de árbol, a partir de ellas los estudiantes pueden tomar decisiones sin recurrir al cálculo. Además se recomiendan actividades globalizadoras que permitan encontrar relaciones interdisciplinarias con otras áreas poniendo en evidencia conocimientos relacionados con las matemáticas como los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

Desde los estándares básicos de competencia (MEN, 2006) reproducimos en la tabla 2 los indicadores para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, en particular hemos escogido aquí los relacionados con los gráficos estadísticos.

Tabla 2: Estándares de competencia para gráficos estadísticos en el currículo Colombiano

Nivel uno	Nivel dos
-----------	-----------

Grado primero, segundo y tercero	Grado Tercero y cuarto
- Clasifico y organizo datos, de acuerdo a cualidades y atributos los presento en tablas.	- Represento datos, usando tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno.	- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.	- Interpreto información presentada en tablas y graficas. (Pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Represento datos relativos a mi entorno, usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras.	- Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ello y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.
- Identifico regularidad y tendencias en un conjunto de datos.	- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.
- Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo	

Podemos observar en los indicadores propuestos para el primer nivel una secuencia para abordar los gráficos estadísticos, se exige organizar la información, pasar por la descripción de la misma y representarla en gráficos sencillos, los desempeños anteriores garantizan que los estudiantes puedan hacer comparaciones y establecer análisis para dar respuesta a situaciones con el tratamiento de la información planteada.

En el cuarto y quinto curso se amplía la gama de gráficos, se usan estos para establecer comparaciones e interpretaciones de la información y producir expresiones críticas y justificadas a los interrogantes planteados. Estos dos niveles muestran implícitamente que los niños conozcan y apliquen estrategias como la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, y después registren lo obtenido y hagan predicciones a partir de ellos.

5. Comparación currículos oficiales de España y Colombia en relación a los gráficos estadísticos

Siguiendo las ideas planteadas anteriormente, consideramos que se hace necesario realizar una comparación entre los principales contenidos propuestos para el trabajo con gráficos estadísticos en la escuela primaria.

En una comparación de ambos currículos (ver tablas 1 y 2) se puede observar que ambos han incorporado contenidos relacionados con los gráficos estadísticos desde primeros cursos, además de tratar tareas que buscan que los niños y niñas desarrollen habilidades de lectura e interpretación de datos estadísticos, con el propósito de fomentar la capacidad para el manejo de información estadística.

Como coincidencias de ambos currículos queremos también destacar las siguientes: (1) Interpretar gráficos sencillos de situaciones familiares, (2) Reconocer gráficamente informaciones cuantificables, (3) Hacer recuento de datos y representar el resultado utilizando los gráficos estadísticos más adecuados a la situación; (4) Recoger y registrar una información que se pueda cuantificar y utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica para comprender y comunicar la información así expresada.

Por último comparando la información resumida en las tablas 1 y 2 se observan las siguientes coincidencias que implican tareas comunes en los dos currículos: (1) Organizar información; (2) Elaborar, interpretar y valorar distintas representaciones gráficas: pictogramas, barras e histogramas, relacionadas con el contexto y la vida cotidiana de los

estudiante. (3) Resolver problemas que incluyen interpretar los resultados de diversas representaciones gráficas. (4) Valorar y analizar críticamente los problemas que incluyen el análisis de datos.

Este análisis comparativo nos ha mostrado que ambos currículos de España y Colombia, en la publicación de sus últimos currículos oficiales, se tuvo en cuenta las recomendaciones internacionales tanto curriculares como a nivel de investigación, de incluir la estadística desde la formación primaria de los niños. No destacamos ninguna diferencia significativa entre ambos currículos en relación al trabajo con gráficos estadísticos.

6. Conclusiones

A modo de conclusión, podemos decir que los currículos de España y Colombia coinciden para el nivel de educación básica primaria con un propósito central para la enseñanza de la estadística que puede verse en sus contenidos, los dos currículos abordan: (1) el estudio de los datos estadísticos, (2) las variables discretas, (3) la construcción y comprensión de tablas y graficas y, (4) los parámetros estadísticos.

Las directrices curriculares de España y Colombia coinciden en manifestar que la representación grafica (tablas y gráficas) es esencial en el estudio del tratamiento de la información y los sistemas de datos, por lo cual se da importancia a la comprensión y lectura de gráficos y tablas antes que a los procedimientos y cálculos con los datos.

Cabe destacar que las directrices curriculares de ambos países recomiendan el trabajo con gráficos estadísticos desde primeros cursos, y las actividades que se recomiendan en relación a los mismos tienen en cuenta tanto la construcción como la lectura e interpretación de los mismos, componentes esenciales de la comprensión gráfica según Wu, (2004).

Todas estas recomendaciones pasan por la formación estadística de los futuros profesores de educación primaria que serán los que tengan que abordar el trabajo con gráficos en su futuro laboral.

Reconocimiento:

Proyecto EDU2010-14947 (MCINN-FEDER)

Referencias

- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada
- Arteaga, P., Batanero, C., y Contreras, J.M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Invisa* 12, 123-135
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. On line: www.amstat.org/Education/gaise/.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*.
- MEN (2006) *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y*

- ciudadanas*. Bogotá: Magisterio.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- OECD (2009). Learning mathematics for life: A perspective from PISA. Disponible en www.oecd.org.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wu, Y. (2004, Julio). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el *10th International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Dinamarca.