

## COMPRESIÓN DE IDEAS FUNDAMENTALES DE ESTOCÁSTICOS. UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES SORDOS: EDADES 17-26 AÑOS

Pablo Gian-Carlo Lonngi Ayala, Ana María Ojeda Salazar  
Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN  
giancarlolonngi@hotmail.com, amojeda@cinvestav.mx

(México)

**Resumen.** Como parte de tesis de maestría en México DF, este reporte sobre cuatro estudiantes sordos, en un programa del gobierno local de entrenamiento para su ingreso al bachillerato, describe su comprensión de ideas fundamentales de Probabilidad y de Estadística en el momento en que se les enseñaron por primera vez, y se investigó su desempeño en actividades de Estadística realizadas en sesiones de aula en condiciones reales. Con instrucciones escritas como estrategia de enseñanza de Matemáticas para sordos, el estudio se concentró en una actividad de estadística descriptiva para que interpretaran una gráfica de barras y respondieran preguntas completando oraciones. De los cuatro estudiantes, dos son oralizados y los otros sólo usan Lengua de Señas Mexicana (LSM). Los resultados no muestran una diferencia acusada entre unos y otros, aunque para la identificación de categorías en gráficas se reveló mayor comprensión en los estudiantes señantes.

**Palabras clave:** estocásticos, educación media superior especial

**Abstract.** As part of a thesis for a Master's degree in Mexico City, this report is about four deaf students in a local government training program to enter high school. It describes their understanding of fundamental ideas of Probability and Statistics when they are first taught. Their performance in a Statistics lesson using the actual classroom activities was also investigated. By means of written language as a Mathematics teaching strategy for deaf students, the research focused on a Descriptive Statistics activity to interpret a bar graph and to answer questions completing sentences. Among the four students, two of them knew spoken language and the other two just Mexican Sign language (MSL). The results show no difference between spoken and signing students, although the signing students revealed a better understanding to identify categories in graphs.

**Key words:** stochastics, high school, special education

### Introducción

Para la educación matemática, la sordera plantea no sólo la dificultad comúnmente encontrada en la educación regular básica para la adquisición de conceptos de Probabilidad y de Estadística (Elizarrarás, 2004), sino además la de la adquisición de la lengua en general, dificultad que constituye un obstáculo para precisar en la comunicación las sutilezas que reviste el estudio de situaciones aleatorias.

Con esta investigación se pretende obtener información sobre los rasgos de la comprensión de contenidos de estocásticos, de jóvenes con déficit de audición y con educación especial básica terminada, en el contexto de un programa de matemáticas llevado a cabo en la Ciudad de México, con carácter emergente, preparatorio para un propedéutico de un bachillerato a distancia (véase UNAM, B@UNAM).

Los contenidos del programa emergente son los siguientes: *Primera unidad*: Conceptos básicos de aritmética y elementos de pre-álgebra; *Segunda unidad*: Geometría y medición; *Tercera unidad*: Información cuantitativa: registro, interpretación y análisis.

De la puesta en práctica de este programa, a la fase de inicio y de exploración (un mes), le siguió la de identificación de las condiciones de conocimiento matemático adquirido (un mes), de 31 estudiantes sordos. Se les ubicó en tres niveles: alto, medio y bajo; el primero correspondió al dominio de operaciones aritméticas con números enteros, correspondiente a los grados 5°-6° de primaria; el segundo, a los grados 4°-5°; y el último al 3° de primaria. La tercera fase, de enseñanza, se desarrolló en condiciones irregulares, aunque con alguna sistematicidad durante el segundo semestre del 2009, si bien con una marcada disminución del número de alumnos.

La operación del programa consistió en: diseño de las actividades de enseñanza para desarrollarlas en sesiones presenciales, asesorías personalizadas para el fortalecimiento de nociones matemáticas débiles y de la *comunicación escrita*, realización de tareas tradicionales y algunas en el entorno.

El proyecto actual se enfoca en la tercera unidad del programa de estudios emergente.

### **Perspectiva Teórica**

El estudio tiene tres ejes: epistemológico, cognitivo y social.

#### *Eje epistemológico*

Se consideran las ideas fundamentales de estadística y de probabilidad propuestas por Heitele (1975) para un currículum en espiral. La idea de un currículum tal se apoya en su premisa de que es recomendable la enseñanza, a los niños desde edades tempranas, de los conceptos básicos de Probabilidad y de Estadística (Heitele, 1975). De Probabilidad, porque una noción incorrecta acerca de situaciones aleatorias en las que interviene el azar se manifiesta en las respuestas que las personas adultas dan para explicar dichas situaciones: "(...) la adquisición temprana de modelos explicativos inadecuados puede... desarrollar intuiciones firmemente arraigadas (...) difíciles de desprender y que pueden impedir la adquisición del conocimiento analítico" (Heitele, 1975, p. 4). Además, una vez aprendidas algunas ideas básicas, se pueden adquirir estructuras de pensamiento más formales sobre fenómenos aleatorios, es decir, situaciones donde interviene el azar. "La transición a un nivel cognoscitivo más alto se facilitará si durante las primeras etapas cognoscitivas se ha diseñado una presentación adecuada del tópico principal" (Heitele, 1975, p. 1). Dichos conceptos básicos, que deben ser presentados de forma eficaz, conforman las diez *ideas fundamentales de estocásticos para un currículum en*

*espiral*, propuestas por Heitele, que son las siguientes: medida de probabilidad, espacio muestra, combinación de probabilidades, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números, muestra.

### *Eje cognitivo*

En este apartado se considera el déficit auditivo, la existencia de esquemas que lo compensen, las dificultades que genera la sordera en la adquisición del lenguaje y las derivadas del proceso lector, y el método de Logogenia para adquirir la lengua escrita.

### *Déficit auditivo*

Mediante una audiometría, que consiste en explorar la respuesta de cada oído a frecuencias en el intervalo de 125 Hz a 8000 Hz enviando sonidos entre 0 dB y 120 dB de intensidad, se obtiene el promedio de los valores de los umbrales auditivos a las frecuencias de 500, 1000 y 2000 hertz (Hz), denominado “promedio de tonos audiométricos” (PTA), valor que determina si la persona tiene una audición normal o el grado de la pérdida auditiva (superficial, moderada, media, severa, o profunda. Estas pérdidas auditivas reciben el nombre general de *hipoacusia*, disminución de la audición en diferentes grados (Ling, 1984).

A las personas que no responden a ninguna frecuencia a la máxima intensidad se les llama *anacúsicas*; se sabe que sólo una de cada mil personas presenta esta situación. Sin embargo, con frecuencia se emplea este término incorrectamente para referirse a personas con umbrales auditivos de entre 70 y 120 dB, ambas hipoacúsicas.

### *Esquemas compensatorios derivados de la deficiencia*

Vygotski (1997) señalaba que es un error creer que la esencia de la labor educativa, con alguien a quien le falte algún órgano de los sentidos, reside en desarrollar en ellos los órganos de percepción restantes. Por el contrario, afirmaba que la idea de compensación biológica debe ser sustituida por la de compensación social del defecto: “... un órgano de percepción (analizador) es sustituido por otro, pero... sigue siendo el mismo... todo el mecanismo de su educación... Si psicológicamente una insuficiencia orgánica implica una dislocación social, pedagógicamente educar a ese niño equivale a insertarlo en la vida...” (Vygotski, 1997, pp. 116-118).

### *Relación entre sordera y adquisición del lenguaje*

Unas investigaciones sobre la adquisición y el desarrollo del lenguaje en personas sordas permiten señalar dos cuestiones centrales: las dificultades que genera la sordera en el desarrollo del lenguaje como facultad biológica, por un lado, y las que se producen en el proceso de la lectura, por el otro. Éstas están determinadas por las interfaces entre sintaxis,

semántica, pragmática, léxico y otros factores no lingüísticos que participan en el proceso lector (véase Salas, (año no disponible). Para reforzar la comprensión y producción de la lengua escrita se propuso la utilización de elementos del método de Logogenia, derivado de la lingüística aplicada (Radelli, 1992). En dicho método, se muestran al sordo pares de oraciones que sólo se distinguen en algún elemento que puede modificar el sentido entre una oración y otra. Esta propuesta tiene el fin de facilitar que el sordo identifique las sutilezas del lenguaje, de las que difícilmente adquiere conciencia por la limitación auditiva-verbal.

### *Eje social*

En el contexto de la educación de los sordos, existen distintas posturas sobre cómo integrar al sordo a la sociedad; básicamente se consideran dos: enseñar al sordo a hablar o enseñarle Lengua de Señas Mexicana (LSM). Ambas posturas tienen muchas variantes: en la primera, hay enfoques oralistas que prohíben la expresión facial y corporal y la lectura de labios, pero promueven la repetición de palabras sin comprensión de éstas; otros enfoques permiten la lectura de labios y promueven el entrenamiento auditivo y el habla, comprendiendo lo que se dice y lo que se escucha. Por el contrario, para la enseñanza de la LSM, se desalienta la lectura labial o cualquier intención de usar la voz. Esa polarización de los enfoques Auditivo Verbal, Oralista y de la LSM divide a la comunidad sorda a la división entre Sordos Oralizados y Sordos Señantes, con casos sin interacción entre una y otra, de mezclas de ambas, y heterogeneidad en el dominio del español y de la LSM de un sordo a otro. Algunas consecuencias son: el desconocimiento de la estructura del español y la falta de vocabulario básico y de uso cotidiano, incompreensión de la lectura, construcción deficiente de oraciones, conteo uno a uno, falta de automatización de operaciones aritméticas y falta de generalización de conceptos básicos. Esta situación se identifica continuamente en la mayoría de las personas que con su pérdida de audición transitan por las aulas sin haber recibido la atención necesaria.

En 2005 se publicó la Ley General de las Personas con Discapacidad (Congreso General de los Estados Unidos Mexicanos) que poco se relaciona con la realidad educativa de este país pues, por ejemplo, los artículos que establecen a la Lengua de Señas Mexicana como lengua natural de la comunidad de sordos, y a la educación bilingüe como un derecho de los sordos, no se pueden poner en funcionamiento por la ausencia de un marco operativo. Particularmente la educación bilingüe es una formulación ficticia, pues no considera la capacitación de maestros, la certificación de intérpretes educativos, los planes de estudio y los medios que posibiliten la comunicación en las dos lenguas para garantizar la plena competencia de los alumnos sordos en la lengua oral/escrita y en la LSM. La escasez de intérpretes de Lengua de Señas certificados y formados para la educación del sordo fue señalada por Shick, Williams y Kupermintz (2006).

México carece de este tipo de programas para la educación matemática y se desconoce lo que un estudiante sordo puede aprender con una enseñanza mediada por un intérprete.

### Método

La investigación, cualitativa y en curso, se organiza en dos fases: experiencia en el aula mediante la aplicación de actividades de enseñanza de temas de estocásticos diseñadas *ex profeso*, y entrevista clínica aplicada a dos casos. Los contenidos de estocásticos para las actividades de aula fueron: variación, descripción y representación de datos, espacio muestra y conteo. En la enseñanza destaca la lengua escrita como medio de comunicación, aunque el método de Logogenia (Radelli, 1992) no se aplicó de manera estricta. Las sesiones fueron de dos horas, dos o tres veces por semana.

Los instrumentos para la recolección de datos fueron las actividades diseñadas *ex profeso*, presentadas impresas en papel, con instrucciones y preguntas para contestarse con lápiz ahí mismo. La atención a los estudiantes fue individual para identificar en lo posible sus dificultades de comprensión de lo planteado en la actividad y se tuvo la intervención escrita del investigador para orientar sus respuestas.

### Instrumento y casos

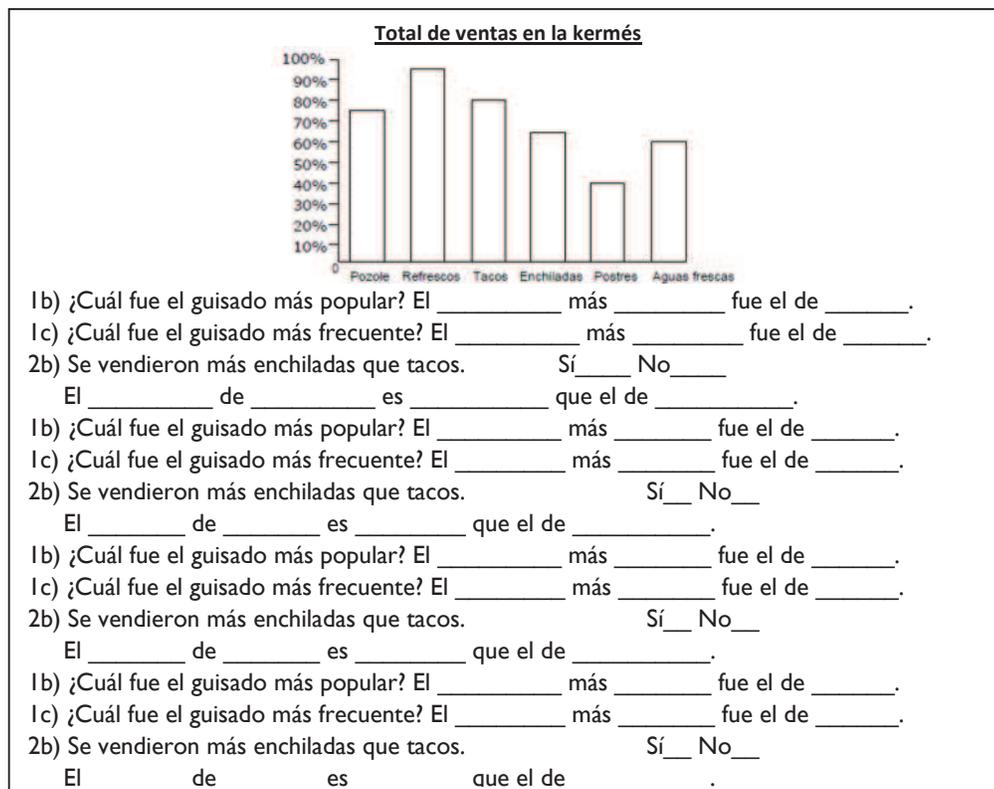


Figura 1. Referente para las preguntas e instrucciones de la actividad

La actividad tuvo como objetivos ejercitar la descripción escrita y gráfica de datos estadísticos, usar términos de estadística descriptiva y calcular la media y la moda de un conjunto de datos. Como referente se presentó la gráfica del total de ventas de tipos de alimentos en una kermés. La actividad tuvo dos partes; en la primera se plantearon 11 preguntas y sus respuestas para ser completadas; en la segunda, se presentaron seis pares de proposiciones, la primera del par para marcar si era cierta o falsa y la segunda para ser completada. La Figura 1 presenta dos ejemplos de preguntas de la primera parte y un par de proposiciones de la segunda.

La Tabla 1 resume la distribución del contenido matemático de la actividad, en la que para cada reactivo se trató un contenido matemático dado (frecuencia, moda, promedio, producto cartesiano), mismo que puede identificarse por la referencia textual a cada concepto. Los datos de la situación planteada se agrupan en tres categorías: guisados, bebidas y postres.

Tabla 1. Contenido de la actividad.

Re activo	Contenido	Referente
	Primera parte	
1.a	Número de subcategorías de $C_1 = 3$ , números naturales	¿cuántos tipos de?
1.b	Moda $C_1$ , porcentaje, orden	más popular
1.c	Moda $C_1$ , porcentaje, orden	Más frecuente
1.d	Número de subcategorías de $C_2$ , números naturales	¿cuántos tipos de?
1.e	Producto cartesiano, eje x (categorías): $x_{C_{21}}$ ; $x_{C_{22}}$ , orden	¿cuáles barras?
1.f	Moda ( $C_2$ ), porcentajes de subcategorías de $C_2$ , producto cartesiano, eje y (porcentajes): $y_{C_{21}}$ ; $y_{C_{22}}$ , orden.	más se vendió
1.g	Número de subcategorías de $C_3 = 1$ , números naturales	¿cuántos tipos de?
1.h	Subcategoría o categoría $C_3$ con menor porcentaje, orden, eje x	menos se vendió
1.i	Variación, subcategoría o categoría menos frecuente, porcentaje, orden, producto cartesiano, eje x	menos frecuente
1.j	Variación, subcategoría o categoría con 100% de venta, porcentaje, orden, producto cartesiano, eje x	se acabó
1.k	Variable estocástica, asignación numérica (porcentaje) a categorías y subcategorías, producto cartesiano, eje y (frecuencia relativa, altura de barras)	qué representa cada barra
	Segunda parte	
2.a	Moda ( $C_2$ ), comparación, porcentaje orden	la gente prefirió porcentaje menor que
2.b	Subcategorías de $C_1$ , porcentaje, orden	se vendieron más que porcentaje menor/mayor que
2.c	Datos extraños, subcategoría o categoría con porcentaje menor que 50%, porcentaje, mitad, 50%, orden	sobró más de la mitad porcentaje menor que 50%

<b>2.d</b>	Media, subcategorías de $C_1$ , producto cartesiano, eje x (categorías): $x_{C_{11}}$ ; $x_{C_{12}}$ ; $x_{C_{13}}$ , porcentaje	se vendió por lo menos 65%
<b>2.e</b>	Subcategoría de $C_{21}$ . complemento del evento “refrescos que se vendieron”, porcentaje, orden, producto cartesiano, eje x (subcategorías)	casi se acabaron el 5% no se vendió
<b>2.f</b>	Variable estocástica (porcentajes) y su media, promedio de subcategorías ( $C_1$ ), de subcategorías ( $C_2$ ), y subcategorías ( $C_3$ ), producto cartesiano, eje y (frecuencia relativa, altura de barras)	Promedio de ventas de alimentos y bebidas

Nota:  $C_1$ : guisados.  $C_{11}$ : pozole;  $C_{12}$ : tacos;  $C_{13}$ : enchiladas.  $C_2$ : bebidas.  $C_{21}$ : refrescos;  $C_{22}$ : aguas frescas.  $C_3$ : postres.

La actividad fue desarrollada por cuatro jóvenes mexicanos sordos profundos de 17-26 años de edad, dos oralizados (**O**, con entrenamiento verbal) y dos sólo señantes (**S**, utilizan la Lengua de Señas), a quienes además de esta indicación distinguiremos por una inicial. Los cuatro casos tienen educación especial básica terminada y se les considera de alto perfil para ingresar al bachillerato.

### Resultados

En las preguntas 1.a a 1.k de la primera parte de la actividad, en tanto S-G, O-F y S-M cometieron a lo más una incorrección (uso de “por ciento” en lugar del genérico “porcentaje”, por ejemplo), el caso O-I cometió nueve incorrecciones, de las cuales cinco revelan incompreensión de las expresiones “frecuente”, de “popular” como “más frecuente” y de las categorías indicadas en las preguntas (guisados) y de sus subcategorías indicadas en la gráfica. En el mismo sentido, a los “postres” no se les consideró como “alimento” para responder las preguntas referentes a ellos.

En la segunda parte de la actividad, de asignar el valor de verdad a una proposición y completar la proposición que justificaba el valor de verdad correcto de la primera (véase ejemplo en la Figura 1), O-I dejó 13 espacios en blanco, de 28, donde se completaban las proposiciones.

Presentamos tres ejemplos de los reactivos planteados, del valor de verdad asignado por el estudiante y de los enunciados respectivos completados en cursivas.

### Ejemplo 1

**2.b)** Se vendieron más enchiladas que tacos. **SÍ NO**

El porcentaje de \_\_\_\_\_ es \_\_\_\_\_ que el \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

(O-F) No. *las enchiladas menor porcentaje los tacos*

(S-M) No. *tacos mayor por ciento enchiladas*

(O-I) No.

(S-G) No. *enchiladas menor porcentaje tacos*

Al reactivo **2.b** no respondió O-I. O-F y S-G se guiaron por el orden de los guisados en el enunciado del mismo reactivo, mientras que S-M lo invirtió pero conservando la misma relación mayor/menor, a la vez que utilizó *porciento* en lugar de porcentaje; O-F incluyó los artículos en los espacios que correspondían a una sola palabra.

### Ejemplo 2

**2.e)** Casi se acabaron los refrescos. **SÍ NO**

El 5% de \_\_\_\_\_ se vendió.

(O-F) Sí. *los refrescos no*

(S-M) Sí. *los refrescos no*

(O-I) Sí. *los refrescos casi*

(S-G) Sí. *los refrescos casi*

Las respuestas al reactivo **2.e** fueron equilibradas entre señantes y oralizados: O-F y S-M respondieron que el 5% de los refrescos *no* se vendió, mientras O-I y S-G que el 5% de los refrescos *casi* se vendió, lo cual lógicamente no es correcto (*sí se vendió o no se vendió*).

### Ejemplo 3

**2.f)** El promedio de ventas de alimentos es casi el 70%. **SÍ NO**

La suma de los \_\_\_\_\_ de ventas de alimentos y \_\_\_\_\_ dividida \_\_\_\_\_ el número de tipos de éstos es \_\_\_\_\_.

(O-F) No. *porcentajes [sic] postre entre 52*

(S-M) *porcientos bebidas entre 73%*

(O-I) No. *bebidas*

(S-G) No. *alimentos promedio ventas 70%*

Para el reactivo **2.f** O-I dejó espacios sin responder, como ya se señaló. O-F escribió *porcentajes* sin la r, y S-M *porcientos*, mientras que S-G respondió *alimentos*. S-M y O-I completaron *alimentos* y *bebidas* donde correspondía, mientras que O-F completó *alimentos* y *postres*, y S-G *alimentos* y *promedio*. O-F y S-M respondieron acertadamente donde debía ir *entre*, pero S-G colocó *ventas*. La diferencia en el promedio de los porcentajes de venta de los alimentos y bebidas obedece a si los cuatro estudiantes consideraron los postres o no.

En general, los cuatro estudiantes pudieron efectuar la lectura de la gráfica pero la falta de vocabulario en el sordo señante para distinguir entre los rótulos de las barras dificultó la

correcta correspondencia de los datos estadísticos y la completación de los enunciados en lengua escrita y, a la vez, el sordo oralizado no presentó un mejor desempeño que el señante.

Incluso cuando nos aseguramos de su comprensión de los términos empleados en la actividad, hubo confusión entre los términos *postres* y *porcentajes*, *postres* y *guisados*, y en el significado de “frecuencia”.

En efecto: **O-F** manifestó respuestas guiadas y corregidas por el investigador y otras, sin guía, acusaron una posible confusión de los términos *postres* con *porcentajes* y de *postres* con *guisados*; también falló en operaciones aritméticas básicas. **O-I**, aunque tuvo autonomía en sus respuestas, éstas no fueron cuidadosas: escribió que dos distintos guisados fueron, respectivamente, el alimento menos frecuente y el alimento que menos se vendió. **S-G**, por su parte, también presentó respuestas guiadas por el investigador pero, al final del ejercicio, ya sin orientación, demostró dificultades para estructurar en lengua escrita ideas y conceptos matemáticos. Al contrario, **S-M** mostró autonomía y comprensión de la situación planteada por lo estructurado de sus respuestas y lo completo de los datos, aunque sin la distinción entre el uso genérico de “porcentaje” y el particular de “por ciento”; no obstante, sus operaciones fueron correctas.

### Comentarios

La experiencia apunta a la necesidad urgente de una docencia formada para la enseñanza de matemáticas personalizada al sordo que, si bien ardua, promueva la comunicación escrita para darle acceso a este medio y, con él, a la educación de bachillerato. La intervención en este sentido en la educación básica es esencial.

### Referencias bibliográficas

- Congreso General de los Estados Unidos Mexicanos (10 de junio 2005). *Ley General de las Personas con Discapacidad*. México: Diario Oficial de la Federación. Recuperado en septiembre de 2009 de [www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGPD.pdf](http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGPD.pdf).
- Elizarrarás, S. (2004). *Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav, México.
- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dordrecht: Reidel.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics* **6**, 187-205.
- Ling, D. (1984). *Early Intervention for Hearing-Impaired Children: Oral Options*. San Diego: College Hill Press.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La g n se de l'id e de hasard chez l'enfant*. Paris: PUF.

Radelli, B. (2002). Una nueva aplicaci n de la ling stica: la Logogenia. En Z. Estrada. *Sexto Encuentro Internacional de Ling stica en el Noroeste 3*. (189-213) M xico: U. Sonora, Divisi n de Humanidades y Bellas Artes, Depto. de Letras y Ling stica.

Shick, B., Williams K. y Kupermintz, H. (2006). Look Who's Being Left Behind: Educational Interpreters and Access to Education for Deaf and Hard-of-Hearing Students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education* (Marschark, M. Ed.) **11**, 3-20. Recuperado el 12-10-2009 de <http://jdsde.oxfordjournals.org/content/11/1/3>.

Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectolog a. Obras Escogidas V*. Madrid: Visor Dis.