

LAS REPRESENTACIONES MENTALES EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA CONTEXTUALIZADO

Elia Trejo Trejo, Patricia Camarena Gallardo
CICATA-IPN/UTVM; ESIME-IPN
elitret@hotmail.com

(México)

Resumen. Se reportan los resultados de una investigación de corte cognitivo utilizando como marco teórico a la Matemática en el Contexto de las Ciencias incidiendo directamente en la fase cognitiva. El estudio consiste en analizar el proceso de construcción de las representaciones mentales de un grupo de enfoque en la solución de un problema matemático en el contexto de la química, mismo que es modelado por un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Las representaciones mentales de los estudiantes se infieren a través de lo que dicen y hacen logrando identificarse tres etapas en su construcción permitiendo la solución del problema. En el estudio se encuentra que las representaciones mentales se pueden manifestar con representaciones externas como lo es una gráfica o un sistema de ecuaciones lineales mismas que representan matemáticamente el problema contextualizado. Las etapas de solución del problema se consideran resultado de la vinculación entre matemáticas y química.

Palabras clave: cognición, representaciones externas, matemáticas, química

Abstract. The results of an investigation of cognitive cut using as theoretical frame the Mathematical in Context of Sciences affecting on cognitive phase directly are reported. The study consists of analyzing the process of construction of mental representations of a group of focus in the solution of a mathematical problem in context of Chemistry, same that is modeled by a system of linear algebraic equations. The students mental representations are inferred through which they say and they do managing to identify three stages in their construction being allowed the solution of the problem. In the study, mental representations can be declared with external representations like a graph or a system of same linear equations that mathematically represent the contextualized problem are found. The stages of solution of the problem consider result of the entailment between mathematics and chemistry.

Key words: cognition, external representations, mathematics, chemistry

Introducción

Las representaciones internas o mentales juegan un papel importante en la aprehensión del conocimiento matemático. Desde esta postura, los estudiantes son activos constructores de su conocimiento, por lo que cobra importancia el estudio de la estructura y del contenido de esas formas representacionales con las cuales internamente los estudiantes representan los conceptos matemáticos, convirtiéndose en un núcleo importante de investigación.

La necesidad de entender el papel que las representaciones juegan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no es nuevo, existen múltiples trabajos de investigación tales como los de Carpenter y Hiebert (1992), Castro Enc. (1995), Cifarelli (1998), Duval (1998), Filloy y Rubio (1999), Goldin (1998), Hitt (2001), Janvier (1987), Kaput (1989), Stacey y Mac Gregor (2000) quienes han abordado el estudio de las representaciones desde diversas perspectivas. Sin embargo, el interés particular de la investigación es explicar el proceso de construcción de una representación mental utilizado por estudiantes de nivel Técnico Superior

Universitario al resolver problemas matemáticos contextualizados en su área de interés sea esta, profesional, laboral o de su formación.

En esta investigación al hablar de representaciones mentales se asume la postura de Cifarelli (1998), quien las ha utilizado para describir el proceso de resolución de problemas en matemáticas. Este autor sugiere que si un alumno es capaz de resolver problemas, tal vez se debe en gran parte a su habilidad de construir representaciones que le ayudan a entender la información y la relación de la situación problemática. Las representaciones mentales o internas no son observables directamente como las externas (lenguaje, gráficas, figuras, fórmulas, dibujos, entre otras), se infieren a través de lo que dicen y hacen los estudiantes, se analizan desde su forma de comportarse. Adicionalmente, en esta investigación se asume lo señalado por Goldin y Shteingold (2001) quienes consideran que el desarrollo eficaz de sistemas de representaciones internas en los alumnos debe tener correspondencia coherente con una buena comunicación con el sistema matemático establecido, es decir, lo que serían las representaciones externas.

En relación con lo anterior, la pretensión de la investigación consiste en realizar la descripción del proceso de construcción de las representaciones mentales para lo cual se analizan las acciones de los estudiantes al resolver un problema en el contexto de la química mismo que puede resolverse mediante un sistema de ecuaciones lineales. Concretamente se ha seleccionado como evento contextualizado la mezcla de soluciones químicas. Al ser el contexto un factor clave, la indagación utiliza como marco teórico a la Matemática en el Contexto de las Ciencias, incidiendo particularmente en la fase cognitiva de la teoría (Camarena, 2006).

Problema de investigación

En esta investigación se contempla que la construcción de conocimientos matemáticos se centra en la resolución de problemas contextualizados por lo que es preciso determinar cómo se da dicha construcción, es decir, cómo el alumno adquiere dicho conocimiento. Para responder esto se diseñó una investigación de carácter cognitivo en donde se propuso a los estudiantes la resolución de un problema contextualizado mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En dicha actividad se describe el proceso de solución de dicho problema, entendiéndose como el proceso de construcción de representaciones mentales exteriorizada con una representación externa. La pregunta que guía la investigación queda definida como: ¿Cuál es el proceso cognitivo que le permite a un alumno resolver un problema matemático en un contexto en particular?

Metodología

El enfoque adoptado para la investigación es descriptivo y consistió en clasificar cada una de las etapas utilizadas por los alumnos hasta lograr la solución del problema matemático contextualizado.

Participantes: Se trabaja con un grupo de enfoque de dos estudiantes del primer cuatrimestre de la carrera de Técnico Superior en Tecnología de Alimentos de la Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital, México. La característica de los estudiantes es que han cursado la materia de matemáticas I en donde se aborda el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales algebraicas con dos y tres incógnitas y la materia de química donde se revisa como tema específico la mezcla de soluciones químicas.

Instrumentos: El problema matemático contextualizados (evento contextualizado) sobre el que los estudiantes actuaron para poder describir y clasificar las representaciones mentales, estuvo enmarcado por situaciones de mezclado de sustancias químicas. En la elección del problema se atendieron las recomendaciones de Douady (1984) quien manifiesta que los problemas deben ser comprendidos por los estudiantes, permitieron utilizar sus conocimientos anteriores así como la evolución de los mismos (desafío intelectual).

Procedimiento: Dado el grado de complejidad que significa el indagar las representaciones mentales, se analizan las hojas y filmaciones de las sesiones de trabajo lo que permite establecer y describir las etapas para la solución del problema matemático contextualizado. Las etapas descritas son consideradas como parte del proceso de construcción de las representaciones mentales. Es necesario destacar que en el presente documento solo se presentan algunos elementos investigados sobre las representaciones mentales, mismas que dan luz sobre su importancia en la aprehensión del conocimiento matemático.

Resultados y discusión

El problema a presentar a los estudiantes se construye en torno al fenómeno de mezclado de soluciones porcentuales. Se pide a los estudiantes obtener una nueva solución química con una concentración definida a partir de realizar la mezcla de dos soluciones. El evento contextualizado queda expresado como:

Se cuenta con 100 mL de solución azucarada al 60% y 100 mL de solución azucarada al 35%. A partir de estas soluciones es preciso realizar una mezcla de las mismas para obtener 100 mL de una solución azucarada al 50%.

Para la selección del evento contextualizado se ha cuidado que la lectura del enunciado evoque una situación que, si no es ya conocida por los estudiantes, sea susceptible de ser construida mentalmente por analogía o adaptación de situaciones conocidas.

Sobre el proceso de construcción de las representaciones

Durante las sesiones de trabajo se observó que el proceso para dar solución al evento contextualizado podía describirse en tres etapas, a) Interpretación y selección de información; b) Estructuración de la información y c) Operacionalización.

El paso por las tres etapas se considera como el proceso cognitivo que permiten el desarrollo de las representaciones mentales en el grupo de enfoque y que posibilitan la resolución del problema contextualizado, manifestándose como una representación externa, expresada por una gráfica o una expresión algebraica que representa el sistema de ecuaciones lineales que modela el problema contextualizado. Es decir el proceso de construcción de las representaciones mentales se traduce en una representación externa, consecuentemente cada una de las etapas de construcción de las representaciones internas se relaciona estrechamente con una representación externa, tal como lo sugieren Goldin y Shteingold (2001). Es importante señalar que durante la observación se identificó que estas etapas están relacionadas y concatenadas, es decir, para que surja la siguiente etapa es necesario su tránsito por la etapa inmediata(s) anterior(es).

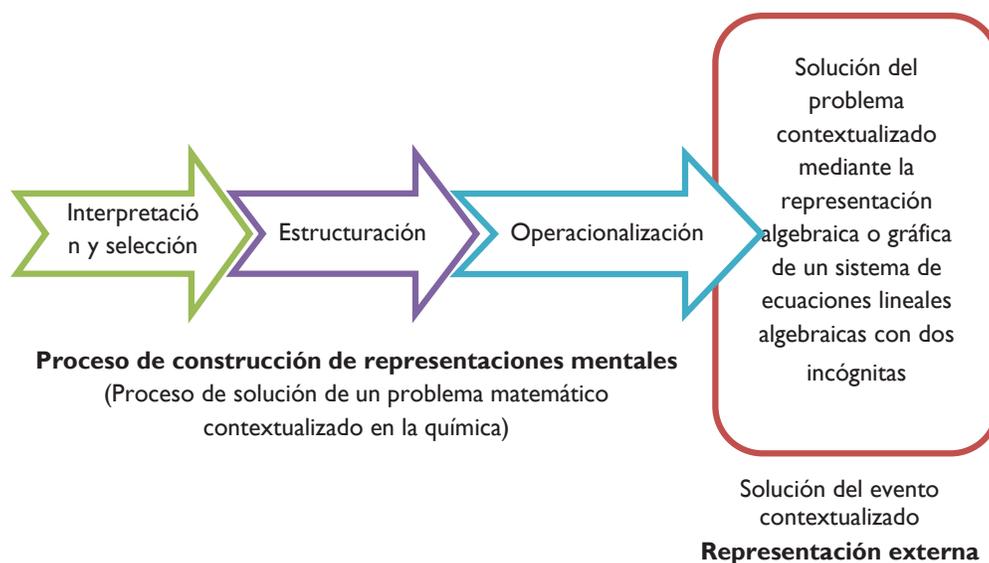


Figura 1. Proceso de construcción de representaciones mentales en la solución de un problema matemático contextualizado.

En la figura 1 se muestra el proceso de construcción de las representaciones mentales que permite dar solución al problema matemático contextualizado, posteriormente se describe

cada una de las etapas para finalmente atender algunos aspectos particulares en la solución del problema planteado.

1. *Etapá de interpretación y selección de información*, esta etapa se denomina así dado que surge una vez que el grupo de enfoque realiza la lectura de la información del evento contextualizado y realiza la selección de la información que le parece pertinente, en ésta selección se observa que hace uso de conocimientos previos. Esta primera etapa del proceso de representaciones mentales permite al grupo de enfoque la identificación de las variables y constantes presentes en el evento contextualizado que le posibilitan posteriormente el plantear el modelo matemático del problema. Es posible que durante esta etapa los estudiantes hagan uso de esquemas, figuras como estrategias para entender la información proporcionada.
2. *Etapá de estructuración de la información*, durante esta etapa los estudiantes empiezan a manipular la información derivada del problema y entendida en la etapa anterior. Los estudiantes inician con el proceso de solución del problema. Sin embargo, es común que la estrategia que utilicen presente algunos inconvenientes y no se logre la solución adecuada ante lo cual es necesario la reestructuración de la información, es decir analizar porque la estrategia no es funcional y a partir de ello modificarla. Se observa que para estructurar una posible respuesta al evento contextualizado intervienen el contexto mismo, los conocimientos previos, la similitud con problemas resueltos previamente. Los procedimientos y las estrategias puestas en marcha sufren una reestructuración y avanzan progresivamente conforme van haciendo intentos de resolución, con lo cual se puede establecer que el nivel de conocimientos en los estudiantes también sufre logros significativos. Esta etapa de construcción de representaciones mentales se puede asociar con alguna representación externa como alguna operación aritmética, algebraica o gráfica aun sin ser la solución correcta al problema.
3. *Proceso de operacionalización*, identificada como la última etapa de construcción de las representaciones mentales. Cuando los estudiantes han llegado a esta etapa se considera que la representación mental esta completa y que el problema puede ser resuelto favorablemente, se relaciona con representaciones externas como un sistema de ecuaciones lineales y su representación gráfica. Los estudiantes pueden manipular favorablemente las representaciones externas y logran la resolución del evento contextualizado planteado. Se identifica que durante este proceso el grupo de enfoque aplica los conocimientos operativos que provienen de su experiencia y con ello

formula procedimientos o estrategias. En este proceso los conocimientos previos del grupo de enfoque juegan un papel importante pues permiten modelar el evento y trabajar con el modelo matemático. En consecuencia, esta etapa es considerada como el momento en que el grupo de enfoque se apropia del objeto matemático de interés pues al utilizar sus conocimientos previos y pasar por las dos etapas anteriores se puede modelizar el problema contextualizado y trabajar con el modelo mediante alguna representación externa. Se observa que el proceso de modelización simplifica la representación externa y la vuelve considerablemente más operacional, entonces los estudiantes resuelven el problema y verifican la coherencia de sus resultados, interviniendo nuevamente la experiencia ganada mediante los conocimientos previos.

Las tres etapas de resolución del problema contextualizado identificadas tienen la misma importancia dentro del proceso de construcción de las representaciones mentales. El paso de las dos primeras permite llegar a la etapa de operacionalización, donde se considera que el grupo de enfoque adquiere el conocimiento encontrando la solución del problema. Desde el punto de vista didáctico, la identificación de las etapas anteriores cobra importancia dado que se pueden generar estrategias didácticas que permitan ayudar a los estudiantes a comprender el problema para poderlo resolver. Una manera de lograrlo es presentar el objeto matemático en diferentes contextos, cuidando que estos sean siempre del interés del estudiante.

Atendiendo el problema contextualizado en la figura 2 se muestra el proceso de construcción de las representaciones mentales del grupo de enfoque mismas que se ponen de manifiesto mediante una representación externa. Durante la experiencia realizada se mostró el éxito del grupo de enfoque al resolver el problema contextualizado, éste se debió a varios factores pero el que se debe destacar es el contexto, es decir, al ser un problema seleccionado de su área de formación profesional permitió que el grupo de enfoque tuviera una imagen mental de una situación similar o al menos se garantizó que contaran con los conocimientos previos que le posibilitaron el involucramiento en su solución. Es importante señalar que durante la observación del grupo de enfoque se detectó que el proceso de solución previamente descrito es resultado del problema contextualizado, en otras palabras se deriva de la vinculación de dos áreas del conocimiento (matemáticas –sistema de ecuaciones lineales algebraicas- y químicas –mezcla de soluciones-), es decir, bajo otras vinculaciones pueden o no surgir.

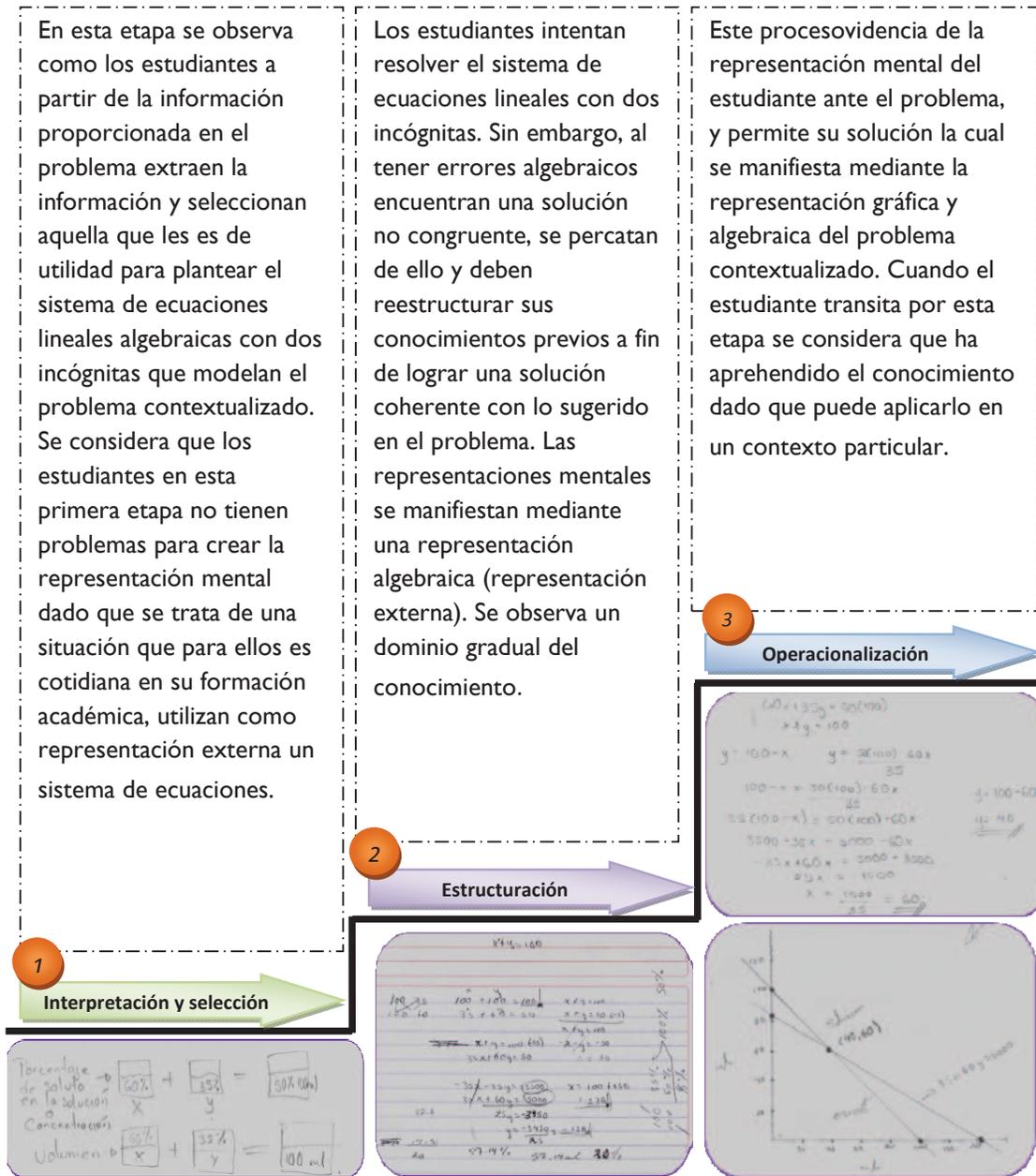


Figura 2. Proceso de construcción de representaciones mentales para la solución de un problema contextualizado.

Conclusiones

La investigación pone de manifiesto que para la construcción de las representaciones mentales es importante que los estudiantes entiendan el problema y muestren interés por su resolución, por lo cual cobra importancia presentar en los salones una matemática contextualizada donde se consideren los conocimientos previos. De igual manera se identificó que cada una de las etapas de construcción de las representaciones mentales (identificación y selección de la

información, estructuración y operacionalización) son susceptibles de exteriorizarse mediante una representación externa, para el caso en particular se manifestaron a través de una gráfica o un expresión algebraica (sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas).

La aproximación a las representaciones mentales del grupo de enfoque se realizó mediante el proceso de solución del problema matemático en un contexto particular por lo cual es necesario explorar si en contextos diferentes el proceso y las etapas definidas se mantienen o por el contrario varían como resultado directo de la interacción con el contexto, es decir, con la vinculación de las dos áreas del conocimiento (matemáticas-química).

Referencias bibliográficas

- Camarena, G. P. (2006). La Matemática en el Contexto de las Ciencias en los retos educativos del siglo XXI. *Científica*. 10(04). 167-173.
- Douady, R. (1984). Relación enseñanza-aprendizaje, dialéctica instrumento objeto, juego de marcos. *Revista de Didáctica*, (03) Francia: Univ. París 7.
- Carpenter, T. y Hiebert, J. (1992). Learning and teaching with understanding. En Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 65- 97. New York: Macmillan Publishing Company.
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12- 14 años)*. Tesis doctoral. Universidad de Granada
- Cifarelli, V.V. (1998). The Development of Mental Representations as a Problem Solving Activity. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (1), pp. 239–263.
- Duval, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigación en Matemáticas Educativa II.*, pp. 173- 202. México. CINVESTAV.
- Filloy, E y Rubio, G. (1999). La resolución de problemas Aritméticos -Algebraicos. En E. Filloy y col., *Aspectos Teóricos del Algebra Educativa*, pp.127- 152. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Goldin, G. (1998). Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior* , 17 (1), pp. 137-163.
- Goldin, G. y Shteingold, M. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. En Cuoco y Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics*, pp.1–21. Reston, VA: NCTM.

- Hitt, F. (2001). El papel de los esquemas, las conexiones y las representaciones internas y externas dentro de un Proyecto de Investigación en Educación Matemáticas. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática*, pp. 165–178. Universidad de Granada.
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, pp. 27–32. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kaput, J. J. (1989). Linking representation in the symbol system of algebra. En S. Wagner y C. Kieran. (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*, pp. 167- 194. Reston, VA.: NCTM. Lawrence Erlbaum.
- Stacey, K. y Mac Gregor, M. (2000). Learning the Algebraic Method of Solving Problems. *Journal of Mathematical Behavior* 18 (2), pp. 149-167.