

CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO FUNCIÓN CUADRÁTICA EN ESTUDIANTES SORDOS

Siegfried van Lamoen, Marcela Parraguez

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

siegfried.vanlamoen@gmail.com, marcela.parraguez@ucv.cl

(Chile)

Resumen. El estudio de los fenómenos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje, suele ser realizado en contextos donde, las discapacidades sensoriales no son un factor influyente. Muy por el contrario, en la presente investigación, se considera esta premisa, frente a la tarea, por parte de los estudiantes sordos, de construir el concepto de función cuadrática. Para ello, desde el paradigma cognitivo, hemos decidido considerar la teoría APOE y la teoría de Registros de Representación Semiótica, planteando una descomposición genética hipotética del concepto, basados en las premisas contextuales de los estudiantes, el análisis teórico y en las herramientas teóricas de ambas teorías.

Palabras clave: APOE, registros de representación semiótica, sordera

Abstract. The study of phenomena related to teaching-learning process is often conducted in contexts where the sensory disabilities are not an influential factor. On the contrary, this research is based on considering deafness as a crucial factor for students with hearing impairment, when faced with the task of constructing the concept of quadratic function. To this end, from the cognitive paradigm, we decided to consider the APOS theory and the theory of the semiotic representation registers, to present an hypothetical genetic decomposition of the concept, based on the students contextual assumptions, the theoretical analysis, and the theoretical tools of both theories

Key words: APOS, registers of semiotic representation, deafness

Introducción

En la enseñanza de la Matemática, es posible observar problemas de diversas índoles, en particular, en el área del álgebra se pueden observar problemas debidos a la complejidad de los conceptos involucrados, el lenguaje algebraico y por su alto nivel de abstracción. Estas problemáticas, en su mayoría son estudiadas en contextos donde las discapacidades sensoriales no afectan, y los alcances que ellas tienen, tampoco.

A partir de las experiencias laborales educacionales en el Centro de Estudios y Capacitación para Sordos de Valparaíso (CECASOV), hemos podido percibir la dificultad que tienen los estudiantes con discapacidad auditiva para acceder a la Matemática. Por una parte, las que nacen de la propia Matemática, la cual se plantea desde la formalidad de la institución escolar de manera abstracta y compleja en sus conceptos, y por otra, las dificultades que poseen los estudiantes con problemas auditivos frente a formulaciones lingüísticas de considerable complejidad. Esta dificultad, principalmente se ha encontrado en los estudios, de corte piagetiano, realizados en la etapa de pensamiento formal, donde la lengua como sistema simbólico de comunicación, adquiere mayor relevancia, y, “son atribuidas a la resolución de

problemas matemáticos verbales, debido, no a una discapacidad para razonar matemáticamente sino, posiblemente, a la carga lingüística contenida en ese tipo de tareas". (Serrano, 1995, p.2)

En nuestra investigación, abordamos el aprendizaje del objeto matemático función cuadrática de estudiantes sordos, carentes de algunos conceptos matemáticos previos, tales como: función, parábola, entre otros. Esta situación, se da tanto en su saber personal, como en el social, reflejado en su lengua materna (lengua de señas). Estas condiciones nos sitúan en un contexto donde la percepción visual y el manejo de los registros de los diferentes conceptos, que componen el objeto matemático, juegan un rol fundamental en los procesos de enseñanza-aprendizaje y de conceptualización.

Es así, como las aristas que presentan dificultades son variadas e importantes: lenguaje, abstracción, nociones, objetos matemáticos, representaciones, entre otras. Sin embargo, nos centraremos en las construcciones y mecanismos mentales, alrededor del objeto matemático y sus representaciones, tratando de acotar los diversos obstáculos presentes. Surgen entonces, las principales preguntas de esta investigación: ¿Qué conceptos se encuentran involucrados en la construcción del concepto función cuadrática? Y ¿Cuáles son los registros de Representación Semiótica que están presentes en el aprendizaje de estos conceptos?

Consideraremos, desde el paradigma cognitivo, dos teorías que pueden aportarnos a encontrar la respuesta, o por lo menos una luz de ella. Estas son la teoría APOE y la teoría de Registros de Representación Semiótica. La primera, nos dotará de un método de análisis para averiguar las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes deberán hacer para llegar a construir el concepto función cuadrática y el ciclo de investigación que lineará este trabajo, compuestos por: una primera etapa de análisis teórico del concepto, posteriormente, el diseño y aplicación de los instrumentos, y finalmente, el análisis y verificación de datos. Dicho análisis teórico, nos permite describir el concepto función cuadrática, "esta descripción sistemática es presentada mediante una Descomposición Genética que representa un modelo cognitivo, donde señalamos un camino mediante el cual los estudiantes pueden construir dicho concepto" (Parraguez, 2009, p. 9), y en consecuencia los instrumentos son diseñados en función de dicha descripción.

La segunda, nos dará las herramientas teóricas y conceptuales para analizar y representar de manera óptima, a nivel de tratamientos y conversiones, las diferentes construcciones y mecanismos presentes en la descomposición genética; considerando que la comprensión de una representación en un registro determinado parece implicar directamente la comprensión del contenido conceptual representado, sobre todo cuando el registro de representación es la

lengua natural (Guzmán, I. 1998, p. 7), que, para nuestro caso, se expresará en el lengua de señas.

Para entender esta elección, es necesario conocer tanto el contexto cognitivo, como cultural, pues son ellos los que finalmente condicionan, en gran medida, el ambiente educativo de la institución donde se realiza esta investigación.

Contexto cognitivo y cultural

La sordera es considerada una limitación sensorial, originada por un daño en el analizador auditivo, el cual puede ser producido por diversos factores genéticos o ambientales. Estos daños, de diferentes magnitudes, a su vez provocan problemas en la formación y desarrollo del lenguaje (Castellanos, 2004). Este último, una herramienta para la transmisión de conocimientos, y más aún, para la comunicación.

Respecto a esta situación, la comprensión lectora, tal como se ha mencionado en los párrafos anteriores, en los estudiantes sordos no es muy desarrollada, sin embargo, son capaces de traducir a la lengua de señas oraciones, e incluso definiciones. Para el caso de enunciados o definiciones matemáticas, esta situación empeora, puesto que en ellas se encuentran formulaciones donde el pensamiento hipotético deductivo, juega un papel fundamental.

Las investigaciones realizadas a través del tiempo, por investigadores como Furth (1964) o Serrano (1995), por nombrar algunos, nos proponen que los sujetos sordos pasan por las mismas etapas de desarrollo cognitivo que sus pares oyentes, pero más tardíamente. Sin embargo, el poder acceder a las distintas etapas de desarrollo, de manera óptima, está estrechamente ligado a la debida estimulación cognitiva, por medio de un tratamiento adecuado de la información.

De modo general, los conceptos no se obtienen por medio de asociaciones, sino más bien, a través de una operación intelectual, donde las funciones mentales elementales interactúan y son conducidas por la utilización de palabras para fijar la atención y abstraer ciertos rasgos, sintetizándolos y simbolizándolos, “un concepto emerge solamente cuando los rasgos abstraídos son sintetizados nuevamente y la síntesis abstracta resultante se convierte en el instrumento principal del pensamiento” (Vygotsky, 1995, p. 62).

En particular, los diez estudiantes, de entre 17 y 20 años de edad, que participan en la investigación, cursan cuarto año de enseñanza media en el CECASOV, todos hipoacúsicos, la mitad de ellos posee restos auditivos, lo que les facilita de mayor manera, la comprensión lectora respecto a sus compañeros, junto con la anterior, estos mismos estudiantes, poseen un bilingüismo muy desarrollado, es decir, son capaces de leer y hacerse entender tanto en señas,

como en lenguaje oral. En cuanto al roce social, son agentes activos en las diferentes actividades realizadas por la comunidad sorda, estimulados por las diversas tareas que en ellas puedan suscitarse.

Marco teórico

La teoría APOE, debe su nombre a sus principales componentes de trabajo, estos, vistos como diferentes tipos de construcciones mentales que pueda presentar un estudiante, de diferentes objetos matemáticos, a saber: acción, proceso, objeto y esquema. La primera de ellas, la construcción acción, es aquella en que el estudiante solo interactúa con el objeto matemático de manera guiada, clara y explícitamente, de esta manera el estudiante posee la construcción acción del concepto. Otro tipo de construcción, son los procesos. Estos, se ven reflejados si un estudiante es capaz de pensar en un objeto matemático, sin necesariamente actuar sobre él, solo manipulándolo en el interior de su mente. Esto es logrado por medio de la interiorización del concepto como acción en el proceso del mismo. En el caso de la construcción Objeto, esta es posible de ser adquirida de dos formas, que detallaremos a continuación: la primera manera de hacerlo es cuando el individuo es consciente del proceso en su totalidad y es capaz de realizar transformaciones en él, conoce tanto acciones como procesos involucrados en el concepto, así; el estudiante para poder conseguir esta construcción utiliza un mecanismo denominado “encapsulación” de un proceso. Otro mecanismo importante que se sucede en esta construcción, es la desencapsulación, llevada a cabo cuando la persona puede descomponer el objeto en los procesos y acciones subyacentes; una segunda forma de conseguir un objeto, es la que se obtiene cuando el sujeto puede actuar sobre un esquema, de similar forma que el sujeto es capaz de hacerlo con un proceso, debe concebir el esquema como un todo y poder realizar acciones sobre él, en este caso el sujeto tematiza el esquema en un objeto. Y finalmente, la construcción Esquema del concepto es una colección de acciones, procesos, objetos y otros esquemas que interactúan de manera coherentemente en una estructura, ya sea de forma consciente o inconsciente. Esta construcción puede ser evocada desde la mente del individuo cada vez que alguna situación problema lo amerite. La coherencia antes mencionada, se manifiesta principalmente al discriminar qué situación está vinculada al esquema y cual no.

Por otra parte, estas construcciones necesitan de mecanismos para interactuar en la mente del estudiante, en la conformación y construcción de un determinado objeto matemático, entre los cuales podemos encontrar distintos tipos de mecanismos inspirados en la abstracción reflexiva planteada por Piaget (1984), algunos de estos son: la interiorización, la encapsulación, desencapsulación, tematización, por nombrar algunas. Tanto las construcciones, como

mecanismos, quedan plasmados en una Descomposición Genética Hipotética del concepto, que para nuestro caso sería el de la Función Cuadrática, la cual quedará materializada en un mapa o diagrama.

De manera general, el estudio del aprendizaje de las matemáticas, o cualquier conocimiento, no puede sino estar estrechamente ligado a la utilización de símbolos para plasmar su “saber”. Ferrari (2001), nos dice que, la formación del pensamiento matemático se encuentra estrechamente ligada a la formación de símbolos, que permitan representar estos objetos abstractos y sus posteriores relaciones. Esta idea, queda reflejada en la dialéctica establecida entre la noesis y la semiosis; a saber, la primera corresponde a los actos cognitivos como la aprehensión en términos conceptuales de una representación semiótica y la segunda a la producción o la aprehensión de una representación semiótica. Estos símbolos utilizados son estudiados bajo la noción de representación, las cuales son el pilar fundamental para que los sujetos puedan movilizar todos sus conocimientos.

Duval (1999) desarrolla los conceptos de representación semiótica y la de articulación de registros, con el fin de “regular” la participación de estos en los procesos de aprendizaje en la educación formal. El define a las representaciones semióticas como producciones establecidas por el uso de símbolos, y que a su vez estas son remitidas a un sistema particular de signos. Un punto fundamental planteado en esta teoría, son los fenómenos que afectan a los diferentes registros, a saber, la diversificación de los registros de representación semiótica, la diferenciación entre representante y representado, y finalmente, la coordinación entre los diferentes registros disponibles. Bajo el suceso de este último fenómeno, se establece una de las condiciones fundamentales para que una representación funcione como tal en el sujeto: se necesita de al menos dos sistemas semióticos para producir alguna representación del objeto. La otra condición es que, el sujeto realice un traspaso “espontáneo” de un sistema a otro.

Una de las principales contribuciones de esta teoría, y, que fundamenta nuestra investigación, hace referencia a la mejor aprensión de un objeto o concepto, cuando este se es manejado en a lo menos dos tipos de registros. Para nuestro contexto cognitivo-comunicativo, en cuanto a lo comunicativo, el espacio de trabajo es reducido a prácticamente dos tipos de registros, los cuales obedecen a la percepción visual del objeto, pues los estudiantes no poseen comprensión lectora y su vocabulario es reducido, por ende las definiciones escritas quedan descartadas. Es por ello que esta teoría y sus consideraciones nos proveen de las herramientas teóricas necesarias, para el fin de esta investigación.

El estudio y la propuesta

El análisis teórico, realizado al concepto función cuadrática, nos permitió determinar, por medio de un análisis epistemológico-histórico al concepto función, que el objeto matemático función cuadrática, es un concepto “compuesto”, esto es, que se compone por un lado del concepto de función, y por otro, de lo cuadrático. Esto último, es o sería una “regla” que, cumple con las condiciones de ser función: “Una función es una regla que asigna a cada uno de ciertos números reales un número real” (Spivak, 1992, p. 49).

Es por ello, que hemos decidido considerar lo “cuadrático” como una característica especial, así como podría ser logarítmica, trigonométrica, lineal, entre otros. “Cada tipo de función tiene un origen en un contexto específico lo que implica que cada una posea su propia naturaleza, que la distingue de las demás, y problemáticas propias relativas a su apropiación” (García-Zatti, M. y Montiel, G. 2007, p.16).

Respecto al concepto de función, los diversos análisis epistemológicos realizados, nos hablan que los inicios de este concepto en la historia, se fundamentan bajo un trabajo o ideas de relaciones entre sucesos y magnitudes, que hoy en día podríamos llamarlas un tanto “básicas”, sin embargo, “tal y como se define actualmente en Matemáticas es un objeto muy elaborado como consecuencia de numerosas generalizaciones realizadas a través de una evolución de más de 2000 años” (Ruiz, 1998; citado en, Farfán, R. y García, M. 2005, p. 489).

Por otra parte, la naturaleza de la regla que rige esta función, la podemos caracterizar, tanto desde su representación gráfica, por medio de la parábola de eje horizontal, como desde su representación algebraica, en su forma $ax^2 + bx + c$. Los distintos tratamientos en ambos tipos de representaciones: traslaciones, simetrías, dilataciones, entre otros, en cuanto al registro gráfico; y factorizaciones, completación de cuadrados, por nombrar algunos, en el registro algebraico, son tales que, es posible establecer una correlación entre ellos, facilitando la conversión de registros. Este hecho, aporta a los procesos de generalización.

Según todo lo anteriormente expuesto, hemos formulado una descomposición genética hipotética (Figura 1), basados en: las premisas contextuales de los estudiantes, el análisis teórico y en las herramientas teóricas de ambas teorías.

Según los análisis teóricos realizados, esta descomposición genética propone que, para construir el concepto función cuadrática, reconociéndolo como un objeto, el estudiante debe comenzar activando las construcciones mentales realizadas en torno a la construcción objeto de relaciones entre conjuntos no vacíos, para desencapsular de ellas, por medio del conjunto gráfico de una relación, los procesos involucrados, esto es, la identificación de la correspondencia entre elementos, en el producto cartesiano de la gráfica del conjunto y la generalización de esta correspondencia, por medio del uso de la asignación de variables; a

continuación, el estudiante deberá coordinar estos procesos, junto con el proceso de

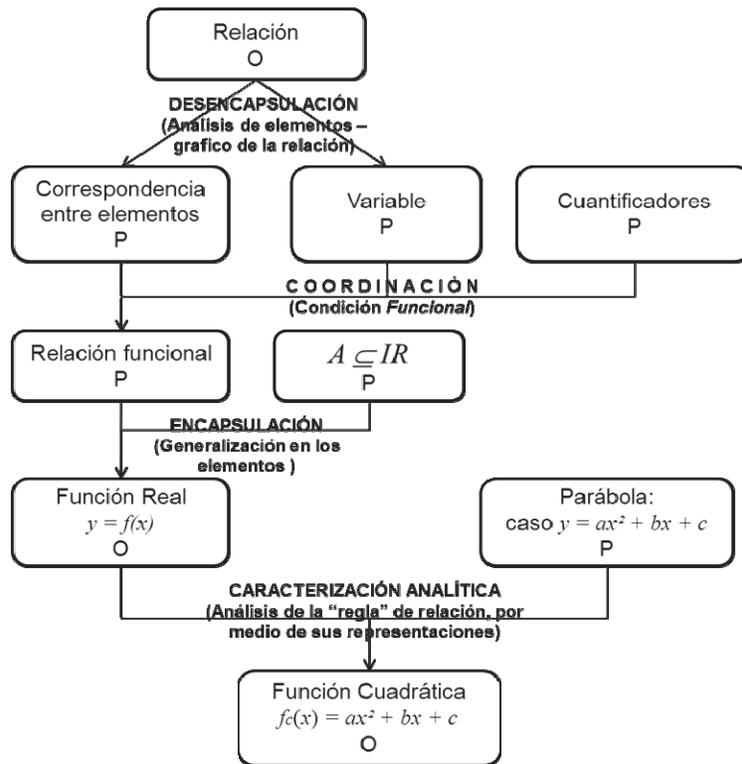


Figura 1: Descomposición genética hipotética del concepto función cuadrática

cuantificadores, tipificando esta relación bajo las condiciones de función, estableciendo un nuevo proceso de relación funcional, a saber, relación que cumple la condiciones de función, donde el estudiante es capaz de determinar en sus representaciones gráficas, sagitales y de lengua natural, si una determinada relación entre conjuntos, con elementos discretos, es función o no. Este proceso de relación funcional, donde el reconocimiento se realiza gracias a lo “contable” o “manipulable” de los elementos, lo encapsularemos generalizando el tipo de elemento, junto con la construcción proceso de números reales, donde los estudiantes son capaces de reconocer la característica continua, logrando la construcción objeto de función real, esto es, que el estudiante reconoce relaciones entre variables, que generalizan subconjuntos de los números reales y que cumplan con las condiciones de función.

Hasta este punto, y en conformidad a la hipótesis de que, la función cuadrática es un concepto compuesto, hemos mostrado, primeramente, la construcción del concepto función real, el cual, según los análisis, dependiendo de la regla a la cual responda, se presenta en objetos matemáticos más específicos: función lineal, función cuadrática, función trigonométrica, entre otras; estos objetos se diferencian y caracterizan en aspectos generales, gracias a sus

representaciones. Según lo anterior, caracterizaremos analíticamente el objeto función real con el proceso de la parábola, en el análisis de la regla, ya sea desde su registro gráfico, como en su registro algebraico, obteniendo la construcción objeto de función cuadrática, con la cual, los estudiantes son capaces de utilizarlo en situaciones que se relacionen con este objeto, por ejemplo, la productividad de bombas de agua trabajando en conjunto, el área máxima con determinadas medidas, entre otros; y pudiendo manipular procesos algebraicos de factorización, reflejado en su registro gráfico, y viceversa.

Conclusiones

Si bien es cierto, esta es sólo una arista por la cual se puede abordar los problemas referentes a los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en estudiantes sordos, lo cierto es que, la problemática de la comunicación, trasciende a este tipo de enfoque. En la experiencia profesional, hemos podido percatarnos que, pese a que se logre un mejor manejo de la lengua de señas, tanto en estudiantes como en profesores, las maneras de explicar, comprender, generalizar, deducir, por nombrar algunas, son disimiles entre sí.

El alejarnos de las definiciones formales de los objetos matemáticos, presentes en la matemática escolar, y acercarnos a las construcciones y mecanismos mentales que los estudiantes debiesen poseer, y los registros de representación de estos mismos, nos permite generar en ellos, conceptos matemáticos, y las posibles utilidades de ellos, por sobre una instrucción mecánica.

En la actualidad, estos estudiantes se encuentran cursando primer año de enseñanza superior, tanto en diferentes carreras, como instituciones de la región de Valparaíso, que tomaron la responsabilidad de enfrentar la problemática de la comunicación. El sistema de evaluación diferenciada a estos estudiantes, ha permitido una óptima incorporación al sistema, sin embargo, esta no ha estado carente de dificultades, en las clases propiamente tal, que provocan la vuelta de los estudiantes al CECASOV, en busca de apoyo.

Referencias bibliográficas

- Castellano, R. Delgado, R. Gómez, I. (2004), *Sordera: aspectos psicológicos*. Cuba: Pueblo y Educación
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle
- Farfán, R. y García, M. (2005). El Concepto de Función: Un Breve Recorrido Epistemológico. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18*, 489-494. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- García-Zatti, M. y Montiel, G., (2008). Resignificando la linealidad en una experiencia de educación a distancia en línea. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 3(2), 12-26.
- Guzmán, I. (1998). Registros de Representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 1(1), 5-21.
- Parraguez, M. (2009). *Evolución cognitiva del concepto Espacio Vectorial*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de las ciencias*, Editorial Siglo XXI, México. Libro disponible en http://books.google.cl/books?id=OP_46cTPf8MC&printsec=frontcover&dq=Psicog%C3%A9nesis+e+historia+de+las+ciencias&source=bl&ots=mfgr egxDi&sig=cxcSzj2rwtORpHsMlbWcUm2lUMs&hl=es&ei=ANijTNqR BIG78gbpltSRCg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CCgQ6AEwAw#v=onepage&q=Psicog%C3%A9nesis%20e%20historia%20de%20las%20ciencias&f=false
- Serrano, C. (1995). *Procesos de resolución de problemas aritméticos en el alumnado sordo: aspectos diferenciales respecto al oyente*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad Autónoma de Barcelona. España.
- Spivak, M. (1992). *Cálculo Infinitesimal*. España: Reverté
- Vygotsky, L. (1995): *Pensamiento y Lenguaje*. Argentina: Ediciones Fausto.