

## TENDENCIAS DE LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA: DEL ESTUDIO CENTRADO EN EL OBJETO A LAS PRÁCTICAS

Ricardo Cantoral – Uriza

Cinvestav, IPN

rcantor@cinvestav.mx

Campo de investigación: Socioepistemología

México

Nivel: Superior

**Resumen.** *La Matemática Educativa se asume en este escrito como una disciplina académica que busca democratizar el aprendizaje de las matemáticas entre los ciudadanos. Los estudios de exclusión muestran algunas de las tendencias actuales en la investigación en ciencias sociales y muy recientemente en la propia Matemática Educativa, pues las condiciones de desarrollo social inducen las características de logro educativo. Es la educación un reto a la vez que un desafío y un medio para encarar las desigualdades sociales. En este sentido, una tendencia contemporánea de la investigación en nuestro campo señala que no es posible estudiar la formación de conceptos y el desarrollo de hábitos entre los estudiantes ignorando a la vez, las condiciones sociales en la que se lleva a cabo el acto educativo. La Socioepistemología, en tanto aproximación teórica emergente en la Matemática Educativa, da explicaciones incorporando la dimensión social sobre cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático situado, poniendo en primer plano la idea de práctica social como norma de la construcción de saber.*

*En este enfoque se han desarrollado estudios muy variados e interesantes que ponen en el centro del debate el papel de las prácticas y cómo éstas son normadas por la práctica social. Se han estudiado procesos basados en la demostración, el infinito, lo periódico, lo trigonométrico, el hábitat, la toxicología, la bioelectrónica, la investigación de mercados, la construcción de la vivienda, el tratamiento de aguas entre otras con resultados altamente prometedores.*

**Palabras clave:** Expulsión, logro, Matemática Educativa, Matemática Escolar

Cuando recibí la invitación para dictar una de las conferencias plenarias de la vigésima tercera Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa – Relme 23, que organiza el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa – Clame, pensé en un tema amplio que fuese a la vez que incluyente, particular y preciso. Al momento de ofrecer la charla en el espacio que generosamente brindó la Universidad Autónoma de Santo Domingo en República Dominicana, tuve la necesidad de acotar en demasía mis pretensiones de partida, pues habría de centrarme en aquellos asuntos que dieran a la disciplina Matemática Educativa, una visión evolutiva para un público amplio y diverso.

Las “relmes” se han constituido en referente obligado para la comunidad académica de nuestro campo y el nombre de Matemática Educativa ha adquirido en la región un considerable estatus de

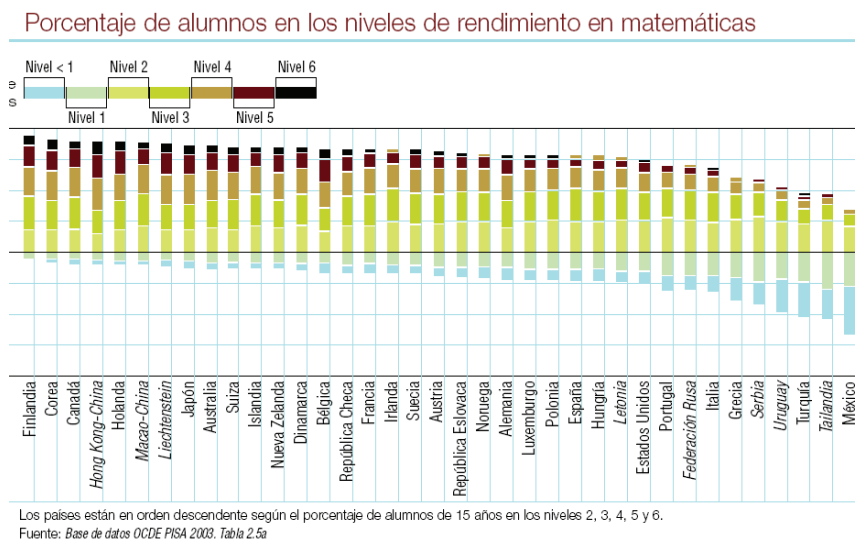
cuerpo teórico – práctico. En este sentido, asumo en este escrito a la Matemática Educativa como una *disciplina académica* que busca *democratizar el aprendizaje* de las matemáticas entre los ciudadanos, y me propuse durante la conferencia abordar cuestiones fundamentales: ¿Cómo lograr que disfruten y entiendan a las matemáticas la mayoría de los estudiantes de una clase? y ¿cómo hacerlo al nivel de la ciudadanía?

Estas cuestiones deben abordarse mediante estudios serios y sistemáticos sobre el problema de la exclusión en la sociedad y en los procesos educativos en particular, más específicamente debemos desarrollar estudios sobre el papel de la matemática escolar en los fenómenos de exclusión (Cantoral, 1995). El medio educativo suele disfrazar como fracaso escolar, culpando a su vez a alumnos y profesores, a la exclusión social que produce la organización de la matemática escolar contemporánea, esta idea está siendo desarrollada por Daniela Soto en su tesis de grado. Los estudios de exclusión muestran algunas de las tendencias actuales en la investigación en ciencias sociales y muy recientemente en la propia Matemática Educativa, pues las condiciones de desarrollo social inducen las características de logro educativo.

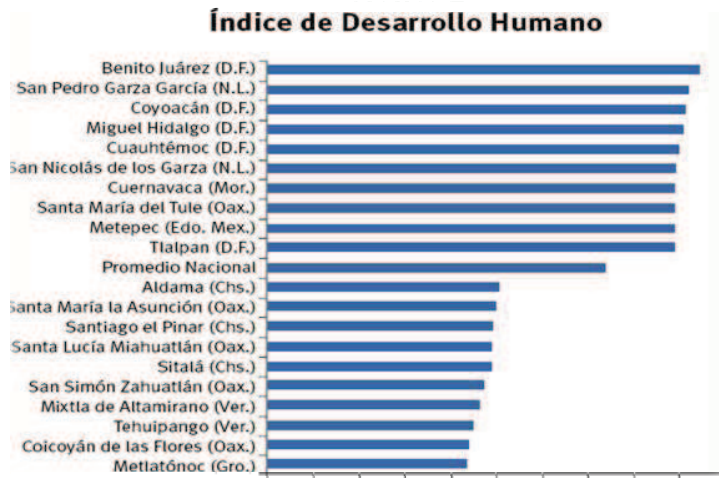
Se sabe que en América Latina viven cerca de 213 millones de personas en condición de pobreza extrema, la educación en general, y de la ciencia y las matemáticas en particular pueden, y deben, jugar un papel protagónico en el desarrollo social y en la elevación de los niveles educativos y de bienestar de la población. Es la educación un reto a la vez que un desafío y un medio para encarar las desigualdades sociales. En este sentido, una tendencia contemporánea de la investigación en nuestro campo señala que no es posible estudiar la formación de conceptos y el desarrollo de hábitos entre los estudiantes ignorando a la vez, las condiciones sociales en la que se lleva a cabo el acto educativo.

Datos recientes de la Organización para el Desarrollo Económico muestran que el rendimiento en matemáticas es bajo en nuestra región, sobre todo cuando se compara con los resultados alcanzados en otras latitudes. Es importante aclarar, sin embargo, que dicha ubicación en la tabla, no muestra el nivel de comprensión en matemáticas de las y los alumnos o de los ciudadanos, ni tampoco el desempeño profesional de los docentes en matemáticas. Se trata más bien de un indicador del desempeño del sistema. Una lectura superficial de esta información produce deslices conceptuales que pueden llevar a un gobierno a tomar acciones de políticas públicas desastrosas. Los investigadores tenemos la obligación de producir explicaciones sensatas, basadas en evidencia

científica, que muestren que el resultado en matemáticas no es independiente de otras variables de contexto social, ideológico o estructural. De este modo, es importante entender que una tendencia fundamental en los estudios de Matemática Educativa es lo que llamaré la “tendencia social” o la “cuarta dimensión” como explicamos en (Cantoral y Farfán, 2003).



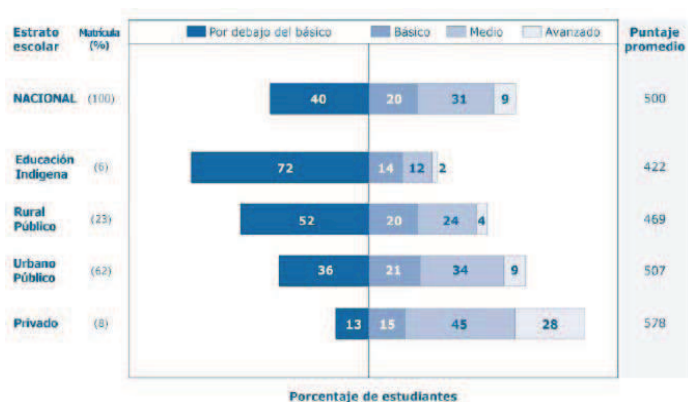
Las variables sociales aludidas pueden ser tan amplias como la siguiente. Tomemos por ejemplo, el índice de desarrollo humano (IDH) en diferentes municipios de México. La desigualdad regional es brutal, mientras que tenemos municipios como el de la Delegación Benito Juárez en la Ciudad de México, Distrito Federal con un IDH tan alto como zonas de Dinamarca o Alemana, en cambio, en el municipio de Metlatonoc en el estado de Guerrero, México, se tiene uno de los índices más bajos del mundo. En unas cuantas horas de viaje, se habrán recorrido, metafóricamente hablando, siglos de diferencia.



Datos recientes muestran que el fenómeno de exclusión al que nos hemos referido, afecta a todos los sectores de la población, pero es mucho más acucioso entre los grupos más vulnerables, en pobreza extrema, en condición de discriminación o simplemente por ubicación geográfica. Por ejemplo, de los resultados de matemáticas en el tercer grado de escuela básica mexicana a través de un examen nacional de naturaleza censal, se diferencian los resultados en función del tipo de escuela, la etnia y de su ubicación geográfica. Los puntajes más bajos los tiene la educación indígena, le sigue la escuela pública en un medio rural, la urbana pública y los más altos resultados los obtiene la escuela privada. En este sentido, la tendencia social a la que me he referido, debe poner su atención en estos asuntos.

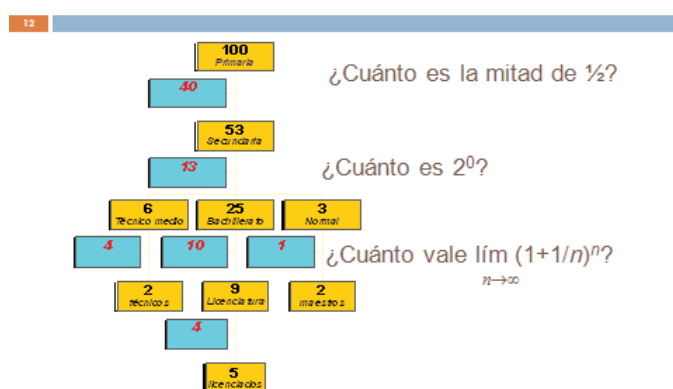


Es así que los niveles de logro matemático muestran índices más bajos al nivel de la educación indígena y más altos en la urbana pública y en la privada. Es evidente que estos diferenciales de logro no radican en los contenidos matemáticos tratados, sino que reposan en una profunda brecha social que la escuela no logra sino reproducir.



Hemos documentado en otros trabajos sobre el proceso de “expulsión que produce la escuela y sobre el papel que juega la matemática en él”, el diagrama siguiente muestra cómo a lo largo del camino, una gran cantidad de estudiantes no concluye con los ciclos obligatorios. De cada 100 alumnos que ingresan a la escuela primaria (7 – 12 años de edad) sólo nueve alcanzan una habilidad terminal, dos maestros, dos técnicos medios y cinco licenciados.

### ¿Deserción o expulsión?



Estos datos muestran un problema mayor que la tendencia social de la investigación en Matemática Educativa se propuso estudiar a fin de afectar benéficamente al sistema educativo. Otras tendencias, han querido obviar este hecho y asumen que las dificultades del aprendizaje son universales y por tanto, pueden ser estudiadas obviando el contexto de producción del conocimiento. Nos planteamos en consecuencia una pregunta que hoy día considero fundamental: ¿Existe una manera matemática de pensar que pueda ser difundida socialmente? ... ¿cómo? Esta pregunta ha sido abordada desde diferentes perspectivas teóricas y diversos enfoques metodológicos.



Ante la pregunta: ¿Cómo aprenden las personas?, la Matemática Educativa responde con base en la experiencia. Veamos algunos ejemplos. Se pide a un grupo de alumnos que corrija la siguiente afirmación: “ $7 + 8 = 14$ ”, invariablemente los jóvenes contestan: “ $7 + 8 = 15$ ”. Una pregunta pertinente sería, por qué corrigen el lado derecho y no del izquierdo, pues otras posibilidades adecuadas de corrección serían:

$$6 + 8 = 14, 7 + 7 = 14, 7 + 8 = 15, 7 + 8 \neq 14$$

La razón que explica lo anterior es que el pensamiento del estudiante opera bajo la instrucción de que el signo “=” se lee como “da” ... o “el resultado es”. No la interpreta como una relación de equivalencia en la que es posible modificar los términos de maneras diversas como se mostró anteriormente.

Muchas veces se piensa que este es un problema sólo del alumno, para mostrar que ello no es así, los matemáticos educativos exploran cómo encaran ciertas tareas los docentes de matemáticas, así por ejemplo ante las preguntas, encontramos situaciones similares a las reportadas entre los alumnos:

- a. Encuentra una función cuya gráfica tenga a los puntos  $(1, 0)$  y  $(2, 1)$ .
- b. Construye una función que contenga los puntos  $(0, 0)$ ,  $(1, 2)$  y  $(4, 0)$ .
- c. Encuentra **otra** función con esos puntos.

La estrategia que siguieron los docentes para la primera pregunta fue la de trazar una línea recta por esos puntos y con los datos determinan su ecuación. Encuentran la ecuación de la parábola para los puntos dados en la segunda pregunta utilizando varios métodos, sistemas de ecuaciones o la completación de cuadrados. Sin embargo, el inciso c) sólo fue respondido por 1 de los 50 profesores participantes. ¿Cómo opera entonces el pensamiento humano?

Los estudios empíricos de la psicología experimental, según expuso el profesor Xiang Wang en una conferencia sobre transversalidad curricular de las matemáticas en Cinvestav, señalan que es cuestionable el concepto tradicional de la *racionalidad*, según el cual, ser *racional* reside únicamente en pensar y actuar de acuerdo con reglas abstractas y universalmente aplicables, como las reglas lógicas, probabilísticas, matemáticas, ... En su lugar, una alternativa para entender la *racionalidad*, ha sido sugerida por muchos filósofos y psicólogos. Ésta insiste en que debemos entender los principios normativos del razonamiento dentro de los contextos específicos bajo los que se realiza una inferencia. “La imagen estándar de la racionalidad”: ser racional consiste en razonar de acuerdo con los principios normativos del razonamiento, cuya legitimación se funda en las reglas de la lógica, de la teoría de la probabilidad, etc.

De este modo, El ser **racional** se identifica con la capacidad de realizar procesos *inferenciales* cuyo funcionamiento se realiza con base en principios normativos abstractos, tales como las reglas de la lógica, la teoría de la probabilidad, los cálculos matemáticos, las reglas gramaticales ...

Veamos el siguiente ejemplo, la tarea de selección de las cartas: El experimento presenta cuatro cartas marcadas como se muestra a continuación:

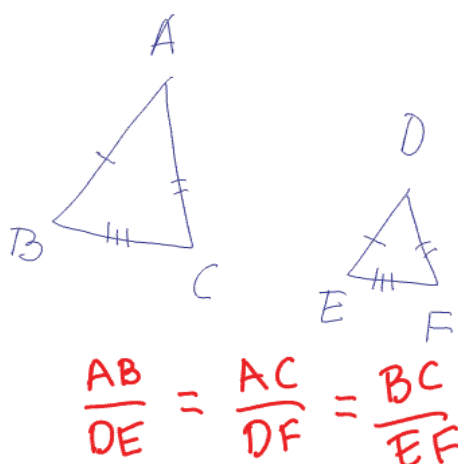


La primera con una E, la segunda con una C, la tercera con un 5 y la cuarta con un 4.

Posteriormente se les explica que **cada una de las cartas tiene de un lado un número y del otro una letra.**

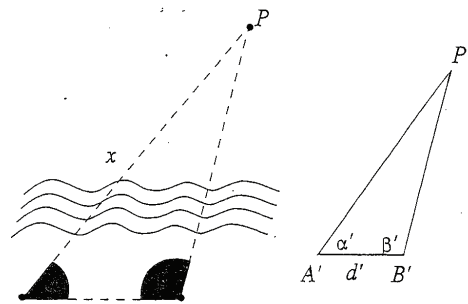
Su tarea es determinar cuáles cartas tienen que voltear para probar la verdad de la frase: “Si hay una vocal en un lado de la carta, entonces hay un número par en su otro lado”. Las respuestas obtenidas se observan cosas interesantes: sólo el 5% obtiene la respuesta correcta al voltear las cartas E y 5. El 33% voltear sólo la carta marcada con la letra E, el 46% voltear las cartas E y 4.

Este mismo fenómeno se presenta en el aula de matemáticas. Veamos el ejemplo de la enseñanza de la proposición “p entonces q” en el caso de la semejanza de triángulos. Se parte de la premisa  $p$  :  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  y se busca llegar a la tesis  $q$  :  $AB : DE :: AC : DF :: BC : EF$ . Se realizan operaciones básicas de la geometría del tema de Semejanza de Triángulos, donde se afirma que triángulos semejantes tienen lados (correspondientes) proporcionales. Semejanza implica proporcionalidad. Esto se suele plasmar en textos e imágenes en la pizarra como el siguiente

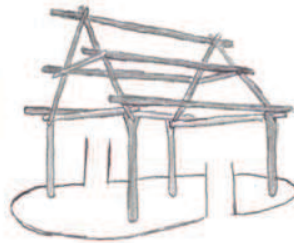


En los textos escolares y en los salones de clase, esta actividad se justifica o se introduce bajo el argumento de que el cálculo de distancias inaccesibles se puede realizar con la semejanza de triángulos. Aunque la afirmación es cierta, la verdad es que en la vida práctica casi nunca hacemos esos cálculos.





En la vida cotidiana, la proporción aparece más bien ligada a las necesidades inmediatas como las medidas del cuerpo y su relación con la casa. Así en un poblado yucateco, del sureste mexicano, al construir la choza se usa la proporción (Covián, 2005).



Su constructor utiliza la medida de su cuerpo, “la vara” la longitud que va del ombligo del que mide al piso, es usada para determinar, en proporción, las dimensiones de la casa... en varas – no en metros.

Es decir, el pensamiento humano funciona de manera contextual, no sigue reglas de inferencia preestablecidas, ... es más contextual de lo que en ocasiones pensamos. A pesar de ello, domina en la enseñanza un enfoque que, aun siendo constructivista, se apoya en el tratamiento de objetos y propiedades matemáticos y dejan de lados las prácticas mediante la cuales se usa el conocimiento. Este cambio de centración, de los objetos a las prácticas es en mi opinión la tendencia mayor en estos años.

La Socioepistemología, en tanto aproximación teórica emergente en la Matemática Educativa, da explicaciones incorporando la dimensión social sobre cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático situado, poniendo en primer plano la idea de práctica social como

norma de la construcción de saber. Dentro de esta disciplina la Socioepistemología ha hecho planteamientos novedosos, poniendo al centro de la discusión, más que a los conceptos, a las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento (Cantoral, 1990; López, 2005).

En este enfoque se han desarrollado estudios muy variados e interesantes que ponen en el centro del debate el papel de las prácticas y cómo éstas son normadas por la práctica social. Se han estudiado procesos basados en la demostración, el infinito, lo periódico, lo trigonométrico, el hábitat, la toxicología, la bioelectrónica, la investigación de mercados, la construcción de la vivienda, el tratamiento de aguas entre otras con resultados altamente prometedores.

En este sentido, la tendencia fundamental a la que he querido referirme en esta charla es la de haber roto la centración en conceptos y en individuos que aprenden, por otra que pone el énfasis en las prácticas y en las comunidades. Ello exige de marcos teóricos adecuados a los tiempos. Un reto para la generación del bicentenario.

### **Bibliografía**

Cantoral, R. (1990). *Categorías relativas a la apropiación de una base de significados propia del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analíticas: Simbiosis y predación entre las nociones de “el Praediciere” y “lo Analítico”*. Tesis doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN: México.

Cantoral, R. (1995). Matemática, matemática escolar y matemática educativa. En *Memorias de la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, R. Farfán (Ed.), Ediciones de la UNAM, Vol. 1, Cap. Plenarias, 1 – 10. Ministerio de Educación, La Habana: Cuba.

Cantoral, R., Farfán, R.-M. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. Vol. 53, Issue 3, 255 – 270.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN: México.

López, I. (2005). *La Socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN: México.