

FORMADORES DE FORMADORES: ¿CÓMO ENSEÑAN A ENSEÑAR GEOMETRÍA DEL ESPACIO?

Natalia Sgreccia, Tulio Amaya de Armas, Marta Massa
Fac. de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Univ. Nacional de Rosario Argentina
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas Argentina
Facultad Educación y Ciencias - Universidad de Sucre Colombia
sgreccia@fceia.unr.edu.ar, tulio031964@yahoo.es, mmassa@fceia.unr.edu.ar
Campo de investigación: Formación de profesores Nivel: Superior

Resumen. *Los docentes tienden a no enseñar los contenidos geométricos establecidos en los programas, por desconocimiento de sus aspectos conceptuales y de su importancia, a pesar que se declara la importancia formativa de la geometría. De hecho estas posturas y las concepciones que las fundamentan pueden, en parte, derivarse de las experiencias personales de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la etapa de formación como estudiantes de Profesorado. Este trabajo comunica resultados de la prueba piloto de un cuestionario, con que se indagaron, en entrevistas semi-estructuradas, las opiniones de ocho formadores de futuros educadores, colombianos y argentinos, sobre la geometría del espacio y su didáctica. Se caracterizaron sus valoraciones y creencias. Los resultados han permitido identificar aspectos sobre los que se debe hacer ajustes si se lo desea emplear como instrumento para una indagación sobre una muestra más amplia de profesores.*

Palabras clave: geometría del espacio, enseñanza de geometría, representaciones docentes, formación de profesores

Introducción

La formación de profesores es una de las temáticas de mayor relevancia en la actualidad, particularmente en la Educación Matemática y en los países latinoamericanos (Borba, 2006). En este proceso de formación se construyen representaciones sobre el campo de conocimientos abordados y se reconstruyen o fortalecen aquellas organizadas en la escolaridad previa. Los significados disciplinares que los acompañan y el sentido que se les otorga como contenido a ser enseñado (perspectiva didáctica) define la posición del futuro profesor de Matemática como docente.

Varios estudios evidencian que los docentes tienden a no enseñar contenidos geométricos, a pesar de figurar en los programas, por desconocimiento tanto de sus aspectos disciplinares como de su importancia (Báez e Iglesias, 2007). Barrantes & Blanco (2006) advierten sobre la pobre formación en geometría que ha tenido la mayoría de los docentes jóvenes, tanto en la escolaridad primaria y secundaria como en el Profesorado. En los reducidos casos en los que se aborda la enseñanza de la

geometría, hay un fuerte predominio, casi exclusivo, de lo bidimensional, restringiéndose el trabajo con objetos tridimensionales, en el mejor de los casos, a un mero reconocimiento de nombres (Tavío y Méndez, 2006). Esta situación, observada en las aulas de las escuelas medias, da indicios de una posición sesgada del profesor ante el significado educativo de la geometría del espacio. Santaló (1999) advierte que las asignaturas de los Profesorados en Matemática suelen clasificarse, por separado, en Matemática (“qué” enseñar) y en Didáctica (“cómo” enseñar). Entiende que se trata de una división que debería transformarse para ganar en eficacia y tiempo. Ejemplifica estas ideas con la geometría, la cual puede mostrarse en su forma intuitiva, como fue su primera formulación histórica, para llegar a la geometría en coordenadas y a la introducción de las estructuras algebraicas. Sugiere que estas comparaciones y variedad de posibilidades sean mostradas por el profesor de Matemática y no esperar a que se las indique el profesor de Didáctica.

De allí que sea de interés indagar en profundidad las representaciones que subyacen en estas actuaciones docentes y cuáles son los factores que intervienen en su construcción, en sus aspectos disciplinares y didácticos, durante la formación de profesores en Matemática.

Marco teórico

Loewenberg Ball, Hoover Thames y Phelps (2008), siguiendo las ideas de Shulman (1986), postulan que el conocimiento matemático para enseñar comprende seis dominios, según se sintetizan a continuación y se ejemplifican para el caso de la geometría:

- a. *común del contenido*: comprendiendo los conocimientos y procedimientos matemáticos generales para ser usados en diversos ámbitos, por ejemplo, las teorías geométricas;
- b. *del horizonte matemático*: involucrando el conocimiento sobre la manera en que los contenidos matemáticos se relacionan a través del currículo. Por ejemplo, este dominio considera la relación de los contenidos geométricos con otros en la articulación vertical y horizontal del diseño curricular;
- c. *especializado del contenido*: está asociado con el conocimiento didáctico y las habilidades matemáticas para enseñar. Por ejemplo, comprende distintas fases o etapas para la enseñanza de la geometría;

- d. *del contenido y de los estudiantes*: vinculado con el conocimiento sobre los procesos cognitivos requeridos en el aprendizaje de la Matemática. Por ejemplo, interesa identificar cierto nivel de aprendizaje geométrico en los alumnos;
- e. *del contenido y de la enseñanza*: integra el conocimiento sobre la enseñanza y sobre la Matemática. Por ejemplo, atiende a la selección de las secuencias de enseñanza de la geometría pertinentes para ayudar a los alumnos a superar etapas en su aprendizaje;
- f. *del contenido y del currículum*: comprende el rango completo de programas, con todos sus componentes, diseñados para enseñar Matemática en un nivel dado. Por ejemplo, los contenidos de geometría establecidos en el diseño curricular.

Kunter et al. (2007) consideran que el profesor, además de ser portador de estos dominios de conocimientos, dispone también de un conjunto de creencias y valoraciones sobre la disciplina, su enseñanza, su aprendizaje y las finalidades educativas. Acordamos con Parra (2005) que ellas se expresan en las prácticas pedagógicas que lleva a cabo.

Metodología de la investigación

La investigación se centró, en la etapa que se comunica, a indagar representaciones docentes vinculadas con los dominios b, c, d y e de Loewenberg Ball et al. (2008) e identificar creencias y valoraciones que las complementen según lo sugieren Kunter et al. (2007). Con un enfoque cualitativo, se recurrió a entrevistas semiestructuradas (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2003), con la intención de caracterizar las valoraciones y creencias de los docentes responsables de la formación de profesores en relación a la asignatura que imparten y vinculada con geometría o su didáctica. Se realizaron a cuatro formadores de Argentina y cuatro de Colombia, analizando su contenido por medio de ocho categorías -se explicitan en el apartado *Resultados* - que toman en consideración: la vinculación docente con la geometría (categorías 1 y 2), el lugar otorgado a la geometría tridimensional la asignatura a cargo (categoría 3), la relación entre la geometría y su didáctica (categoría 4), la importancia atribuida a su asignatura en la formación del profesor (categoría 5) y las fortalezas y debilidades en su práctica pedagógica en la asignatura (categorías 6 y 7).

Resultados

Las respuestas de los entrevistados, para cada una de las categorías de análisis, se indican con la codificación A seguida de un número (de 1 a 4) para los docentes argentinos, y con C para los colombianos.

Categorías 1 y 2: Asignaturas que enseñan en la formación de profesores y Antigüedad

A1: Tópicos de Geometría (1 año); A2: Geometría euclidiana y Taller de docencia IV (5 años); A3: Taller de docencia IV (5 años); A4: Geometría analítica, Taller de docencia III y Didáctica de la Matemática (14 años); C1: Didáctica de la Matemática (5 meses); C2: Geometría elemental (1 año); C3: Recursos didácticos (6 años); C4: Geometría analítica (11 años).

Categoría 3: Relaciones con la enseñanza de la geometría del espacio en su asignatura

A1 y C2 señalan *no tener establecidas relaciones con la geometría del espacio*, a semejanza de A3, que desde una perspectiva didáctica, lo delega en quien aborda los aspectos disciplinares. C1 considera que *la geometría del espacio tiene un rol mediador* en el aprendizaje, posición que comparte también C3 remarcando la importancia que cobran en la enseñanza los recursos didácticos para trabajar la tridimensionalidad.

A2 menciona desarrollar la geometría sintética, del plano y el espacio, sobre la base de los contenidos mínimos exigidos por el currículum que considera imprescindibles en la formación de un docente en Matemática.

A4 establece relaciones con la geometría del espacio *como aplicación de contenidos* desarrollados en geometría analítica: al abordar rectas y planos en el espacio, cálculo de volúmenes de paralelepípedos con producto mixto; representaciones gráficas y sus interpretaciones. Estos criterios son semejantes a los formulados por C4.

Categoría 4: Relación entre la geometría y su didáctica - Trabajo sobre particularidades didácticas (geométricas) en sus clases de geometría (didáctica)

Los profesores A1, A2, A4, C2 y C4 trabajan contenidos geométricos específicos en las asignaturas que tienen a su cargo. Sin embargo son diferentes la manera en que trabajan los aspectos didácticos: A1 lo hace con algunos contenidos de geometría plana ya que considera su importancia para su práctica docente; A2 ha comenzado a hacerlo recientemente con algún tema en particular

para mostrar la elaboración de una situación didáctica y utilizando algún recurso específico; A4 afirma hacerlo en su asignatura y enfatiza que cuando se abordan tanto los contenidos conceptuales como los procedimentales, se contempla a la geometría como una rama sumamente interesante, amplia, motivadora y flexible, que posibilita la integración de conceptos y procedimientos así como la construcción del conocimiento; C2 asume hacerlo como principio de trabajo “el descubrir para conceptualizar”, con actividades que se desarrollan con la secuencia: razonamiento visual, razonamiento informal y razonamiento formal y aborda la de demostración como un medio de: explicación, sistematización, descubrimiento y comunicación; y, finalmente, C4 lo aborda considerando las particularidades didácticas que orientan las temáticas específicas, sin profundizar en los detalles. Observándose en ellos por lo menos un intento por integrar lo disciplinar y lo didáctico (Santaló, 1999).

Los restantes entrevistados, si bien no trabajan contenidos de geometría, consideran la importancia de un buen tratamiento didáctico mientras se desarrollan los contenidos disciplinares, a fin de contribuir al desarrollo del pensamiento matemático para su uso posterior en el proceso de aprendizaje. En particular, C3 remarca que trata de hacer entender a los alumnos que los recursos didácticos son sólo un apoyo para la comprensión y, en particular, algunos recursos tecnológicos como los softwares utilizados en Matemática son útiles para graficar y resolver ecuaciones.

Categoría 5: Importancia atribuida a su asignatura en la formación del profesor en Matemática

Las respuestas son diversas, dando cuenta de las diferencias existentes entre los docentes en relación con el dominio del horizonte matemático. A1 considera que su asignatura es específica del Profesorado en Matemática y no puede ser compartida con otra carrera.

Para A2 la Geometría Analítica no es un área privativa del Profesorado en Matemática. Entiende que otras carreras tales como el Profesorado de Tecnología, o el de Química, el destinado a profesores para el nivel primario podría compartir la asignatura, ya que entiende que la geometría euclidiana es parte de la realidad en la que todas las personas están inmersas, ayuda a interpretar el entorno, desarrolla el razonamiento creando conectivos lógicos y necesarios en la resolución de problemas, además de contribuir al desarrollo de la visualización y de la representatividad. Esta idea también la manifiestan C2 y A4. Éste último además sostiene que las asignaturas a su cargo ‘hacen al futuro profesor’, los contenidos son estrictamente necesarios para impartir una buena

enseñanza, así como los procedimientos y actitudes con que debe contar. C4 considera que su asignatura constituye un reto para el futuro profesor: comprender los temas que se trabajan y puedan aplicarlos en contexto, en particular, adaptarlo a la singularidad de los estudiantes de escuela secundaria, en función de sus características y niveles cognitivos. En este caso se registra una clara referencia al dominio “d” de Loewenberg Ball et al. (2008).

Los profesores que se desempeñan en asignaturas del campo didáctico enfatizan aspectos del dominio “e” de Loewenberg Ball et al. (2008), como es el caso de A3, considera la inconveniencia de compartir el cursado con otras carreras ya que los alumnos tienen características y procesos de pensamiento diferentes a los que pudieron haber logrado estudiantes de otras carreras. En particular, el Taller de Docencia lo piensa como un espacio curricular que habilita la posibilidad de pensar la práctica de manera reflexiva generando un proceso permanente de revisión de la misma. C1 destaca que para él un buen docente debe tener tres saberes: saber la asignatura que enseña, saber cómo enseñarla y saber cómo se aprende dicha asignatura, siendo la didáctica la que provee los elementos indispensables para los dos últimos saberes, orienta la conformación de sus propios métodos de enseñanza, mostrándole las distintas teorías y procedimientos, así como las tendencias actuales. Señala que es importante indicar que no todo está dicho y que el mundo de la enseñanza es un campo en el que todo docente debe aportar cotidianamente, pues los espacios de aprendizajes son muy variados y cambiantes y depende de la intención de cada docente. La función didáctica del profesor se considera básica por C3 que hace referencias a colegas universitarios con dominio conceptual de un tema, pero que no lo saben transmitir a los estudiantes, sólo los confunden y los vuelven inseguros. Sostiene que la pedagogía, en su desarrollo histórico, ha logrado construir un espacio de teoría y práctica que orienta el quehacer de los maestros en las instituciones.

Categoría 6: Aspectos poco logrados en su asignatura

Las respuestas, diferentes por su especificidad ya que remite a la reflexión sobre su campo de desempeño profesional, se agrupan según los dominios a los que aluden.

- *Dominio b*: La axiomatización de la geometría, “quizás se deba a que a mí no me gusta demasiado y de alguna manera transmito esto”. Hacer una Matemática más real, revisando muy bien contenidos prioritarios de la escuela media para reforzar a los alumnos en ellos (A2).

- *Dominio c:* Mayor manipulación por parte de los docentes en formación con algunos recursos informáticos indispensables para la enseñanza de la Matemática, geometría, cálculo, estadística, etc. (C3).
- *Dominio d:* Trabajar de manera que sus alumnos no se apeguen mucho al libretto en los ejercicios que plantea en clase. Esto inhibe que el futuro profesor piense que puede innovar. Considera que debe orientar más hacia el enunciado de ejercicios y planteamientos nuevos (C1); La capacidad demostrativa en los estudiantes desde razonamientos formales, diversificando las propuestas ofrecidas al futuro docente (C2); El trabajo con situaciones que resulten de interés para los estudiantes, para despertar su motivación (C4).
- *Dominio e:* La vinculación entre los trayectos de práctica y las asignaturas específicas (A1); La introducción de la geometría como campo disciplinar en las prácticas de residencia ya que la geometría no está incluida demasiado en el secundario. Falta formular una propuesta didáctica creativa en las clases que van a desarrollar en las escuelas destino y no sumarse a las propuestas didácticas que realizan los docentes a quienes observan y con quienes practican (A3); Destinar más tiempo al uso de materiales didácticos, que incluyen softwares educativos y abordar, por otro lado, trabajos prácticos orales como así también trabajos en colaboración que les exijan a los futuros profesores el debate, el intercambio y puesta en común de ideas (A4).

Categoría 7: Anécdota significativa vinculada

A1, A2 y C4 no recuerdan anécdotas en particular. A3 no comunica ninguna anécdota, sólo destaca una situación que se reitera en sus alumnos, en cuanto a la falta de articulación con temas anteriores.

De los restantes, 2 profesores señalan una situación correspondiente a geometría, recordando: Acciones de varios estudiantes que logran descubrir propiedades geométricas con la ayuda de herramientas computacionales (C2); A un estudiante creativo, que ante las exigencias de evaluación por querer sobresalir, diseña un recurso didáctico práctico, útil y económico para la enseñanza de la geometría (C3).

Los otros recuerdos se refirieron a: Una práctica de ensayo, entre compañeros en el aula, donde los docentes hacían de alumnos y ante una pregunta, la practicante se larga a llorar y le dice al docente que no la quiere (A4); Una situación como alumno de quinto grado de primaria donde le enseñaron a despejar una ecuación partiendo de las leyes del despeje antes que de las propiedades de la igualdad “porque no quería perder tiempo con eso” (C1).

Categoría 8: Lo que le hubiese gustado que le pregunten sobre su asignatura

A4, C1y C3 aluden a cuestiones sobre su gusto por la asignatura valorando fuertemente el aspecto afectivo propio. Mientras que C4 señala como importante el grado de satisfacción de los estudiantes luego de haber cursado una asignatura como geometría analítica. C2 hace referencias a cuestiones vinculadas con la gestión del aula: ¿Cómo desarrolla su clase? ¿Qué aspectos deben privilegiarse en el curso? ¿Cuál es el papel del profesor y los estudiantes en las clases?

Conclusiones

Los resultados han permitido tener los primeros indicios acerca de la reducida importancia que se le asigna a la geometría del espacio como contenido frente a enfoques más centrados en lo analítico. Se valora su interés para la motivación o la aplicación.

En general, se observa acuerdo sobre las particularidades que asocian a la asignatura a su cargo para la formación de un Profesor en Matemática. Tanto con la mirada puesta en los aspectos disciplinares específicos como en los didácticos, los formadores de formadores consideran relevante el desarrollo de los dominios de conocimientos que se han indagado en este trabajo. Sin embargo, sorprende la ausencia de relatos de situaciones anecdóticas surgidas en el aula, dando la sensación de prácticas que se repiten con cierta monotonía, donde hay tácitos acuerdos de actuación frente a las tareas tanto de profesores como de alumnos. La pasividad pareciera ser una actitud típica en los formadores de formadores, si bien se resalta la potencialidad formativa de las asignaturas que cada uno de los entrevistados tiene a su cargo. Aquellas anécdotas que hacen referencia a la geometría se remiten básicamente al uso de recursos, no así a cuestiones relacionadas con procesos cognitivos, a pesar que se declama la importancia del desarrollo del razonamiento.

Entre los aspectos poco logrados en la asignatura, mencionaron: manipulación de recursos didácticos, uso de estrategias innovadoras, relaciones de la asignatura con la geometría del espacio y con el contexto a través de la resolución de problemas. Propusieron alternativas para mejorar: perder cuidado de la presión por el desarrollo de contenidos y dedicar más tiempo a cuestiones estructurales del programa.

Las referencias a las vinculaciones entre lo disciplinar y lo didáctico muestra diferencias frente a lo que se prioriza y en la forma de articularse, independientemente del país de referencia, no correspondiéndose con las sugerencias que, al respecto, realizara Santaló (1999). Este constituye un aspecto importante para avanzar en la indagación buscando, en las respuestas de muestras significativas de profesores egresados y de estudiantes avanzados del Profesorado en Matemática, indicadores de lo que Loewenberg Ball et al. (2008) identifican como distintos dominios de conocimiento matemático para enseñar.

Referencias bibliográficas

Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios Didácticos a Seguir en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática 12 al 16*, 67-88.

Barrantes, M. & Blanco, L. (2006). A study of prospective primary teachers' conceptions of teaching and learning school Geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education 9*, 411-436.

Borba, M. (2006). Diversidade de questões em formação de professores de matemática. En M. Borba (org.). *Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática* (pp. 9-26). Belo Horizonte: Autentica.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3ª. ed.). México DF: Mc Graw Hill.

Kunter, M., Klusmann, U., Dubberke, T., Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Neubrand, M. & Tsai, Y. (2007). Linking aspects of teacher competence to their instruction. Results from the COACTIV Project. In M. Prenzel (Ed.). *Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG Priority Programme* (pp. 39-59). Münster: Waxmann.

Loewenberg Ball, D., Hoover Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education* 59 (5), 389-407.

Parra, H. (2005). Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 8 (1), 69-90.

Santaló, L. (1999). La formación de profesores de matemática para la enseñanza media. En L. Santaló (y cols.). *Enfoques: Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Buenos Aires: Troquel.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15 (2), 4-14.

Tavío, C. y Méndez, J. (2006). La democratización del conocimiento matemático: popularizando la geometría. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO* 12 (42), 61-70.