

## SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES DE REFERENCIA, PLANEADOS E IMPLEMENTADOS DE OPTIMIZACIÓN EN UN CURSO DE CÁLCULO PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Ramiro Ávila Godoy, J. Alvaro Encinas Bringas, Ruth E. Rivera Castellón, Víctor Amaro Hernández  
Universidad de Sonora  
Universidad Autónoma de Baja California  
aencinasb1834@gmail.com, aencinasb@uabc.mx  
Campo de investigación: Resolución de problemas Nivel: Superior

**Resumen.** *Se presenta parte de una investigación sobre la comprensión y competencia (Font, 2007; Godino, 2002) que estudiantes de ingeniería muestran al abordar problemas de optimización (Malaspina, 2007). Se basa en la Teoría Ontosemiótica de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). El objetivo del presente trabajo es estudiar la relación entre los significados institucionales de referencia, planeados e implementados del objeto matemático optimización en un curso de cálculo para ingeniería. Para ello se analizó (Font y Godino, 2006) el libro de texto (Leithold, 1998) utilizado por un docente. Este profesor, fue interrogado sobre la planeación de su clase, mediante un cuestionario y entrevista aclaratoria posterior. Finalmente, se grabó en el aula, su actividad como docente. El estudio mostró una fuerte influencia del texto en la planeación y ejecución de la práctica del profesor.*

**Palabras clave:** significados institucionales, significados de referencia, significados implementados

### Introducción

El presente documento refiere sobre una parte de la investigación denominada “Comprensión y competencia sobre optimización en estudiantes de ingeniería”. En ella se pretende describir y explicar la relación que existe entre la comprensión que tienen los alumnos de los conceptos y procedimientos que se utilizan en la resolución de problemas (rutinarios) de optimización y su competencia (eficacia) en el abordaje y resolución de problemas más complejos (no rutinarios) del mismo tema.

El sustento de la investigación es la Teoría Ontológica Semiótica de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; y Godino, Batanero y Font, 2007). Este enfoque pretende explicar la relación del conocimiento matemático con su instrucción. Considera que un Objeto Matemático (OM) (Institucional o personal) es un emergente del sistema de prácticas (sociales o personales) asociadas a un campo de problemas. El Significado Institucional (SI) o el Significado Personal (SP) de un OM corresponde al sistema de prácticas discursivas u

operatorias asociadas al campo de problemas. El SI se puede descomponer en de referencia, planeado e implementado. Mientras los SP, en globales, declarados y logrados.

Los SI de referencia, se pueden encontrar en los documentos curriculares y en libros de texto y en sujetos tales como el profesor, el coordinador de área, autoridades, etc. El SI planeado es lo pretendido por el profesor para su clase y el SI implementado es lo realmente efectuado en ella.

Los OM se clasifican en: Lenguaje, Problemas, Conceptos, Procedimientos, Proposiciones y Argumentos. (Godino y Batanero, 1994; Godino et al.2007).

Godino, Contreras y Font (2006) han construido nociones teóricas para el análisis del proceso de la instrucción matemática, modelándola en base a seis configuraciones y trayectorias: epistémica, docente, discente, mediacional, cognitiva y emocional. La noción de *idoneidad didáctica* de un proceso de estudio busca valorar las distintas trayectorias implementadas del mismo en contraste con un proceso potencial.

En este trabajo se estudia la relación que existe entre los significados institucionales de referencia en un libro de texto, planeados e implementados por un profesor relativos al objeto matemático *optimización* en un curso de Cálculo para estudiantes de ingeniería.

### **Materiales y métodos**

El método utilizado en la toma de datos para alcanzar el objetivo planteado, fue primeramente seleccionar a un profesor de Cálculo representativo de las prácticas docentes en matemáticas en la Facultad de Ingeniería Unidad Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), y que estuviera de acuerdo en participar en la investigación. El profesor H, aceptó y contestó un cuestionario previamente elaborado sobre su actividad de planeación con preguntas tanto cerradas como abiertas y posteriormente se le entrevistó para la aclaración de dudas sobre algunas de sus respuestas (SI planeados). El profesor H utiliza como libro de texto *El Cálculo* de Louis Leithold (1998), el cual fue sometido a un análisis de tipo semiótico (Font y Godino, 2006) que corresponde a un (SI) de referencia. La actividad instruccional en el aula del tema de optimización fue grabada en video y transcrita para su análisis (SI implementados). Posteriormente se compararon los tres tipos de significados.

### El cuestionario

El propósito de este cuestionario es el de identificar los significados pretendidos o planeados por el profesor H para su clase de optimización. Consta de seis partes con un total de 50 reactivos. Hay preguntas de opción Sí o No, solicitando que toda respuesta fuera argumentada. Otras, son de respuesta abierta. Los componentes son:

- Datos del profesor: preguntas que indagan sobre la escolaridad y experiencia docente.
- Planeación de la clase: cuestionamientos sobre la planeación semestral, temática y diaria de la clase, y sobre los elementos en los que se basan sus decisiones.
- El contenido de la materia: Se pretende conocer la concepción del docente sobre el contenido, para de allí elaborar posibles explicaciones en sus decisiones de planeación.
- El libro de texto: las preguntas buscan encontrar el motivo de la selección del autor tanto de temas como problemas o ejercicios.
- La enseñanza y aprendizaje de la matemática: El objetivo de las preguntas es hurgar en los significados del profesor sobre la enseñanza y aprendizaje (creencias y concepciones).

### El libro de texto

El libro de texto utilizado por el profesor H se denomina *El Cálculo* de Louis Leithold, séptima edición, 1998, conocido por EC7. Se revisó su contenido genérico, su prólogo, la secuencia de temas y su discurso explicativo. Se analizaron las secciones correspondientes a *optimización* mediante la tipología de la teoría onto-semiótica de los objetos matemáticos.

#### 2.3 La clase

Se grabaron en video las sesiones de clase en el aula del profesor H y sus 35 alumnos sobre el tema de optimización. Posteriormente, se transcribió la grabación y se analizó considerándose la noción de trayectoria epistémica, docente y la idoneidad del proceso. Finalmente se compararon los datos obtenidos de las tres fuentes.

## Resultados

### Respuestas al cuestionario

El profesor H tiene 34 años de experiencia docente y ha impartido Cálculo durante 30 semestres. Cuenta con una licenciatura y una maestría en ingeniería. Es profesor de tiempo completo. Planea su clase semestralmente basándose en la carta descriptiva del curso, en el libro de texto y en preparaciones de clases anteriores. En menor medida, aportes de colegas, academia y coordinador de área. Usa la computadora e internet para planear su clase y darle seguimiento. La percepción que tiene el profesor es que finalmente él decide que y como impartirá su clase.

Las respuestas al cuestionario fueron organizadas en términos de los seis tipos de objetos matemáticos mencionados anteriormente. Por razones de espacio sólo se transcriben algunas respuestas particularmente en *situaciones problemáticas*.

P: ¿Cómo selecciona del texto los ejemplos de problemas a usar en clase?

R: “Pues los que parezcan mas accesibles al estudiante, que los puedan entender, que los puedan visualizar, para que mas fácil se le quede grabado...la aplicación del conocimiento”

P: Los problemas, ya sea ilustrativos o comunes que presenta el libro, ¿Son los adecuados?

R: Si, yo creo que es una de las fortalezas del libro ¿no? los problemas propuestos que son para que el alumno los desarrolle... son una muy buena cantidad, y diversos... es lo mas importante del libro...

P: Respecto al manejo de teoremas y argumentos, ¿acostumbra a demostrar los teoremas propuestos por Leithold?

R: No, las demostraciones las evito porque el trabajo está orientado hacia lo que es el trabajo de ingeniería...entonces lo que más me interesa a mi, yo como soy ingeniero es el que los muchachos entiendan el concepto y sobre todo entiendan como lo van a aplicar en problemas de la vida real...

P: ¿Por qué seleccionó el libro de Leithold respecto a los otros textos?

R: Por qué tiene una muy buena variedad de problemas... y están seleccionados de tal manera que van aumentando el grado de dificultad de los problemas... lo que es bueno para el estudiante

P. ¿Para Usted qué son las matemáticas?

R: Son herramientas que se utilizan para ayudar a la solución de problemas de la vida real...

### El libro de texto

“Las explicaciones, los abundantes ejemplos desarrollados así como la gran variedad de ejercicios, continúan siendo las características distintivas del texto”. Leithold escribe que esto es lo que lo

distingue respecto a otros textos. Afirma que entre la sexta y la presente edición ha habido como nunca cambios tanto en la irrupción en el uso de la tecnología como la aparición del movimiento de la reforma del cálculo. Para esta última edición, se guía con siete puntos, se rescatan tres de ellos: “Punto 1. La tecnología debe incorporarse para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo, *no* para reemplazar las matemáticas o restar importancia a los temas teóricos.” Punto 2. Las definiciones y teoremas deben establecerse formalmente, *no* informalmente. Punto 6. Debe darse importancia a los modelos matemáticos de las aplicaciones de la vida real.

En el punto uno, el autor declara que las matemáticas corresponden a lo analítico-algebraico. En el dos, define lo que para él es verdaderamente importante: definiciones y teoremas y el formalismo. En el sexto asegura que en su libro se da importancia a la modelación matemática de la vida real, aunque a lo largo del texto no se aprecia haberlo logrado.

Después de revisar el prólogo, en la primera página del texto y que marca el inicio del tema de funciones, le dedica el autor un párrafo de 10 renglones para presentar el concepto de función, no se presenta ninguna situación problemática introductoria pasando directamente a su definición. Mostrando con ello su interés por lo estrictamente matemático.

Al inicio del tema de máximos y mínimos, sección 3.1 el autor hace una introducción de un párrafo de cinco renglones antes de entrar a la definición del concepto mostrando la secuencia que se observa a lo largo de todo el texto: Definición del concepto → teorema → demostración → ejemplo ilustrativo → ejemplo.

La sección 3.2 estudia las aplicaciones de máximos y mínimos a problemas con enunciado. Al inicio L. Leithold escribe “Ahora se aplicará el teorema del valor extremo a problemas en los que la solución es un extremo absoluto de una función en un intervalo cerrado”. El autor escribe que un teorema se emplea para resolver ejemplos de aplicaciones en este caso de extremos absolutos.

Los llamados *ejemplos ilustrativos* son realizados en un tono descriptivo mientras que los *ejemplos* son lo que normalmente se llaman ejercicios.

En las secciones correspondientes a optimización en el texto se encontraron los siguientes tipos de problemas: Sección 3.1: Problemas en un ambiente algebraico- gráfico en contexto matemático sobre determinación de extremos absolutos y relativos. Sección 3.2: Problemas en contextos

evocados de aplicación extra-matemáticos sobre determinación de extremos absolutos: problemas de volumen de cuerpos, distancias o áreas mínimas y ganancias.

Sección 3.2 y final del capítulo: Se encuentran algunos problemas propuestos de contexto evocado de tipo de consolidación-más complejos que los problemas de aplicación.

Por otra parte no se encontró algún problema escolar de contexto evocado de introducción y tampoco se detectó ningún problema en contexto real.

### Ejecución de la práctica docente

De la transcripción de la clase de Cálculo sobre extremos, se puede observar un desempeño centrado en la actuación del docente, no encontrándose a lo largo de todas las sesiones de clase de optimización ninguna situación problemática evocada introductoria ni de contexto real sobre el tema.

En la siguiente tabla 1 se concentra una descripción de la clase organizada por la clasificación de los objetos matemáticos propuesta en Godino et al. (2007) particularmente en lo referente a lo epistémico, correspondiente al grado de representatividad de los SI implementados, respecto a los de referencia.

Componentes	Descriptorios
Situación-problema	<ul style="list-style-type: none"><li>• Predominio de problemas evocados de aplicación</li><li>• Ninguno de problemas de introducción</li><li>• Ninguno de problemas de consolidación o de la vida real</li></ul>
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"><li>• Uso de expresiones verbales, gráficas, simbólicas</li><li>• Escasa actividad de traducción y conversión entre ellos</li><li>• Nivel adecuado de lenguaje al estudiante</li></ul>
Definiciones Proposiciones Procedimientos	<ul style="list-style-type: none"><li>• Las definiciones y procedimientos no son claramente enunciados y precisados</li></ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"><li>• Escaso uso de explicaciones y comprobaciones</li><li>• No demuestra teoremas, solo ilustra algunos</li></ul>

Tabla 1. Componente epistémico de la clase.

## Discusión

El profesor planea e imparte su clase primordialmente con la carta descriptiva de la materia y su libro de texto. Su práctica docente es de corte formal, primeramente define el concepto y lo ilustra, no creyendo necesario inducirlo mediante una situación-problemática. En este aspecto su actividad docente sigue un orden semejante al libro de texto. Posteriormente presenta teoremas pero sin demostrarlos, argumentando que son estudiantes de ingeniería y que lo importante es resolver problemas de la vida real. Pero en la ejecución de la clase estos problemas de contexto real no son considerados.

En su planeación y ejecución selecciona los ejercicios “sencillos” o “fáciles” pretendiendo con ello simplificar la actividad de enseñanza.

Los problemas con enunciado en lenguaje natural, solamente son leídos y trata de enseñarles a traducir.

El autor del libro de texto, en el prólogo menciona en diversos puntos lo que para él son las matemáticas: definiciones y teoremas. Siendo congruente le asigna gran importancia a la presentación de teoremas y su demostración. La representación analítica es la única valedera cuando lo declara en este mismo prólogo. Las otras representaciones gráficas y numéricas están a su creencia en un status inferior a lo analítico. Su secuencia de enseñanza está basada en la cadena concepto-teorema-ejemplo prestando escasa atención a la problemática real lo cual obedece a su concepción formalista de la matemática. El profesor planea y desarrolla en clase un proceso similar. El objetivo del autor del texto es aplicar teoremas en resolución de problemas, misma actitud del profesor.

Al contrastar lo encontrado en el libro de texto con la planeación y ejecución de la clase se puede observar la fuerte influencia de la concepción sobre la matemática y su forma de enseñanza sobre el profesor usuario de ese libro. Particularmente en la secuencia de enseñanza del contenido, en la asignación relativa de importancia de problemas, conceptos, teoremas, procedimientos y el status inferior del trabajo gráfico y numérico.

La tendencia mundial a enseñar considerando problemas de la vida real no es fomentada por las prácticas del profesor ni por el libro de texto (OECD, 2003; Rico, 2006; Font, 2007).

### Reflexiones

Para este ejercicio se ha exhibido la influencia determinante del libro de texto en la planeación y en la ejecución de la práctica docente de un profesor de cálculo de la Facultad de Ingeniería de la UABC. Esto sugiere dos recomendaciones a esta institución escolar en la pretensión de mejorar los resultados del aprendizaje de las matemáticas en sus estudiantes:

- Por una parte la selección y elaboración de materiales consistentes con las tendencias de la enseñanza centradas en la resolución de problemas y,
- Por otra, la formación, capacitación y actualización de sus profesores.

### Referencias bibliográficas

Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 10(2), 419-434.

Font, V. y Godino, J.D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos. *Educação Matematica Pesquisa*, 8(1), 67-98.

Godino, J.D. (2002). Perspectiva semiótica de la competencia y comprensión matemática. *La Matematica e la sua didattica*, 4,434-450. Versión en español recuperada en abril de 2007 de URL:<http://www.ugr.es/local/jgodino>.

Godino, J.D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J.D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The international Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2),127-135. Versión ampliada en español, recuperado el 9 de marzo de 2008 de <http://www.ugr.es/local/jgodino>

Godino, J.D, Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basados en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 26(1),39-88.

Leithold, L. (1998). *El Cálculo* (Mata, F., Trad.) México, D.F., México: Oxford University Press.

Malaspina, U. (2007). Intuición, Rigor y Resolución de Problemas de Optimización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (3), 365- 399.

OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge And Skills*. Paris: OECD.

Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de educación, extraordinario*, 275-294.