

## LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Liliana Milevicich, Alejandro Lois

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional General Pacheco Argentina

lmilevicich@ciudad.com.ar, liliana\_milevicich@yahoo.com.ar, alelois@ciudad.com.ar

Campo de investigación: Resolución de problemas

Nivel: Superior

Formación de profesores

**Resumen.** *Se trabajó sobre una propuesta de investigación y experimentación que se está llevando a cabo en la Facultad Regional General Pacheco (FRGP) de la Universidad Tecnológica nacional (UTN), enmarcado en un Proyecto sobre Resolución de Problemas en las asignaturas de Cálculo. La población estuvo formada por 4 grupos de 30 alumnos aproximadamente, pertenecientes a las cohortes 2005, 2006, 2007 y 2008, de la carrera Licenciatura en Enseñanza de la Matemática (LEM).*

*Con el actual trabajo se pretende contribuir al desarrollo de una línea de investigación orientada hacia la elaboración de un cuerpo coherente de conocimientos, una de cuyas prioridades es conseguir en nuestros alumnos un aprendizaje significativo basado en un cambio metodológico y de actitudes.*

**Palabras clave:** resolución de problemas, aprendizaje significativo, estrategias de resolución, heurística

### Introducción

La resolución de problemas constituye una de las actividades más frecuentes en los contextos educativos científicos desde el inicio de la escolarización. Esto es lógico si se tiene presente que la Ciencia, como actividad humana, está dirigida fundamentalmente a resolver problemas. Estas circunstancias, también, se reflejan en el interés existente en el campo de la investigación educativa por esta actividad escolar. En este sentido, se han realizado en los últimos veinte años un gran número de trabajos sobre el tema con distintas orientaciones. Por un lado, se han descrito modelos sobre cómo los sujetos resuelven problemas, denominados: estudios experto-novato (López-Rupérez, 1991 y Glaser, 1992). Por otro, se han desarrollado propuestas metodológicas, diseñadas explícitamente para enseñar a los alumnos a resolver problemas, con la característica común de haber evaluado su nivel de eficacia dentro del aula (Caillot y Dumas, 1987; Selveratnam, 1990; Gil y Martínez Torregrosa, 1983; Taconis, Ferguson-Hessler y Broekkamp, 2001).

Esta última orientación constituye el encuadre de nuestra línea de investigación sobre la Resolución de problemas, si bien ambas perspectivas tienen elementos en común y se nutren mutuamente.

La instrumentación en el contexto áulico, que tiene lugar a partir de los años 80, se basa fundamentalmente en las etapas del proceso de resolución de problemas de George Polya (1945 y 1966). El National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) recomendó, en esos momentos, que la resolución de problemas debía ser el centro de la atención de las matemáticas escolares. En algunos países estas recomendaciones tuvieron repercusiones favorables; tal es el caso de Cuba dónde actualmente las Licenciaturas en Matemática que se dictan en Universidades Pedagógicas de ese país tienen implementada una disciplina de Resolución de problemas que se desarrolla a lo largo de los cinco años de la carrera y que se propone integrar los conocimientos y habilidades que en cada año académico van adquiriendo los estudiantes en las restantes asignaturas del currículo y, además, toma en cuenta los de años anteriores. (Hernández Fernández, Delgado Rubí y Fernández de Alaíza, 1998)

La situación en nuestro país es bastante diferente. Quienes trabajamos en investigación en Didáctica de la Matemática todavía seguimos indagando sobre el problema inicial que habitualmente planteamos a través de tres preguntas:

¿Están los estudiantes preparados para enfrentar los retos del futuro?,

¿Son capaces de analizar, razonar y comunicar sus ideas con eficacia?,

¿Tienen la capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de sus vidas?.

### **Justificación**

Nuestros trabajos previos con estudiantes de la LEM (Milevicich y Lois, 2008 y 2009) nos han permitido observar algunas características de la práctica profesional de estos docentes. En ese sentido, hemos categorizado el modo en que se aborda la resolución de problemas del siguiente modo: algunos docentes inician el estudio de determinado contenido a través de la resolución de algún problema como modo de justificar la necesidad de estudiar tal contenido matemático; otros, lo ubican como un apartado al final de la unidad y frecuentemente, por razones de escasez de tiempo, no lo abordan; otros, presentan los contenidos teóricos en primer lugar y luego un problema a modo de aplicación, con el propósito de resolverlo grupalmente, y generalmente, utilizando alguna heurística propuesta por el profesor; finalmente, un último grupo, dónde a partir de la propuesta de un conjunto de problemas, se promueve la discusión, conjeturación, uso de

ejemplos y contraejemplos y propuesta de diversos métodos para encontrar la solución. Por cierto, este último grupo es muy escaso y, a partir de los resultados de nuestros estudios, nunca representa más de un 5 % de los docentes.

Sobre las base de las ideas de Schoenfeld (1989) y Romberg (1992) consideramos importante propiciar una metodología dónde los alumnos se pudieran desenvolver en un medio similar al de los matemáticos cuando trabajan, ambiente propicio para que desarrollen estrategias y habilidades propias del quehacer matemático. Desde esta perspectiva, aprender matemáticas está asociado a la identificación, selección, uso de estrategias y habilidades, por parte del alumno, utilizadas por los matemáticos al resolver problemas.

### Desarrollo

Características de la investigación: Se trabajó sobre una propuesta de investigación y experimentación que se está llevando a cabo en la Facultad Regional General Pacheco (FRGP) de la UTN, enmarcado en un Proyecto sobre Resolución de Problemas en las asignaturas de Cálculo.

*Metodología:* Investigación-acción pedagógica aplicada a la resolución de problemas

*Población:* Formada por 4 grupos de 30 alumnos aproximadamente, pertenecientes a las cohortes 2005, 2006, 2007 y 2008, de la LEM de la UTN

*Propósitos:* Con el actual trabajo se pretende contribuir al desarrollo de una línea de investigación orientada hacia la elaboración de un cuerpo coherente de conocimientos enmarcados en la Didáctica de la Matemática, una de cuyas prioridades es conseguir en nuestros alumnos un aprendizaje significativo basado en un cambio metodológico y de actitudes.

En ese contexto, se pretende que los estudiantes de la LEM comiencen a construir un conocimiento profesional fundamentado a partir de su propia práctica.

### Etapas de la experiencia

1. Exploración inicial sobre la forma en que los alumnos de la LEM resuelven problemas a partir del planteo de situaciones vinculadas a conceptos propios de la escuela secundaria.

2. Análisis de la filosofía PISA (Proyecto PISA 2003, 2005) y de varios problemas planteados en la evaluación sobre Matemática
3. Experimentación en el aula.
4. Resolución de problemas referidos a las unidades didácticas de Análisis Real (números reales, aplicaciones de la derivada, aplicaciones de la integral, sucesiones, series numéricas, series de potencias).
5. Propuesta, solución y presentación de un problema integrador.

La experimentación en el aula estuvo asociada a la resolución de problemas referidos a las unidades didácticas enumeradas previamente. Nos hemos basado en la propuesta Krulik y Rudnick (1982), para lo cual tuvimos en cuenta los siguientes aspectos:

*a) Crear un ambiente apropiado para la resolución de problemas.* Los problemas referidos a cálculo diferencial e integral resultan, al principio, bastante engorrosos a los alumnos de la LEM. Si bien todos ellos son profesores de Matemática, les resulta difícil reconocer las ideas asociadas al concepto de derivada en la resolución de problemas elementales sobre variación y cambio. Parafraseando a Dolores, es llamativo que esto ocurra cuando, justamente, en los problemas de este tipo se encuentra la esencia del concepto de derivada. (Dolores, 1999). El mismo tipo de dificultades aparecen al abordar problemas referidos al cambio total y asociados a procesos de integración (Milevicich y Lois, 2007).

*b) Ofrecer un repertorio amplio y variado de problemas que generen una práctica intensiva y extensiva, además de que representen un reto para los aprendices.* Se trabajó sobre la resolución de problemas de cálculo diferencial e integral, sucesiones y series (numéricas y de potencias). (Stewart, 2003 y 2007); Larson, Edwards y Hostetler (2005); Rivera Figueroa (2006)

*c) Enseñar a los alumnos a desarrollar estrategias que les permitan leer los problemas en forma analítica.* Se trabajó sobre la propuesta de Resolución de problemas de Polya (1995) En primer lugar se hizo hincapié en que los alumnos se apropiaran de la filosofía de la resolución de problemas, en términos de Polya, y logaran identificar los tres componentes fundamentales de un problema: estar consciente de la dificultad, tener deseos de resolverlo (aquello que habitualmente denominamos motivación intrínseca), la inexistencia de un camino inmediato para resolverlo.

Luego, en el mismo sentido, debieron atender preguntas y sugerencias concernientes a dichos elementos que, para la mayoría de los problemas, resultan ser de gran utilidad:

- ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?
- Distinguir las diversas partes de la condición.
- Encontrar la relación entre los datos y la incógnita.
- Tratar de pensar en algún problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.
- ¿Puede deducir de los datos algún elemento útil? ¿Podría pensar en otros datos que le permitiesen determinar la incógnita?, ¿Podría cambiar la incógnita, o los datos, o los dos si es necesario, de tal manera que la nueva incógnita y los nuevos datos estuviesen más relacionados entre sí?
- ¿Ha empleado todos los datos?, ¿Ha utilizado la condición por completo?

*d) Pedir a los alumnos que inventen sus propios problemas.*

*e) Favorecer el trabajo en parejas o en pequeños grupos.*

*f) Promover el uso de estrategias alternativas: reconocer patrones de problemas, confeccionar gráficos, trabajar en sentido inverso, predecir y probar, simular, experimentar, reducir los datos, deducir, etc.* En esta etapa la visualización del problema juega un papel decisivo.

“...en la visualización matemática lo que nosotros estamos interesados es precisamente en la habilidad de los estudiantes en dibujar un diagrama apropiado (con lápiz y papel o con ordenador) /para representar un concepto o problema matemático y utilizar el diagrama para alcanzar la comprensión, y como una ayuda en la resolución del problema ... Visualizar un problema significa comprender el problema en términos de un diagrama o imagen visual. La visualización matemática es el proceso de formar imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con ayuda de materiales o tecnología) y utilizar estas imágenes de manera efectiva para el descubrimiento y la comprensión matemática” (Zimmermann y Cunningham, 1991, p.3).

*g) Formular preguntas mientras los alumnos están en el proceso de discusión de los procedimientos para resolver problemas.*

h) Fomentar la retroalimentación

i) Utilizar estrategias que permitan el desarrollo de procesos del pensamiento.

j) Solicitar que los alumnos representen, mediante un diagrama de flujo, sus propios procedimientos para resolver problemas.

## Resultados

En relación con los instrumentos y técnicas de recogida de datos, se pautaron cuatro etapas distribuidas a lo largo del cuatrimestre, que comprende el cursado de la material Análisis Real, para los alumnos de la LEM.

En cuanto a la primera etapa, la exploración inicial versó sobre la forma en que los alumnos resuelven problemas a partir del planteo de situaciones vinculadas a conceptos propios de la escuela secundaria. Se ejemplifican algunos de los problemas propuestos:

*Problema 1: Un hombre de 1,82 m de altura desea averiguar la altura de un edificio de 4 pisos. La sombra del edificio es de 896 cm y su propia sombra 112 cm. ¿Es posible resolver el problema con los datos disponibles? En tal caso, resuélvelo o bien explique las razones por las cuales no es posible hacerlo.*

*Problema 2: ¿Cómo puede evaluar mentalmente  $122^2 - 120^2$  ?*

*Problema 3: Pepe y José comparten una ruta de entrega de periódicos. Pepe tarda 70 min en entregar todos los periódicos y José tarda 80 min. en completar su trabajo. ¿Cuánto tardan los dos cuando trabajan en forma conjunta?*

*Problema 4: Un alambre de 9 m de longitud se corta en dos partes. Con una parte se forma un cuadrado y con la otra un círculo. Si las dos figuras deben tener la misma área, ¿cuántos cm debe medir cada trozo de alambre?*

Se observó que todas las cohortes han presentado dificultades similares, a saber:

a) Escaso dominio de procedimientos heurísticos, generales y específicos, para resolver problemas.

b) Dificultad para planificar el proceso de resolución del problema: representación gráfica del enunciado del problema, exploración gráfica y/o numérica, aislamiento de la información

relevante, organización de la información, planificación de estrategias de resolución, aplicación de procedimientos adecuados.

- c) Tendencia a operar directamente sobre los datos explicitados en el enunciado del problema.
- d) Dificultad para encontrar los datos intermedios, no explícitos en el enunciado del problema.
- e) Desconocimiento de las etapas y de los pasos generales que se pueden seguir para resolver un problema.

La cuarta etapa, última del proceso pautado, es decisiva en cuanto a la obtención de resultados. Cada alumno, al finalizar el cursado de la asignatura, debe presentar la propuesta de resolución de un Proyecto de descubrimiento o de aplicación. Si el problema involucrado, a criterio del docente del curso, resulta pertinente, el alumno debe resolverlo, y luego presentar, en forma escrita y oral un trabajo sobre la heurística implicada en la resolución, las estrategias utilizadas, las dificultades encontradas, una visión retrospectiva del mismo y, en algunos casos, si correspondiese, posibles aplicaciones.

Cabe mencionar que por diferentes razones, que escapan a los propósitos de este trabajo, sólo una parte de los alumnos iniciales completan el cursado de la materia. Los porcentajes, entre los años 2005 y 2008 estuvieron entre 50% y 60 %, con lo cual aproximadamente 15 alumnos, en cada una de las comisiones, estuvieron en condiciones de seleccionar un Proyecto final. La tabla 1 resume el análisis porcentual de los Proyectos presentados y sus características más relevantes.

Comisión	Total de alumnos al finalizar el curso	Proyecto aceptado			Explicó claramente las estrategias utilizadas	Explicó las dificultades encontradas durante el proceso de resolución	Realizó una visión retrospectiva del problema	Propuso nuevos problemas asociados al actual
		En 1ra instancia	En 2da instancia	En 3ra instancia				
2005	11	30 %	45 %	25 %	85 %	65 %	65 %	25 %
2006	16	48 %	25 %	27 %	100 %	70 %	70 %	20 %
2007	14	46 %	36 %	18 %	90 %	85 %	80 %	30 %
2008	18	48 %	30 %	22 %	100%	80 %	70 %	25 %

Tabla 1

## Conclusiones

La forma en que los alumnos resuelven el problema que forma parte de su Proyecto resulta muy promisorio. En general, utilizan diferentes estrategias en la resolución: aislamiento y posterior organización de la información relevante, exploración gráfica y/o numérica. Hemos observado que todos los alumnos invierten bastante tiempo en la planificación de las estrategias de resolución, una o dos semanas desde que tienen el Proyecto aprobado. Nos parece muy saludable el modo en que planifican una y otra vez el modo de resolución y la selección de procedimientos, que no siempre son los más adecuados. En varias oportunidades la solución no verifica el modelo propuesto, con lo cual el proceso de revisión es de vital importancia.

Consideramos que el modelo de enseñanza aprendizaje planteado, esto es: la aplicación de la metodología de resolución de problemas, resulta especialmente valioso para los alumnos, pues colabora claramente en su desarrollo profesional a partir de su experiencia como aprendices. Por otra parte, la solución de un problema en el campo de las Ciencias, abre caminos hacia la aparición de nuevos problemas.

## Referencias bibliográficas

Caillot, M. y Dumas Carrè, A. (1987). Prophy: Un enseignement de une méthodologie de résolution de problèmes. *Rapports de Recherches*, 12, 199-224. Paris: INPR.

Dolores, C (1999) *Una introducción a la derivada a través de la variación*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Gil, D y Martínez Torregrosa, J. (1983). A model for problem-solving with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5(4), 447-455.

Glaser, R. (1992). Expert knowledge and processes of thinking. En D.F. Halpern (Eds.) *Enhancing thinking skills in the sciences and mathematics*. Nueva Jersey: Hillsdale.

Hernández Fernández, H, Delgado Rubí, J , y Fernández de Alaíza, B. (1998). *Cuestiones de didáctica de la Matemática. Conceptos y Procedimientos en la Educación Polimodal y Superior*. Argentina: Homo Sapiens Ediciones



- Krulik, S. y Rudnick, J.A. (1982). Teaching problem solving to preservice teachers. *Arithmetic Teacher*, 2, 42-49.
- Larson R., Edwards B. y Hostetler R. (2005) *Cálculo diferencial*. México, Mcgraw-Hill
- Lopez Ruperez, F. (1991). *Organización del conocimiento y resolución de problemas en Física*. Madrid: MEC.
- Milevicich, L y Lois, A. (2007). La resolución de problemas de cálculo integral en un entorno informático. En: *Workshop, 11th International Congress of Math Education*, Monterrey, Mexico.
- Milevicich, L y Lois, A. (2008) Estrategias de aprendizaje significativo en matemática. En P. Lestón (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, pp. 659-664. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Milevicich, Ly Lois, A, (2009) ¿Función derivada o función pendiente de una curva?. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 913-923. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Polya, G. (1945) *How to solve it*. USA: Princenton University Press
- Polya, G. (1966) *Matemática y razonamiento Plausible*. Madrid: Tecnos
- Polya, George (1995) *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Proyecto PISA 2003 (2005). Bilbao, España: Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa
- Rivera Figueroa, A (2006). *Calculo y sus fundamentos para Ingeniería y Ciencias*. Madrid, España: C.E.C.S.A.
- Romberg, T. (1992). Mathematics learning and teaching: What we have learned in ten years. En C. Collins and J. Mangieri (Eds.). *Teaching thinking: an agenda for the twenty-first century* (43-64). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A (1989). Exploration of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 338-350.
- Stewart; J (2003) *Cálculo, conceptos y contextos*. México: Thomson
- Stewart, J (2007) *Intrducción al cálculo*. Buenos Aires: Thomson Learning Argentina
- Selveratnam, M. (1990). Problem-Solving, a model approach. *Education in Chemistry* 27(6), pp 163-165.

Taconis, R., Ferguson-Hessler, M. y Broekkamp, H. (2001). Teaching science problem solving: An overview of experimental work. *Journal of Research in Science Teaching*, 38, (4), 442-468.

Zimmermann y Cunningham (1991). Visualization in Teaching and Learning Mathematics, *MAA notes*, 19, Washington, Mathematical Association of America.