

Finalidades de Educação Matemática

Luis Rico

Departamento Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada

"L'initiative et la responsabilité, le sentiment d'être utile et même indispensable, sont des besoins vitaux de l'âme humaine. (...) La satisfaction de ce besoin exige qu'un homme ait à prendre souvent de décisions dans des problèmes, grands ou petits, affectant des intérêts étrangers aux siens propres, mais envers lesquels il se sent engagé. Il faut aussi qu'il ait à fournir continuellement des efforts. Il faut enfin qu'il puisse s'approprier par la pensée l'oeuvre tout entière de la collectivité dont il est membre, y compris les domaines où il n'a jamais ni décision à prendre ni avis à donner. Pour cela, il faut qu'on la lui fasse connaître, qu'on lui demande d'y porter intérêt, qu'on lui en rende sensible la valeur, l'utilité, et s'il y a lieu la grandeur, et qu'on lui fasse clairement saisir la part qu'il y prend" (S. Weil, p.25).

Introducción

Los trabajos teóricos sobre el currículo de matemáticas realizados en los últimos 30 años se han enfocado hacia la búsqueda de dimensiones mediante las que estructurar el sistema curricular. Según el nivel de reflexión elegido han aparecido diferentes componentes (Howson, 1979; Steiner, 1980; Howson, Keitel y Kipatrick, 1981; Rico, 1990; Romberg, 1992). También la reflexión teórica ha considerado en profundidad la cuestión de los fines de la educación matemática, que hemos encontrado en muchos de los interrogantes y propuestas planteados en estudios y documentos curriculares:

¿Para qué enseñar matemáticas? ¿qué matemáticas enseñar en una sociedad influida por la tecnología? ¿qué consideración general sobre su responsabilidad como educadores deben tener los profesores de matemáticas? ¿qué formación necesitan los profesores para enseñar matemáticas, actualmente? ¿cómo lograr un currículo más flexible, con variedad de opciones y que atienda a las diversas necesidades de los escolares? ¿cómo atender a la diversidad cultural desde el currículo de matemáticas?

Estos son algunos de los interrogantes que pueden encontrarse, de una u otra forma, a lo largo de la mayoría de los documentos y reflexiones sobre el currículo de matemáticas elaborados en los últimos años. Todos ellos convergen en que el debate sobre los fines de la educación matemática es crucial para el currículo de matemáticas en el sistema educativo, para cada currículo en concreto. En especial este debate es importante cuando se re-

fiere al periodo de la educación obligatoria. Las cuestiones que se plantean no son triviales y afectan a un nivel de reflexión general, en el que los problemas que se abordan y las cuestiones que se tratan hacen referencia a principios mediante los que el grupo profesional de educadores identifica y da cauce a los valores que entiende que las matemáticas deben aportar al sistema educativo. Estos principios son generales y se pueden caracterizar como culturales, políticos, educativos o sociales.

Dedicamos este trabajo a presentar el debate sobre los fines de la educación matemática, que se ha intensificado y precisado en fechas recientes; también presentamos una organización propia sobre este campo en base a cuatro dimensiones.

Los fines de la Educación Matemática

La cuestión de los fines o metas de la educación matemática forma parte de la discusión general sobre los fines de la educación:

"Toda educación tiene claramente unos fines pues pretende formar un tipo de hombre determinado (o quizás varios tipos de hombres). Pero muy frecuentemente esos objetivos no son explícitos, y los propios agentes formadores no son conscientes de la tarea que están realizando; saben lo que tienen que hacer para obtener los resultados que la sociedad espera, pero no saben el sentido de lo que hacen" (Delval; p. 87).

La preocupación de especialistas y profesores de matemáticas por la finalidades de su tarea no es reciente; de hecho, con un matiz u otro, la encontramos de manera permanente en la práctica totalidad de documentos curriculares, convencionales o innovadores, conocidos. La contribución de las matemáticas a los fines generales de la educación se ha considerado desde siempre positiva y altamente beneficiosa, de ahí la preocupación constante de los especialistas por describir extensamente tales fines, de manera que los currículos de matemáticas sean instrumentos adecuados para su consecución.

Así, Krulik (1975), propone las siguientes metas para la educación matemática, en las que señala las relaciones con las metas generales de la educación y las necesidades de la sociedad:

“Meta 1. Lograr, para cada individuo, la competencia matemática que le corresponde.

Meta 2. Preparar a cada individuo para la vida adulta, reconociendo que algunos alumnos requieren más instrucción matemática que otros.

Meta 3. Fomentar el reconocimiento de la utilidad fundamental de la matemática en nuestra sociedad.

Meta 4. Desarrollar la habilidad para usar los modelos matemáticos con miras a la resolución de problemas”.

Sin embargo, no hay un acuerdo general sobre los contenidos globales de estas metas. Howson y Kahane (1986) consideran los siguientes cuatro aspectos mediante los que las matemáticas contribuyen a los fines educativos generales:

- "i) el desarrollo de la capacidad de razonar,
- ii) su carácter ejemplar de certeza,
- iii) el placer estético que causan, y
- iv) su función de instrumento auxiliar para otras disciplinas."

En estos dos ejemplos se proponen ideas diferentes. De hecho, si incorporamos nuevos documentos, aparecen nuevos y distintos enunciados sobre los fines de la educación matemática. Las diferencias relativas a los fines entre los currículos pueden llegar a ser mayores que las coincidencias. Para estudiar este tema vamos a revisar algunos autores que han reflexionado sobre la pregunta *¿Por qué enseñamos matemáticas?*.

La cuestión no es trivial, e interesa igualmente a los profesores, a los padres, a los legisladores, a los administradores y a los políticos que deben tomar decisiones sobre el destino de los recursos dedicados a la educación.

Caracterizaciones.

Los documentos que reflexionan y estudian la planificación de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se plantean, ineludiblemente, distintos tipos de metas o finalidades que se pretenden conseguir. Los ejemplos que podemos encontrar son múltiples, y de ellos hemos hecho una selección.

El *National Committee on Mathematical Requirements* (USA), como parte de un documento curricular realizó, en 1923 (Bidwell, 1970), unas consideraciones sobre las metas de la educación matemática, que resumimos. En el apartado de Principios Generales señaló que una discusión sobre educación matemática y sobre las vías y medios de enfatizar su validez debía realizarse sobre una formulación comprensiva de las metas y propósitos de tal educación. Las metas y propósitos de la enseñanza de las matemáticas pueden surgir de la naturaleza de la materia, del papel que desempeña en la vida práctica, intelectual y espiritual del mundo, y también de los intereses y capacidades de los estudiantes.

En el apartado dedicado a las metas de la instrucción afirma que es usual distinguir tres clases de metas:

- 1 Prácticas o utilitarias;
- 2 De entrenamiento o desarrollo;
- 3 Culturales.

Considera que las tres clases no son mutuamente excluyentes. Las metas prácticas o utilitarias, en sentido restringido, significan la utilidad directa o inmediata de un hecho,

método o proceso en matemáticas.

Entre las metas de entrenamiento o desarrollo se incluyen las relacionadas con el entrenamiento mental. Estas metas implican la adquisición de ciertas características más o menos generales y la formación de ciertos hábitos mentales, de los que se espera que actúen en campos más o menos relacionados, es decir, que transfieran a otras situaciones. Algunas de las metas que enuncia son:

- i. la adquisición, en forma precisa, de aquellas ideas o conceptos que permiten realizar la concepción cuantitativa del mundo;
- ii. el desarrollo de la habilidad para pensar claramente en términos de tales ideas y conceptos;
- iii. la adquisición de hábitos mentales y actitudes que hagan efectivo el anterior entrenamiento."

Las metas culturales son de carácter intelectual, ético, estético o espiritual; están implicadas en el desarrollo de la apreciación y comprensión, y en la formación de ideales de perfección; son metas menos tangibles, pero no menos reales,.

El documento "*Mathematics from 5 to 16*", del Department of Education and Science británico (1985), propone las siguientes metas generales para la educación matemática en el periodo obligatorio, cuya orientación hay que destacar en los procesos de enseñanza.

- “1. Las matemáticas son un elemento esencial de comunicación.
2. Las matemáticas son una herramienta potente.
3. Hay que apreciar las relaciones internas dentro de las matemáticas.
4. Las matemáticas deben resultar una actividad fascinante.
5. Hay que fomentar la imaginación, iniciativa y flexibilidad de la mente.
6. Trabajar de modo sistemático.
7. Trabajar independientemente.
8. Trabajar cooperativamente.
9. Profundizar en el estudio de las matemáticas.
10. Conseguir la confianza del alumno en sus habilidades matemáticas”.

Las tres primeras metas hacen referencia a algunas características relevantes de las matemáticas; la cuarta a la valoración personal de las matemáticas; las metas quinta, sexta, séptima, octava y novena hacen referencia al modo de trabajo y la adquisición de métodos y la décima resume la necesidad de utilizar los conocimientos adquiridos.

En el *Diseño Curricular Base*, del Ministerio Español de Educación y Ciencia (1989), encontramos las finalidades enunciadas en términos muy generales, no mediante propuestas concretas; así lo vemos en las siguientes consideraciones:

“La finalidad formativa del aprendizaje de las matemáticas ha sido el argumento tradicionalmente utilizado para justificar su inclusión en el currículo de la Educación Obligatoria. Aunque en la actualidad el peso de este argumento ha disminuido considerablemente, sigue pareciendo razonable suponer que determinadas formas de actividad matemática favorecen el desarrollo y la adquisición de capacidades cognitivas muy generales. (...) Junto a la finalidad formativa, las matemáticas escolares tienen una clara finalidad utilitaria o pragmática. El contenido matemático es una herramienta auxiliar indispensable para otras áreas; las opciones de formación para los alumnos en la Educación Post-Obligatoria requieren un conocimiento matemático; también con un referente claro las necesidades matemáticas en la vida adulta; la aparición y el uso de nuevos medios tecnológicos incide en la finalidad utilitaria de las matemáticas. Los aspectos formativo y utilitario de las matemáticas escolares no son en absoluto antagónicos sino complementarios” (p. 484).

El Ministerio de Educação de Portugal, en el documento *Matemática Métodos Quantitativos, Organização Curricular e Programa*, para el Ensino Básico, 3º Ciclo (1991-a) establece las siguientes finalidades generales:

"Atribui-se ao ensino da Matemática uma dupla função:

- Desenvolvimento de capacidades e atitudes.
- Aquisição de conhecimentos e de técnicas para a sua mobilização" (p. 171).

"Consideram-se finalidades da disciplina de Matemática no ensino básico:

- Desenvolver a capacidade de usar Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real.
- Promover a estruturação do individuo no campo do pensamento, desenvolvendo os conceitos de espaço, tempo e quantidade ou estabelecendo relações lógicas, avaliando e hierarquizando.
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como a memória, o rigor, o espírito crítico e criatividade
- Facultar processos de aprender a aprender e condições que despertem o gosto pela aprendizagem permanente.
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação." (p. 175).

Mientras que para el Ensino Secundario (1991-b), establece estas otras finalidades:

" · Contribuir para a formação pessoal socialmente perspectivada;

· Conferir as competências requeridas tanto para o prosseguimento de estudos como para a integração imediata no mundo do trabalho." (p. 23)

"São finalidades da disciplina no ensino secundário:

· Desenvolver a capacidade de usar Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real.

· Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade.

· Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constituam suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para inserção na vida activa.

· Contribuir para uma atitude positiva face à Ciência.

· Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade." (p. 26).

Aunque los documentos reseñados contemplan metas generales de la Educación Matemática, no todos hacen el mismo tipo de consideraciones y se observan diferencias apreciables entre las caracterizaciones realizadas por cada uno de ellos.

En ocasiones, aprovechando la realización de un encuentro internacional o la puesta en marcha de un nuevo currículo, se ha producido un debate sistemático que ha tratado de organizar las ideas en torno a las metas de la educación matemática; pasamos a resumir dos de estos estudios.

Debate sobre los fines de la educación matemática

Ubiratan D'Ambrosio en el trabajo *Metas y objetivos generales de la Educación Matemática* (1979), resume el trabajo realizado en ICME III de Karlsruhe en relación con las finalidades de la Educación Matemática.

La cuestión "¿por qué se enseñan matemáticas?" hay que situarla en el contexto de un marco educativo variable, que se ha modificado profundamente por la realización del ideal de una educación masiva. Los beneficios de la educación deben extenderse a todos los estratos de la sociedad, sin atender a diferencias económicas o sociales; todos los niños y jóvenes tienen derecho a alcanzar las posibilidades que les permitan sus propias capacidades individuales; en este sentido hay una obligación social de reducir a cero las diferencias debidas a la educación. Las distintas filosofías generales sobre educación, al dar prioridad a la búsqueda de valores, o a la adquisición de nuevos conocimientos, o al sostenimiento de una estructura social determinada, dan expresión a algunas de las tensiones

que genera el fenómeno educativo y ponen de manifiesto la dificultad para dar satisfacción al progresivo desarrollo y afianzamiento de los valores democráticos.

Cuando se tiene en cuenta que el trabajo del profesor debe ser educar y no sólo instruir, destacando el interés que presenta el desarrollo de capacidades de carácter general, hay que admitir que la educación matemática no es el único medio para conseguir estos comportamientos, incluso que es probable que no sea el mejor camino posible; esto plantea una respuesta negativa a la cuestión inicial: no es necesario enseñar matemáticas, al menos no en la forma en que actualmente se realiza.

Cuando hablamos de la educación matemática y sobre sus funciones sociales hay que considerar, prioritariamente, a qué clase de sociedad nos referimos. Pensando en la sociedad del futuro, con toda la carga utópica que incluyen los ideales de justicia, libertad, dignidad de vida, igualdad de oportunidades, etc, entonces es posible discutir sobre cómo orientar la educación para alcanzar ese futuro. Sobre esta base, D'Ambrosio pasa a presentar los dos puntos de vista más destacables.

Primero: el *punto de vista utilitario*. Hay una necesidad creciente de preparar matemáticos, en todos los niveles, para la aplicación y el uso de la tecnología. Los mismos matemáticos vienen observando con preocupación la distancia entre lo que se enseña e investiga en matemáticas y lo que se aplica. La sociedad espera, aunque sea a largo plazo, algún beneficio o recompensa de las matemáticas; espera que los matemáticos sean profesionales competentes, capaces de justificar por qué están siendo pagados para hacer matemáticas.

La educación matemática refleja también la posición que las matemáticas y los profesionales de la misma tienen en la sociedad. Si se hace una educación especulativa o contemplativa, dedicada a una élite, y dejando la formación profesional para una estructura paralela, los fines educativos de las matemáticas quedan dirigidos a la formación individual. En cambio, con una formación masiva y la inclusión de la formación profesional en el Sistema Educativo, la sociedad puede esperar mucho más. En la mayor parte de los enunciados de las metas de la educación matemática se nota un énfasis fuerte hacia el comportamiento social y hacia el mundo exterior.

Segundo: *punto de vista especulativo*. Un segundo tipo de educación matemática, desplazado después de la revolución industrial, y que aún no se ha reincorporado al contexto de la educación científica, es el esfuerzo por desarrollar la educación como libre y creadora, como adquisición del arte de utilizar el conocimiento. La meta para esta forma creativa y más estructurada de la educación matemática consiste en colocar meramente la matemática en su posición de lenguaje conveniente y útil para simular el mundo real. El objetivo es crear nuevas matemáticas, nuevas teorías y ayudar a la solución de nuevos problemas, que tan sólo ahora están siendo identificados y reconocidos. Objetivo básico de la

educación matemática no es el perpetuar conocimientos, o avanzar un poco sobre el existente, sino fomentar la creación de nuevos conocimientos. La enseñanza no es la meta esencial de esta forma creativa o contemplativa de la educación matemática; lo que es fundamental es lograr una posición favorable a la creación de nuevo conocimiento.

Tarea principal de la educación matemática consiste en proponer estrategias que permitan el desarrollo simultáneo de estos dos objetivos, el primero basado en el concepto de matemática como cuerpo utilitario de técnicas y habilidades, pensado y diseñado para satisfacer necesidades sociales, y el segundo que considera las matemáticas como componentes de un gran cuerpo de modelos del pensamiento y del lenguaje para simular los fenómenos anteriores.

En estas ideas resume D'Ambrosio su reflexión relativa a los fines de la educación matemática, sobre los que considera que hay que contemplar una variable más: los cambios producidos por el aumento espectacular en el número de alumnos. Los cambios de magnitud en el número de alumnos han producido un cambio igualmente impresionante en el número de profesores, lo que ha dado lugar al nacimiento de una nueva comunidad. Esta situación genera nuevas estructuras que plantean nuevas necesidades y favorecen la creación de nuevos conocimientos.

La reflexión de Romberg

Un estudio diferente y más actual sobre las funciones de la educación matemática es el realizado por Romberg (1991). Este trabajo se propone explícitamente sistematizar las respuestas a la cuestión *¿Por qué se debe enseñar matemáticas?*, y se analizan las dificultades que surgen en cada caso.

Considera Romberg que hay dos grandes categorías de respuestas o justificaciones a la cuestión planteada:

- a) Justificaciones funcionales.
- b) Otras justificaciones, entre las que se incluyen el desarrollo de las capacidades personales.

Además de las categorías mencionadas, considera los problemas relativos a la justificación. Pasamos a presentar las ideas más destacables, a nuestro juicio, en cada una de las categorías mencionadas.

Justificaciones funcionales. Tanto para los alumnos como para la sociedad las matemáticas satisfacen una necesidad funcional de largo alcance. Las escuelas deben preparar a los alumnos para ser ciudadanos productivos; la formación especializada de las matemáticas es un requisito previo esencial para el estudio de una amplia variedad de disciplinas. La cuestión que se plantea de inmediato es: *¿cuántas matemáticas son suficientes para todos?*

El NCTM plantea que *“los empleados deben estar preparados para comprender las*

complejidades y tecnologías de la comunicación, para plantear cuestiones, asimilar información desconocida y trabajar cooperativamente en equipo”; todo esto implica que todos los alumnos en edad escolar deben tener la oportunidad de estudiar más matemáticas, algo distintas de las que se estudian en el currículo actual.

Por el contrario, otros educadores creen que, al no ser necesario un control y dominio de los procedimientos algorítmicos que pueden ejecutar las máquinas, la mayor parte de los niños no necesitarán estudiar demasiadas matemáticas.

Surgen así, tres cuestiones cruciales:

i) ¿Qué ideas matemáticas serán útiles para los ciudadanos en el futuro?; hay quien piensa que las matemáticas serán más importantes y otros que serán menos importantes.

ii) La segunda se refiere a las creencias sobre diferencias y talentos individuales; los que apoyan más cantidad de matemáticas minimizan estas diferencias, mientras que los partidarios del menos consideran que el rendimiento de un alumno debe compararse con el de los demás. Argumento importante en este segundo planteamiento es la idea del currículo diferenciado, que se considera más eficiente; la diferenciación debe basarse en la capacidad, el interés y las necesidades sociales; el riesgo que se corre con la diferenciación es el de promocionar una élite intelectual que controle el desarrollo económico y científico, lo cual *“no es compatible ni con los valores de un sistema democrático justo ni con sus necesidades económicas”*.

iii) La tercera y más importante cuestión son las razones propuestas por quienes están interesados en la historia de la reforma educativa; las peticiones de reforma para que todos los alumnos aprendan más matemáticas y algo distintas, no son nuevas; los resultados de iniciativas reformistas pueden llevar fácilmente a problemas y contradicciones; con todo este planteamiento se ha llegado a cuestionar la función social específica de las matemáticas escolares y a señalar sus diferencias con la disciplina científica de las matemáticas.

En una revisión de posiciones, señala que Keitel (1987) insiste en distinguir entre las actividades educativas que fomentan el uso de las matemáticas o el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos y la práctica de las matemáticas. Damerow y Westbury (1985) emplean tres niveles de análisis para delimitar las matemáticas para todos:

a) La distribución del conocimiento: el conocimiento matemático no es una prerrogativa de ciertas comunidades culturales; al contrario, las matemáticas son potencialmente adecuadas para todas las personas.

b) El sistema escolar y su integración en la sociedad: el éxito no procede de los logros de unos pocos sino de los que obtenga la mayoría; el índice de rendimiento es la producción global del sistema escolar, no sólo de los más aptos.

c) Interacción en la clase: hay un problema de oportunidades de aprendizaje y de relación con la dinámica del proceso de aprendizaje; hay que analizar y poner en cuestión los

supuestos, los modelos y la práctica de clasificar y separar a los alumnos.

Otras justificaciones. Entre ellas encontramos usualmente la idea de que se debe enseñar matemáticas porque se supone que promueven el desarrollo de destrezas de pensamiento de alto nivel. La utilidad del esfuerzo y la confianza en el propio trabajo que proporciona la práctica de ejercicios, es otro tipo de justificación usual.

También se argumenta con frecuencia que las matemáticas tienen una belleza propia, que produce satisfacción a quienes la perciben y sobre cuya valoración es conveniente educar a los jóvenes. Como quinto tipo de argumentación encontramos la necesidad de formar y promocionar matemáticos profesionales; se trata de una justificación muy arraigada en muchos profesores.

Finalmente, hay quienes estiman que es útil enseñar matemáticas por su contribución a nuestra cultura democrática occidental; importante también porque forman parte de las dimensiones de la personalidad humana.

Problemas. Queda claro para Romberg que las matemáticas se consideran una materia escolar importante; todas las razones y argumentos expuestos con anterioridad explican, conjuntamente, el fuerte respaldo que recibe esta materia. Sin embargo, no está igualmente clara la correspondencia entre los fundamentos contemplados y las implicaciones curriculares que se pretenden derivar de los mismos.

En primer lugar, es probable que los diferentes fundamentos impliquen un mayor protagonismo para determinadas partes de las matemáticas; en segundo lugar, también ocurre que un mismo fundamento se puede emplear para justificar orientaciones diferentes; en tercer lugar, aún cuando haya acuerdo en las metas, hay disparidades acusadas entre las metas y la realidad; finalmente, no está aún bien desarrollada la justificación de las matemáticas como parte de la cultura.

"En resumen, son pocos los especialistas que han justificado adecuadamente la inclusión de las matemáticas en el currículo escolar. Con frecuencia, las justificaciones específicas son superficiales, descubren las disparidades entre los fundamentos y las prácticas y no reflejan las relaciones entre los procedimientos matemáticos formales y sus raíces socioculturales" (p. 349).

Se abre aquí un nuevo campo de cuestiones cuyo planteamiento, estudio y resolución interesa destacadamente a la Educación Matemática. Por un lado, la coherencia y ajuste entre las finalidades pretendidas con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio del Sistema Educativo y su realización mediante el diseño, desarrollo y puesta en práctica del currículo de las matemáticas escolares, conlleva todo un esfuerzo de racionalidad, de delimitación de contradicciones, de propuestas de ajuste y ensayo de nuevas soluciones, que permitan cubrir con el mínimo de contradicciones las metas pretendidas. El problema no se plantea en términos de diseñar un currículo exento de contradicciones en

su enunciado y en su organización. El problema consiste en planificar y llevar a cabo, coordinadamente, la superación de estas contradicciones. No basta, y eso lo sabemos bien, con una lista de hermosos enunciados sobre los valores y utilidad de la matemática que no venga acompañada de una planificación adecuada que indique qué hacer, cómo hacerlo, cuándo realizarlo y el modo de control y ajuste o modificación de las actuaciones.

"No es sorprendente que exista una disparidad entre los fundamentos aducidos y las prácticas reales. Estas disparidades son inevitables cuando las declaraciones de intenciones no son a menudo más que pura retórica ni se explicitan ni consideran los supuestos pedagógicos que deben relacionar los fundamentos con las prácticas" (p. 348)

Todo ello plantea problemas fundados a un nuevo campo de estudio, trabajo e investigación que se viene denominando teoría curricular o diseño, desarrollo y evaluación del currículo de matemáticas.

En un trabajo más reciente Niss (1995) reconoce dos tipos de argumentos principales en los estudios sobre fines de la educación matemática: argumentos utilitarios y argumentos de formación general. Entre los argumentos utilitarios recoge los más destacados: los que centran el interés de las Matemáticas Escolares en la formación que proporcionan para desenvolverse en la vida, los que centran dicho interés en las necesidades ocupacionales y los que consideran más importante su función como requisito previo para el estudio de otras ciencias. Los argumentos basados en la formación general de los alumnos abarcan los que se refieren al desarrollo de las capacidades formativas, a la promoción de la personalidad y las actitudes y, finalmente, los que consideran el valor estético y el carácter lúdico y recreativo de las matemáticas.

Ambas categorías de argumentos se pueden relacionar con *dos propósitos generales* diferentes: servir a la sociedad o servir al individuo; al cruzar estas dos dimensiones Niss establece una matriz de dos por dos, en la que es posible ubicar la mayoría de las reflexiones sobre finalidades de la educación matemática.

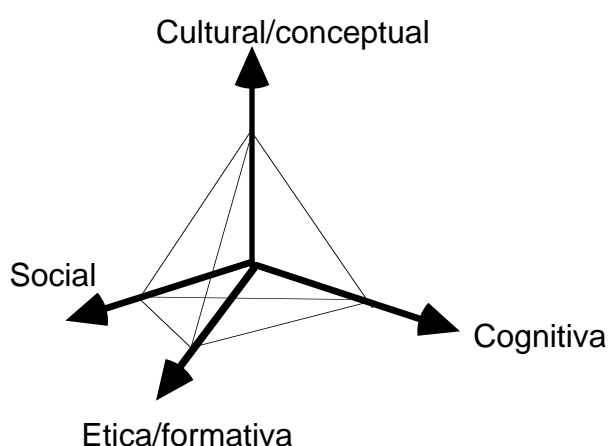
Dimensiones que caracterizan los fines de la educación matemática.

Aunque empiezan a delimitarse con precisión algunos tipos de finalidades para la educación matemática, no parece haber aún consenso en las respuestas que hay que dar a la pregunta: *¿Por qué enseñamos matemáticas?*

Esta cuestión establece la clave de multitud de problemas que afectan a la tarea que vienen realizando miles de personas a lo largo del mundo y que organizan y dirigen la formación y educación que se transmite a millones de niños y jóvenes. Encontrar respuestas sencillas y directas no es una tarea fácil; por otra parte, los planteamientos posibles pueden ser muy diferentes e incluso contrapuestos. La cuestión inicial ha sido abordada desde per-

spectivas muy diversas, empleando una metodología sistemática, buscando alguna taxonomía útil para clasificar y trabajar sobre las metas; también se ha trabajado considerando el tema de modo global, siguiendo planteamientos sociológicos que contemplan la educación matemática como un proceso en desarrollo, dentro del sistema educativo general.

Hemos realizado nuestra propia reflexión y hemos hecho una elaboración teórica para organizar la variedad de dimensiones que caracterizan los fines de la educación matemática (Rico, 1997). Nuestro planteamiento comienza por identificar cuatro categorías amplias de finalidades: culturales, sociales, de desarrollo o aprendizaje, y éticas o formativas. Representamos esta cuatro dimensiones gráficamente:



Dimensiones del currículo

En base a este sistema de cuatro categorías o dimensiones estructuraremos nuestra posición respecto a los fines de la educación matemática.

Cultura y fines de la educación matemática

En un trabajo ya mencionado, Howson y Kahane (1986) consideran dos aspectos negativos en los fines asignados a las matemáticas. Por un lado, el dominio en el conocimiento de las matemáticas se ha empleado como un criterio para promocionar a los alumnos y para seleccionar el acceso a muchas profesiones, en especial las de carácter científico y técnico. Por otra parte, su origen europeo u occidental hace que bastantes de los componentes culturales que integran este currículo sean extraños a buena parte de las sociedades no europeas en las que se ha implantado. Esta situación ha llevado a planteamientos fuertemente críticos que han hecho surgir dudas sobre la conveniencia de mantener el currículo clásico o proceder a revisarlo y llegar a su supresión, o a nuevos currículos fundamentados sobre bases culturales propias.

"La incompatibilidad entre los valores de la enseñanza de la matemática y los de la cultura materna no constituye una mera posibilidad teórica sino más bien una realidad histórica. Las décadas pasadas han sido testigo de la conversión de los llamados países en vías de desarrollo en estados independientes. Partiendo en clara desventaja, consecuencia de un bajo nivel de desarrollo socio-económico, estos países han buscado acelerar su desarrollo a través de la educación, de la ciencia y de la tecnología. Con mucha frecuencia, estos países se volvían a mirar hacia las antiguas potencias, con las que se hallaban vinculados por lazos de intercambios culturales y educativos, buscando en ellos modelos y fuentes de ciencia y de tecnología. Ya fuera acertadamente o no, las matemáticas se percibían, en primer lugar, como la herramienta fundamental de la ciencia y de la tecnología y, en segundo lugar, como una disciplina de revelación divina, universal e independiente respecto de culturas determinadas. Como resultado, comenzó un importante movimiento en pro de la adopción y/o adaptación de las matemáticas, así como se empezaron a introducir estos currículos con la ayuda de organizaciones internacionales y regionales. Al hacer esto, los países en vías de desarrollo no estaban importando tecnología independiente de culturas, sino más bien una cultura occidental más generalizada, una cultura matemático-tecnológica y, en muchas ocasiones, los valores de esta cultura entraban en conflicto directo con los valores ideológicos y, en particular, los religiosos de las culturas maternas" (Jurdak, 1989).

La dimensión cultural es, pues, relevante a la hora de establecer las finalidades de la educación matemática; los problemas señalados por Jurdak, y por muchos otros autores, apuntan a un hecho importante. La enseñanza de las matemáticas forma parte en la actualidad del sistema educativo obligatorio de cualquier país; estos sistemas educativos transmiten, como ya hemos comentado, la herencia cultural básica de cada sociedad y, por ello, las disciplinas que forman parte del currículo no pueden ser ajenas o contrapuestas a los valores fundamentales de esa cultura y esa sociedad. De ahí el gran interés de la aproximación cultural al currículo de matemáticas que autores como Bishop vienen realizando; también la necesidad de mantener la reflexión cultural en el núcleo del debate sobre las finalidades de la educación matemática.

En un orden de ideas distinto, Burton (1989) critica la identificación que se hace de un determinado estilo occidental de interpretar las matemáticas con las matemáticas en general. En la articulación de su crítica plantea dos cuestiones iniciales:

"¿Hasta qué punto es sólida la consideración de que las matemáticas son objetivas, rigurosas y convergentes? (...)

¿Qué relación existe entre la consideración de las matemáticas como objetivas, rigurosas y convergentes y una pedagogía basada en un modelo de aprendizaje transmisivo?"

Después de analizar la práctica real de reflexión y construcción de las matemáticas, denunciar la distancia de esta práctica con la implementación de los currículos oficiales, y constatar la carencia de aspectos creativos en ellos, señala:

"Parece pues que el concepto de las matemáticas transmitido a través de los currículos de la enseñanza oficial se halla mal enfocado en dos aspectos, el de la propia disciplina y en el de la pedagogía. Si cambiamos nuestro enfoque pedagógico, ¿qué efectos se producirán en la asignatura y en los estudiantes? ¿cuáles son las estrategias más efectivas para lograr animar a los profesores a que realicen estos cambios desde su posición intelectual hacia una percepción renovada de las matemáticas, y desde su posición pedagógica hacia la renovación de sus prácticas en el aula? (...) Tengo confianza en que si se vivieran las matemáticas como un área de estudio, de investigación, de dudas, de intuiciones, abierta a la interpretación y a los retos, entonces habría una mayor identificación con su estilo e ideas por parte de alumnos de ambos sexos, de clases diferentes y de razas diferentes. Por otra parte se ha podido constatar un número creciente de evidencias que sustentan la idea de que un estilo competitivo durante el aprendizaje destruye en realidad a muchos estudiantes, quiénes cambian su perspectiva de las matemáticas y su potencial para asimilarlas cuando se les sitúa en un clima que los alienta al trabajo en grupo, a que se escuchen y aprendan unos de otros, a que exploren y respeten otras perspectivas."

Todas las consideraciones sobre enseñanza de las matemáticas se basan, implícita o explícitamente, en un tipo de finalidades que denominamos culturales. Burton pone de manifiesto que las matemáticas que aparecen finalmente en los libros de texto en forma axiomatizada, que se presentan como paradigma de objetividad, rigor y convergencia, no son más que una opción cultural, entre otras igualmente legítimas, de interpretar el conocimiento matemático. La consideración de las matemáticas como parte de la cultura, de cada cultura en concreto, sostiene la fuerte dimensión cultural que encontramos en las finalidades de la enseñanza de las matemáticas. Esta idea la hemos resumido (Rico, 1996) así:

"O conhecimento matemático não se pode considerar isolado do meio cultural. A Matemática dão expressão a um mecanismo claro de controlo para o governo da conduta já que atendem a planos, fórmulas, regras, estratégias, procedimentos e instruções; contribuem para ajustar a conduta humana a pautas de racionalidade e a desenvolver um pensamento objetivo. Também apresentam uma dimensão social e pública, fundam as suas raízes nas formas básicas da expressão humana" (p. 146).

La dimensión cultural es, para nosotros, una referencia obligada en el estudio y determinación de las finalidades de la educación matemática. El carácter histórico y contingente del conocimiento matemático; su consideración como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales ligadas a un contexto social e histórico concretos y no como productos

intangibles o verdades imperecederas, reafirman esta dimensión cultural que debe contemplarse cuidadosamente entre las finalidades de la educación matemática.

Pero el legislador, el especialista en el diseño del currículo y el profesor de matemáticas pueden ignorar sistemáticamente esta dimensión cultural de la educación matemática. Weyl (1949) denuncia el olvido asumido de los fundamentos culturales en la educación, y los peligros que de ello se derivan.

"De las formas actuales de la enfermedad del desarraigo, el desarraigo de la cultura no es el menos alarmante. La primera consecuencia de dicha enfermedad es generalmente, en todos los ámbitos, que al haber cortado las relaciones, cada cosa es considerada como un fin en sí mismo. El desarraigo engendra idolatría.

Un ejemplo de la deformación de nuestra cultura: la preocupación -plenamente legítima- por conservar el carácter de necesidad de los razonamientos geométricos hace que la geometría se presente a los escolares como algo carente de toda relación con el mundo. Éstos sólo se interesarán en ella como un juego o para obtener buenas notas. ¿Cómo ver en ella la verdad?

La mayoría ignorará siempre que casi todas nuestras acciones, simples o sabiamente combinadas, son aplicaciones de nociones geométricas; que el universo que habitamos es un tejido de relaciones geométricas, y que la necesidad geométrica es la misma a la que nosotros estamos de hecho sometidos, como criaturas circunscritas en el espacio y en el tiempo. La necesidad geométrica suele presentarse de tal forma que parece arbitraria. ¿Hay algo más absurdo que una necesidad arbitraria? Por definición, las necesidades se imponen" (pp. 68-69).

La consideración explícita de los fines prioritariamente culturales del conocimiento matemático es una tarea compleja, que obliga a revisar en profundidad planteamientos convencionales irreflexivamente aceptados.

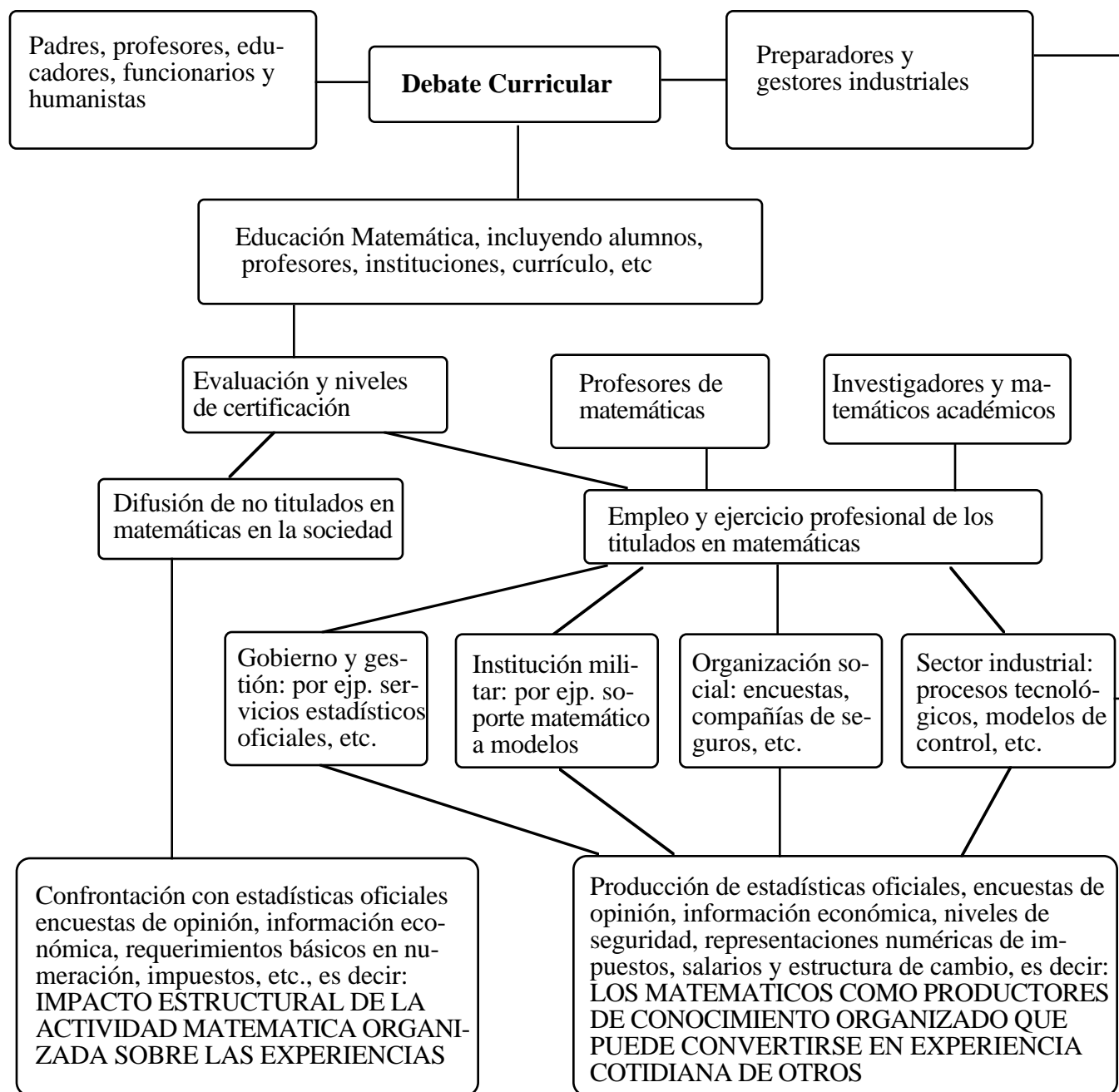
Dimensión social de la educación matemática

La importancia social del conocimiento matemático no se reduce a su evidente utilidad y carácter práctico; se argumenta mediante razones más profundas (Rico, 1996):

"A Matemática permitem comunicar, interpelar, predizer e conjecturar; dotam a nossa informação de objectividade e constituem-na em conhecimento fundamentado. (...) A sociologia do conhecimento estabelece que, como no resto das disciplinas científicas, as representações matemáticas são construções sociais. A conjectura da construção social localiza o conhecimento, a cognição e as representações nos campos sociais da sua produção, distribuição e utilização. O conhecimento científico é constitutivamente social dado que *a ciência estão socialmente orientada e os objetivos da ciência estão socialmente sustentados* (Restivo). O conhecimento matemático, como todas as formas de conhecimento, representa as experiências materiais de pessoas que interactuam em contextos particulares, culturas e períodos históri-

cos. Tendo em conta esta dimensão social, o sistema educativo -e, em particular, o sistema escolar- estabelece uma multiplicidade de interações com a comunidade matemática, já que se ocupa em que as novas gerações sejam iniciadas nos recursos matemáticos utilizados socialmente e na rede de significados (ou visão do mundo) em que se encontram inseridos; isto é, organiza um modo de prática matemática" (pp. 146-147).

Son estos argumentos los que determinan la dimensión social entre los fines de la educación matemática. Abraham y Bibby (1988) resumen las implicaciones sociales del currículo de matemáticas del siguiente modo:



El cuadro expresa diversas variantes de los dos tipos de finalidades sociales atribuidas al conocimiento matemático: proporcionar al ciudadano común las herramientas matemáticas básicas para su desempeño social y cualificarle profesionalmente para atender a las necesidades del mercado de trabajo y a los retos organizativos y de gestión planteados en la sociedad.

Una parte de las finalidades sociales de la educación matemática suele cubrirse con la etiqueta de *finalidades de carácter utilitario* del conocimiento matemático; es cierto que la

visión estrictamente utilitaria queda bajo esta dimensión social, pero no la agota.

En Rico (1996) hemos considerado tres ámbitos diferentes para la dimensión social:

- i) la práctica profesional,
- ii) los contextos matemáticos, y
- iii) los hábitos y prácticas usuales en el empleo de las matemáticas,

que ponen de manifiesto tres modos de considerar las matemáticas como herramienta intelectual determinada socialmente.

El primer ámbito queda caracterizado por diversas opciones en el cuadro anterior; en todos los casos se trata de prácticas profesionales distintas en las que los matemáticos, o especialistas cualificados que utilizan herramientas matemáticas, producen conocimiento organizado. En esta determinación social no está excluida la caracterización que se hace de la matemática como conocimiento objetivo, preciso, abstracto, riguroso y unívoco, pero se trata de la práctica social de las matemáticas para un colectivo concreto: el de los especialistas y académicos; limitar convencionalmente esta actividad a sus aspectos formales constituye una restricción que ha empobrecido las posibilidades de análisis al reducir sus dimensiones sociales y ha proporcionado a la comunidad científica y educativa una perspectiva deficiente y restrictiva sobre las finalidades de la educación matemática.

El segundo ámbito se refiere a todas aquellas situaciones del mundo laboral y social en las que el dominio de herramientas matemáticas es necesario para un desempeño y desarrollo eficientes; en algunos casos se trata de herramientas específicas, mientras que en otros son conocimientos más generales. En todos los casos hay que hacer un uso de conocimientos matemáticos de cierto nivel; la extensión de estos contextos en la sociedad suele coincidir con su grado de modernización. Se trata del campo que el informe Cockcroft denomina *necesidades matemáticas del mundo del trabajo*.

El tercer ámbito se refiere a las necesidades básicas de cada ciudadano, al conocimiento matemático imprescindible para desenvolverse en sociedad, para comunicarse y recibir información general, para interpretar estas informaciones y tomar decisiones correctas en base a su interpretación. El informe Cockcroft denomina este ámbito *necesidades matemáticas en la vida adulta*, a las que caracteriza del siguiente modo:

"Aunque somos conscientes de que algunas personas no las lograrán todas, incluiríamos entre las necesidades matemáticas de la vida adulta la capacidad de leer números y contar, decir la hora, pagar por la compra y dar el cambio, pesar y medir, comprender tablas horarias sencillas y realizar cualquier cálculo necesario relacionado con éstas. (...) Lo más importante de todo es la necesidad de tener la suficiente seguridad como para hacer un uso efectivo de cualquier destreza y conocimiento matemático que se posea, ya sea poco o mucho" (pp. 13- 14).

Finalidades formativas

En su sentido más amplio, concebimos la educación como

"ese proceso mediante el cual un individuo en formación es iniciado en la herencia cultural que le corresponde" (Mead, 1985).

Al estudiar las ideas de Stenhouse (1984), consideramos que por educación se entiende el modo en que cada generación transmite a las siguientes sus pautas culturales básicas; por tanto, cualquier plan educativo general debe hacer referencia a un sistema de valores, considerar la práctica social en la que se incardina, basarse en unos fundamentos éticos y reflexionar sobre las implicaciones políticas conexas.

Una visión educativa amplia lleva a considerar el conocimiento matemático como una actividad social, propia de los intereses cognitivos, normativos y afectivos de niños y jóvenes; el valor principal de este conocimiento está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas útiles; para el dominio de las matemáticas hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. La Associação Portuguesa de Professores de Matemática (1995) describe este ámbito en los siguientes términos:

"La enseñanza de las matemáticas, en todos los niveles, debe proporcionar a los alumnos experiencias diversificadas en contextos de aprendizaje ricos y variados, contribuyendo al desarrollo de capacidades y hábitos de naturaleza cognitiva, afectiva y social, estimulando señaladamente la curiosidad, la actitud crítica, el gusto por organizar el razonamiento y de comunicar, el gusto por enfrentarse con problema y resolverlos" (p. 39).

El educador se ocupa de iniciar a niños y adolescentes en la cultura de la comunidad a la que pertenecen y de transmitirles sus valores sociales; de esta cultura también forma parte el conocimiento matemático, que debe transmitirse en toda su plenitud a cada generación. La responsabilidad del educador matemático es grande puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio individual facilita el desarrollo intelectual, promueve nuevos aprendizajes y proporciona ventajas intelectuales. Mediante la educación se debe lograr que cada uno de los ciudadanos desarrolle unas habilidades básicas y elabore una adecuada comprensión instrumental de las matemáticas; ésto implica información, instrucción y desarrollo de capacidades personales por parte de los estudiantes.

Como tarea social, la educación debe ofrecer respuesta a la multiplicidad de opciones e intereses que, permanentemente, surgen y se entrecruzan en el mundo actual. Nuestra visión de la educación está basada en un planteamiento antropológico, que considera la cultura como el espacio natural del desarrollo humano y contempla el conocimiento, incluido el conocimiento matemático, como causa y efecto de una construcción social. Ahora bien, los sistemas educativos, como instituciones sociales, deben contemplar también la adecuada satisfacción de las necesidades individuales, en este caso, el desarrollo integral

de los niños y jóvenes en edad escolar.

La enseñanza de las matemáticas, en su perspectiva educativa, ha evolucionado desde una función meramente instructiva, en la que se inculcaba la memorización de hechos y la ejercitación de destrezas, a una función formativa más amplia, en la que el conocimiento matemático no se considera aislado del medio cultural ni de los intereses y la afectividad del niño y del joven, ensanchándose el campo del aprendizaje hasta integrar el dominio de las estructuras conceptuales, ricas en relaciones, con procedimientos y estrategias que fomentan la creatividad, intuición y pensamiento divergente de los alumnos y marcan el cultivo de valores y actitudes.

Al considerar las matemáticas como elemento de la cultura de nuestra sociedad, debemos dejar de concebirlas como un objeto ya construido que hay que dominar, y tenemos que comenzar a considerarlas como una forma de pensamiento abierto, con margen para la creatividad, cuya ejercitación hay que desarrollar, respetando la autonomía y ritmo de cada persona.

Desde una perspectiva educativa se ha considerado, tradicionalmente, que determinadas formas de actividad matemática favorecen el desarrollo y la adquisición de capacidades, principalmente cognitivas, muy generales; de ahí el interés formativo de su enseñanza. La práctica totalidad de los currículos de matemáticas valoran esta enseñanza por el carácter formativo. Sin embargo, los valores formativos asociados a las matemáticas no se agotan en los aspectos cognitivos ya que, como actividad humana global, están conectadas con normas y valores y también están vinculadas con el campo afectivo (Abrantes, 1994; Rico, 1990). Entre los valores formativos de las matemáticas destacamos:

i) la capacidad para desarrollar el pensamiento del alumno, que permiten determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica;

ii) la utilidad para promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza; las matemáticas han de promover el uso de esquemas, representaciones gráficas, y fomentar el diseño de formas artísticas y la apreciación y creación de belleza;

iii) la adecuación para lograr que cada alumno participe en la construcción de su conocimiento; las matemáticas escolares han de ser asequibles, no pueden constituir un factor de discriminación;

iv) la versatilidad para estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y para asumir la toma conjunta de decisiones;

v) la potencialidad para desarrollar el trabajo científico y para la búsqueda, identificación y

resolución de problemas;

vi) la riqueza de situaciones para movilizar este tipo de conocimientos, de manera que se estimule la gratificación por los esfuerzos intelectuales y la satisfacción con el trabajo bien hecho" (Rico; pp. 122- 123).

Las finalidades formativas y educativas del pensamiento matemático, que deben venir implementadas por el sistema escolar, constituyen un entramado complejo y diversificado. Como hemos visto en el análisis de Romberg, no es suficiente con enunciar estas finalidades para que se desarrollen de manera coordinada y armoniosa; por el contrario, la experiencia hasta el momento señala que algunas de estas metas resultan contradictorias en la práctica. Uno de los mayores retos de las innovaciones curriculares consiste en hacer ofertas viables que satisfagan un amplio rango de metas formativas.

Dimensión ética y política

La difusión de valores democráticos y de integración social, la realización y ejercicio de la crítica y el esfuerzo por la acción comunicativa son también elementos clave a tener en cuenta en la planificación y desarrollo de las matemáticas escolares.

El marco político establecido por la Constitución Española de 1978 y los valores éticos, políticos y educativos que en ella se propugnan establecen unas finalidades para todo el sistema educativo. Consecuencia de este marco han sido los desarrollos legislativos posteriores que establecen la extensión a toda la población de la enseñanza obligatoria hasta los 16 años, lo cual debe suponer un factor de homogeneización social y un aumento del nivel cultural.

Los problemas que se derivan del nuevo marco legal son considerables ya que las prioridades educativas deben dirigirse de manera especial a aquellos alumnos que tengan algún tipo de limitación para alcanzar el pleno desarrollo de sus capacidades y competencias generales. La libertad, en sentido estricto, consiste en la posibilidad de elección. Por ello, la educación, durante el periodo obligatorio, debe contribuir a mejorar la capacidad de los alumnos para tomar decisiones fundadas en lo que se refiere a su posición en la sociedad, su futuro profesional y su responsabilidad ciudadana.

Esta dimensión política general afecta a la totalidad del sistema educativo y el currículo de matemáticas debe ajustarse en sus finalidades al nuevo marco. También la educación moral tiene importancia; los individuos para vivir en sociedad y relacionarse con los demás siguen normas morales. La moral de la solidaridad y la moral autónoma se adquieren en el ejercicio de la cooperación con otros individuos, en la realización de tareas conjuntas que necesitan regulaciones para llevarse a cabo, pero regulaciones de las que se dotan los propios individuos (Delval, 1990). A estas cuestiones no puede ser ajena la educación matemática; los escolares deben participar en la gestión de la clase y en la toma de deci-

siones en todos los aspectos en que sea posible una forma democrática. La democracia, como la ciencia, no es cuestión de adoctrinamiento sino de actividad práctica propia.

Pero hay otras consideraciones que conviene realizar desde esta dimensión. Para ello, siguiendo a Skovmose (1994), vamos a realizar una consideración crítica del currículo de matemáticas, en la que juega un papel importante la utilización tecnológica del conocimiento matemático.

La visión crítica de la educación matemática destaca la importancia de considerar diferentes perspectivas sobre el conocimiento matemático. En primer lugar, éste abarca una serie de competencias formales. En segundo lugar, es también conocimiento tecnológico, ya que se refiere a la capacidad para aplicar unos determinados conceptos y procedimientos a la resolución práctica de problemas y, de un modo más sistemático, a la consecución de metas tecnológicas; este tipo de conocimiento constituye la concreción más potente de las aplicaciones del conocimiento matemático al correspondiente campo de fenómenos y situaciones en las sociedades avanzadas. En tercer lugar, debe ser parte del conocimiento reflexivo, es decir, de aquel que tiene que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se identifica como propósito tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de abordar dichos objetivos con los instrumentos elegidos.

El planteamiento crítico sostiene que el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los hombres, que se utiliza para tomar determinadas decisiones que afectan a la colectividad y sirve como argumento de justificación; por lo tanto, debe ser analizado y evaluado no sólo en sus fundamentos sino también en sus aplicaciones.

En la dicotomía matemática pura/matemática aplicada, el proceso de modelización se concibe como la vía mediante la cual las matemáticas realizan su tarea organizadora y estructuradora. La modelización es una actuación técnica que incorpora sistemas como herramientas intelectuales en grandes parcelas de la realidad social. Para elaborar un modelo hay que identificar elementos de la realidad que puedan considerarse como importantes; también hay que decidir qué relaciones entre los elementos resultan esenciales. De este modo se construye un sistema que aún no es parte de la realidad. El sistema es inicialmente conceptual y está creado mediante ciertas interpretaciones de la realidad, es decir, por medio de cierto esquema teórico para observar la realidad, teniendo en cuenta ciertos intereses para constituir conocimiento. Es necesaria una cierta sistematización de la realidad para proceder a la modelización matemática. Los modelos matemáticos deben ser manejables simbólicamente y operativamente, para lo cual hay que establecer los métodos para realizar los cálculos necesarios.

El uso del modelo matemático, el lenguaje de los números, los símbolos y las operaciones, las figuras y las relaciones abstractas, hace invisible el proceso de construcción del sistema y, por esto mismo, se dificulta la identificación de la interpretación específica de-

sarrollada, así como de las opciones morales y políticas adoptadas. El pensamiento reflexivo no pretende eliminar las interpretaciones y supuestos sino identificar la naturaleza de la comprensión que ha precedido a la modelización. El pensamiento reflexivo se propone hacer explícitas las condiciones previas al proceso de modelización que permanecen ocultas cuando el lenguaje numérico proporciona una cobertura de neutralidad. La reflexión debe encauzar el modo en que la modelización matemática afecta al contexto completo de la resolución de problemas vista como una empresa técnica y poner de manifiesto que también hay opciones y decisiones valorativas, de orden moral y ético, que están en el origen de la modelización. El conocimiento reflexivo tiene que identificar la potencialidad estructuradora del sistema de las matemáticas y, al hacer esto, tiene que proporcionar bases para la crítica y la corrección del marco en que se sustentan las decisiones política, asequibles a todos los ciudadanos.

Siguiendo a Popper, un falsador es una proposición cuya verdad contradice la verdad de una teoría en cuestión. Si encontramos que un determinado falsador es cierto, debemos refutar la teoría o, al menos, considerarla seriamente afectada. Si una teoría ha de tener algún interés, el conjunto de sus falsadores no puede ser vacío. Ha de ser posible falsar una teoría científica; debe estar abierta a la crítica. Reformulando estas ideas en términos educativos, consideramos que debe ser posible criticar las aplicaciones del sistema de las matemáticas desde un punto de vista social. Esto significa que los escolares deben recibir formación para articular una crítica a cualquier aplicación tecnológica surgida de los conocimientos matemáticos y de las actuaciones correspondientes para esta aplicación. Pero esta es una de las carencias esenciales de la mayor parte del trabajo con las matemáticas en el sistema escolar. Las aplicaciones tecnológicas son triviales y ficticias, el dominio fenomenológico es muy escaso y estereotipado. Los escolares reciben un conocimiento técnico cuya aplicación se les oculta y, lo que es más grave, se hurta cualquier reflexión crítica sobre la aplicación de tales conocimientos. Sin embargo, el resultado de un proceso de modelización tecnológica conduce básicamente a una acción que se basa en la toma racional de una serie de decisiones y termina afectando a la vida de las personas.

El currículo de las matemáticas escolares de secundaria por su simplicidad técnica actual, su papel en la formación obligatoria y su amplio campo de aplicaciones reúne las condiciones adecuadas para estudiar los efectos que tienen los procesos de modelización sobre los principales aspectos de la resolución de un problema tecnológico; es decir, los efectos de la identificación y definición de los problemas, las razones para la elección de una determinada estrategia de resolución y su implementación tecnológica. Al ciudadano común no le interesa tanto la perfección técnica cuanto la efectividad del sistema de las matemáticas para resolver problemas prácticos. El planteamiento crítico, al abordar el campo de aplicaciones, permite una evaluación no sólo de las consecuencias técnicas de las decisiones

aportadas sino, lo que es más importante, una evaluación ética que tenga en cuenta cómo afecta al contexto cada una de las posibles soluciones alternativas y cómo paliar los efectos negativos que se derivan. Sólo un planteamiento reflexivo sistemático del conocimiento matemático ofrece la oportunidad real de abordar las cuestiones de dominio de la estructura conceptual del sistema, sus aplicaciones tecnológicas y el análisis de las normas y valores implicados.

Una escuela orientada hacia la valoración de comportamientos éticos, la consecución de hábitos democráticos y de capacidades morales individuales, debe enfatizar el conocimiento reflexivo de todo el sistema de las matemáticas; esta orientación crítica y formativa debe estar presente en las finalidades generales del currículo de las matemáticas escolares.

En definitiva, la asunción explícita de valores éticos y democráticos entre las finalidades de la educación matemática se articulan en un eje o dimensión política, en su sentido más noble.

Conclusión

Nuestro sistema legal reconoce unas finalidades educativas básicas, que se enumeran en la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo en forma de derechos para todos los ciudadanos en esta etapa de formación:

"1 El pleno desarrollo de la personalidad del alumno.

2 La formación en el respeto de los derechos y libertades fundamentales y en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad dentro de los principios democráticos de convivencia.

3 La adquisición de hábitos intelectuales y técnicas de trabajo, así como de conocimientos científicos, técnicos, humanísticos, históricos y estéticos.

4 La capacitación para el ejercicio de actividades profesionales.

5 La preparación para participar activamente en la vida social y cultural

6 La formación para la paz, la cooperación y la solidaridad entre los pueblos"

Las matemáticas no son ajenas a ninguna de estas finalidades y en el diseño y desarrollo del currículo de matemáticas para secundaria deben tenerse en cuenta todas ellas; además, las finalidades generales del sistema educativo deben concretarse en finalidades más específicas, propias de la educación matemática.

Como hemos visto, la lista de finalidades que podemos considerar para la educación matemática puede ser extensa y diversificada. Hemos ubicado estas finalidades en un sistema de cuatro dimensiones que considera el conocimiento matemático como parte integrante de la cultura, socialmente construido y determinado, en el que intervienen las diversas necesidades formativas de las matemáticas y se consideran las connotaciones morales y políticas, generales y específicas, conectadas con la formación matemática de

los escolares. Pero sobre estas cuatro dimensiones es posible enunciar programas de innovación curricular con metas muy distintas.

De los documentos revisados obtenemos algunas conclusiones importantes:

Los enunciados de las metas o finalidades no deben constituir una lista muy extensa ni exhaustiva; lograr un equilibrio entre la concisión y la complejidad de la situación que se describe no es fácil pero debe intentarse.

Hay que evitar los enunciados retóricos o pretenciosos; las metas deben ir acompañadas de criterios de validación, complementados por sus propios mecanismos de verificación y control.

Deben contemplarse las incompatibilidades o desencuentros entre algunas metas que, de hecho, suponen alternativas distintas para el desarrollo curricular.

Aunque la rentabilidad y eficacia del currículo es siempre deseable, no hay que confundirlo y limitarlo con los logros y rendimientos sobre destrezas de bajo nivel.

Si bien las consideraciones utilitarias y formativas admiten una mejor concreción y son más fácilmente evaluables, no conviene abandonar la perspectiva global de las cuatro dimensiones. No hay formación ni utilidad ajenas a las dimensiones política, social, educativa y cultural.

En cualquier caso, y sean cuales sean la prioridades reales que se establezcan, las finalidades del currículo de matemáticas orientan decisivamente el plan de formación del que son parte; cuando no se trata de enunciados retóricos, podemos afirmar que determinan el currículo esencialmente. Por ello conviene establecer cuidadosamente las finalidades, tomando medidas que garanticen su viabilidad y efectividad, evaluando las necesidades derivadas y los recursos necesarios para la consecución de cada una de ellas, analizando y tomando medidas para neutralizar posibles interferencias. Aunque al enunciar las finalidades de un currículo siempre hay un componente utópico inevitable, conviene establecerlas en base a una reflexión amplia y detallada y marcando los mecanismos de control pertinente que garanticen su justa realización y que eviten los efectos perversos de la retórica, la demagogia social y el autoengaño.

Referencias

Abraham, J., Bibby, N. (1988) Mathematics and Society: ethnomathematics and public education curriculum. *For the Learning of Mathematics* Vol. 8, nº 2, pp. 2- 11.

Abrantes, P. (1994) *O Trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática*. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (1995) *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: APM.**Begle E.** (1979). *Critical variables in Mathematics Education*. Washington D.C.:

Mathematical Association of America, NCTM.

Bidwell, J. y Clason, R. (eds.) (1970). *The Reorganization of Mathematics in Secondary Education. Readings in the History of Mathematics Education.* Reston VA: NCTM.

Burton, L. (1989). Las matemáticas como experiencia cultural, ¿de quién?. En *Mathematics, Education and Society, Document Series nº 35.* París: Unesco.

Christiansen, B; Howson, G, Otte, M. (1985) *Perspectives on Mathematics Education.* Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Cockcroft, W (edt) (1982) *Mathematics Counts.* Londres: Her Majesty's Stationery Office. Hay versión castellana (1985) *Las matemáticas sí cuentan.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

D'Ambrosio U. (1979). Metas y objetivos generales de la Educación Matemática, En Steiner, H; Christiansen, B. (eds.) *Nuevas Tendencias en la Enseñanza de la Matemática Volumen IV.* París: Unesco.

Damerow, P.; Westbury, I. (1985) Mathematics for all: Problems and implications. *Journal of Curriculum Studies*, Vol 17(2), pp. 175-186.

Delval, J. (1990) *Los fines de la educación.* Madrid: Siglo Vientiuno de España Editores.

Department of Education and Science (1985) *Mathematics from 5 to 16.* Londres: Her Majesty's Stationery Office.

Howson, G. (1979) Análisis Crítico del Desarrollo Curricular en Educación Matemática. En Steiner, H; Christiansen, B. (eds.) *Nuevas Tendencias en la Enseñanza de la Matemática Volumen IV.* París: Unesco.

Howson, G. (1983) *A review of research in Mathematical Education, Part C. Curriculum Development and Curriculum Research.* Windsor: NFER-NELSON.

Howson, G; Keitel, C.; Kilpatrick, J. (1981) *Curriculum Development in Mathematics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Howson, G; Kahane, J.P. (1986) *School Mathematics in the 1990s. ICMI Study Series.* Cambridge: Cambridge University Press. Hay versión castellana (1987) *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90.* Valencia: Mestral.

Jurdak, M. (1989) La religión y el lenguaje, medios de transmisión cultural y obstáculos en la enseñanza de las matemáticas. En *Mathematics, Education and Society, Document Series nº 35.* París: Unesco.

Keitel C. (1987). What are the goals of mathematics for all? *Journal of Curriculum Studies in Mathematics.* Vol 19 (3) pp. 393-407.

Kilpatrick, J. (1992) The History of Research on Mathematics Education. En Grouws (edt.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan. Hay versión castellana en Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. (1994) *Educación Matemática e Investigación.* Madrid: Síntesis.

- Krulik S.** (1975). *Teaching Secondary School Mathematics*. Filadelfia: W. B. Saunders Company.
- Mead, M.** (1985) *Educación y Cultura en Nueva Guinea*. Barcelona: Paidós.
- Ministerio de Educación y Ciencia Español** (1989) *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid.
- Ministerio da Educação Português** (1991-a). *Organização curricular e programas: Ensino Básico 3ª Ciclo*. Lisboa: Ministerio da Educação.
- Ministerio da Educação Português** (1991-b). *Organização curricular e programas: Ensino Secundário*. Lisboa: Ministerio da Educação.
- Niss, M.** (1995) *Why do we teach Mathematics in school?*. En Puig, L. y Calderón, J. (eds.) *Seminario de Investigación y Didáctica de la Matemática*. Madrid: CIDE.
- Restivo, S.** (1992) *Mathematics in Society and History*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rico, L.** (1990) *Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural*. En Linares, S. y Sánchez, V (eds.) *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- Rico, L.** (1996) *Pensamento Numérico*. En Guimaraens, H. (edt.) *Dez anos de ProfMat.. Intervenções*. Lisboa: Associação de Professores de Matematica.
- Rico, L.** (edt.) (1997) *Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria. Bases Teóricas*. Madrid: Síntesis.
- Romberg, T.** (1991). *Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas*. *Revista de Educación* nº 294, pág. 323-406
- Romberg, T** (1992) *Perspectives on Scholarship and Research Methods*. En Grouws (edt.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Skovmose, O.** (1994) *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Steiner, H; Christiansen, B.** (1979) *Nuevas Tendencias en la Enseñanza de la Matemática Volumen IV*. París: Unesco.
- Steiner H.** (1980) (edt.). *Comparative Studies of Mathematics Curricula. Change and Stability 1960-1980*. Institut für Didaktik der Mathematik. Bielefeld: Universität Bielefeld.
- Stenhouse, L.** (1984) *Investigación y Desarrollo del Currículo*. Madrid: Morata.
- Weil, S.** (1949) *L'enracinement..* Saint-Amand (Cher): Gallimard