

## PERFECCIONAMIENTO DE LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS CON EL EMPLEO DE LOS ASISTENTES MATEMÁTICOS

Ileana Miyar Fernández, María de los Ángeles Legañoa Ferrá, Ramón Blanco Sánchez  
Universidad APEC República Dominicana  
Universidad de Camagüey Cuba  
imiyar@adm.unapec.edu.do, maria.leganoa@reduc.edu.cu, ramon.blanco@reduc.edu.cu  
Campo de investigación: Visualización y pensamiento algebraico Nivel: Superior

**Resumen.** *La presente investigación está orientada al perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios a partir de un modelo semiótico informático y de una metodología como instrumento para su implementación. Tres subsistemas componen el modelo: elicitación de preconceptos, apropiación-generalización y aplicación, los que se dinamizan por la contradicción existente entre el objeto matemático y la multiplicidad de representaciones semióticas que sirven para materializarlo. La novedad científica está en revelar la lógica didáctica del perfeccionamiento conceptual a través de la consolidación del nexo símbolo-objeto matemático y la generalización teórica tomando como base la mediación semiótica y la interpretación del carácter singular-general del objeto algebraico, así como de las relaciones dialécticas objeto-proceso y variable-parámetro, con el empleo de los asistentes matemáticos. Para valorar los resultados científicos alcanzados se empleó el método de criterio de expertos y se realizó un preexperimento pedagógico.*

**Palabras clave:** mediación semiótica, asistentes matemáticos, formación de conceptos, pensamiento algebraico,

### Introducción

Enseñar Matemática es una problemática importante y actual en todos los países. A su vez el impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación sobre la enseñanza, unido a la necesidad del desarrollo del pensamiento lógico, la capacidad de razonamiento y la comprensión dinámica y cambiante de la realidad objetiva en los estudiantes, obligan a perfeccionar cada vez más los métodos y procedimientos de la enseñanza de la Matemática.

La apropiación de los conceptos por los estudiantes, es uno de los aspectos donde se manifiestan deficiencias notables en el aprendizaje de la Matemática. Se aprecia en la literatura científica especializada, que dicha problemática ha sido tratada desde la perspectiva de la mediación semiótica a través de registros de representación semiótica (RRS), sin embargo aún no se han resuelto los problemas relativos a la formación conceptual. (Duval, 2006; Radford, 2006; Godino, 2002; D'Amore, 2006). En relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra las investigaciones (Bartlo, Saldanha, Kieran, 2007; Drijvers, 2003) revelan dificultades. Dentro de

estas se pueden destacar el hecho de que los estudiantes cometen a menudo errores mientras ejecutan operaciones algebraicas, los cuales les resulta difícil detectarlos y corregirlos.

En la Universidad APEC se presenta la problemática de que los estudiantes tienen dificultades con el aprendizaje del Álgebra básica que se imparte. Para profundizar en dicha situación e indagar en sus posibles causas, se realizó un diagnóstico causal en estudiantes de las carreras de negocios, consistente en encuestas a estudiantes, la observación de clases, la revisión de exámenes, entrevistas a profesores, análisis de documentos y pruebas pedagógicas. El diagnóstico causal apuntó a que una de las causas fundamentales de tales insuficiencias estaba en que el proceso de enseñanza-aprendizaje no contribuye a la correcta formación de los conceptos del Álgebra básica, dada por la limitada consolidación del nexo símbolo-objeto matemático debido a las insuficiencias existentes en la materialización de los conceptos. Por ende la investigación se propuso como objetivo elaborar una metodología sustentada en un modelo semiótico informático que contribuyera al perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios.

### **Marco teórico contextual del proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra básica en la educación superior**

La caracterización epistemológica-didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra básica en la educación superior develó que la no integración del pensamiento algebraico y su razonamiento a los cursos de Matemática desde edades tempranas provoca deficiencias en la formación base de los estudiantes al llegar al nivel superior, de ahí la necesidad de que en la enseñanza superior dominicana se impartan cursos propedéuticos de Álgebra básica para preparar a los estudiantes con vista a los cursos de Matemática que van a recibir en este nivel.

También en la enseñanza del Álgebra tiene importancia el lenguaje utilizado para expresar los conceptos. El lenguaje simbólico se ha transformado con la aparición de las computadoras, de manera que el pensamiento algebraico se ha potenciado por la aparición de los nuevos sistemas de representación propios de las tecnologías de la información y la comunicación. La caracterización arrojó la existencia de un conjunto de contradicciones que emanan de la comprensión del Álgebra, dentro de las cuales los autores destaca como las más significativas para

la formación conceptual: la concreto-abstracto, la singular-general, la variable-parámetro y la objeto-proceso, dado que el pensamiento algebraico supone la representación de modelos, las relaciones entre variables y su generalización teórica.

En cuanto a la caracterización desde el punto de vista psicológico se destaca la importancia del símbolo en el desarrollo intelectual del hombre (Vigotsky, 1987), y la necesidad de la consolidación del nexo símbolo-objeto si se aspira a desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra desde una perspectiva conceptual.

Desde la perspectiva didáctica las concepciones vigotskianas relativas a que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe dirigirse a un uso apropiado del concepto junto con las intervenciones sociales, para provocar que el pseudoconcepto sea transformado en concepto científico. Además se hace necesario utilizar múltiples formas de representación y la transferencia entre estos registros para la enseñanza de la formación de los conceptos algebraicos, así como los errores que se provocan cuando se trabajan estos desde un solo registro de representación y por eso se considera importante enseñar los procesos de conversión entre registros (Duval, 2006).

Como resultado del estudio realizado los autores consideran que para lograr la formación conceptual y el desarrollo de la generalización teórica del mismo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra, se hace necesario desarrollar la actividad del estudiante en interacción social mediada por instrumentos semióticos orientada a la consolidación del nexo símbolo-objeto a través de la materialización y recodificación semiótica. Además, dado el carácter histórico del aprendizaje del estudiante se hace necesario tener en cuenta los preconceptos con los que arriba a la universidad y en qué forma estos preconceptos evolucionan en conceptos científicos.

Así mismo los autores reconocen que en el caso particular del Álgebra, la materialización semiótica se relaciona con la elaboración y manipulación de gráficas; que con los asistentes matemáticos esto se puede hacer de forma rápida, flexible y dinámica; que estos ofrecen oportunidades para hacer transferencias entre diferentes registros semióticos de una relación, y en particular, para vincular entre sí representaciones gráficas y algebraicas; y por último, que estas transferencias pueden estimular la percepción de los diferentes registros semióticos como diferentes visiones de un mismo objeto matemático, y pueden vincular las propiedades visuales y algebraicas de la función estudiada.

### **Modelo semiótico informático y metodología para el perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios**

Para el perfeccionamiento de la formación conceptual se requiere superar la contradicción externa que se da entre, las exigencias en el desempeño profesional relacionadas con el empleo del Álgebra básica como herramienta de la Matemática y la apropiación de conceptos algebraicos. Esta contradicción se encuentra relacionada con otra contradicción, que se da en el proceso de formación conceptual, y que es inherente al concepto matemático. El concepto matemático siempre hace referencia a un objeto que no existe como objeto real, dado que los objetos matemáticos nunca son accesibles por la percepción. Por ende la designación de los objetos matemáticos pasa necesariamente por un registro semiótico de representación. Sin embargo, cada representación semiótica pone de relieve diferentes aspectos del objeto que representa, por lo que es necesario que el estudiante utilice diferentes representaciones para la formación del concepto y realizar la conversión entre estas representaciones.

La conceptualización, como actividad cognitiva del aprendizaje matemático, requiere de la utilización de múltiples registros de representación. A su vez es imprescindible distinguir entre el objeto matemático y su representación semiótica, dado que toda confusión entre el objeto y su representación provoca una conceptualización inadecuada, limitando el uso del mismo como herramienta matemática. El objeto matemático y la multiplicidad de representaciones semióticas que sirven para revelar el conjunto de rasgos esenciales que lo caracterizan, constituyen una expresión de la contradicción dialéctica entre esencia y fenómeno.

El modelo semiótico informático del perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios está compuesto por tres componentes principales que son: elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización de los conceptos y aplicación de los conceptos.

*Elicitación de los preconceptos:* Es el proceso de poner de manifiesto los preconceptos de los estudiantes. Se produce en la actividad matemática realizada por los estudiantes con los asistentes matemáticos en la cual identifican los rasgos esenciales de los conceptos científicos a través de la representación en los diferentes registros semióticos y concientizan los rasgos que les atribuyen a los pseudoconceptos.

*Apropiación–generalización del concepto algebraico:* La formación de conceptos algebraicos es una actividad intelectual dinámica e iterativa que se da en el curso de complejas operaciones en la actividad matemática y su resultado se va perfeccionando a través de la misma. Para su consecución se aborda desde una posición epistemológica y ontológica.

La posición epistemológica se fundamenta en que la formación conceptual se desarrolla a través de los procesos de internalización y generalización teórica, los cuales se encuentran estrechamente vinculados. Estos procesos se dan en el plano interno mediado y materializado por el símbolo, pero requieren desarrollarse de forma consciente e intencionada. Los mismos se viabilizan con el empleo de los asistentes matemáticos, los cuales son instrumentos de mediación por excelencia debido a que son herramientas que su uso proporciona sistemas de signos, que posibilitan fortalecer el nexo símbolo-objeto.

La realización de una actividad matemática centrada en la representación y tratamiento del objeto en una diversidad de registros utilizando los asistentes matemáticos, la conversión entre registros algebraicos y gráficos, en la cual se comparan y hacen corresponder las unidades significantes del objeto algebraico expresadas en cada registro, la interpretación de sus conversiones mutuas, posibilita que el estudiante establezca la coordinación entre los registros semióticos, desarrollando así el proceso de recodificación semiótica. Este proceso actúa como dinamizador de la independencia del concepto de una representación semiótica, contribuyendo a la objetivación del concepto. Es importante destacar que este tipo de actividad matemática potencia el aprendizaje de los conceptos, dada su contribución a la interpretación a partir de movilizar las analogías presentes en cada forma de representación. La actividad de decodificación de un registro semiótico particular para hacer la codificación en otro registro semiótico, determinando los atributos esenciales del objeto que se manifiestan en cada forma de representación, y la coordinación entre estos posibilita elaborar el concepto científico y comprender su carácter general, en cuanto se toma en cuenta una mayor comprensión de los atributos esenciales. Esta elaboración posibilita articular y sintetizar estas propiedades del concepto, independizando esta construcción de un registro semiótico particular, lo que le confiere un mayor grado de abstracción.

La mediación semiótica que ofrece la actividad matemática soportada por los asistentes matemáticos y la interacción social que en ella se da, contribuye a la consolidación del nexo

símbolo-objeto. A través de este nexo se posibilita la identificación del concepto en diferentes registros semióticos y se promueve su independencia de un registro en particular.

La posición ontológica precisa que los estudiantes se apropien de las relaciones dialécticas que superan las contradicciones fundamentales que emanan de la comprensión del Álgebra. Estas son: el carácter singular- general del objeto algebraico, la relación dialéctica variable-parámetro y la relación dialéctica objeto-proceso. El *carácter singular- general* del objeto algebraico está dado porque el objeto algebraico es singular respecto al objeto que representa en un problema particular; puede ser particular cuando represente un modelo con determinadas características, así mismo puede ser general pues representa otros objetos que lo tienen como modelo. Esta dualidad dialéctica no resulta inmediata para el estudiante. La *relación dialéctica variable-parámetro* es otra manifestación de esta relación dual. El parámetro es un medio de generalización su uso hace explícito los diferentes roles que el símbolo puede jugar, por lo que finalmente el parámetro contribuye al uso del símbolo con un mayor grado de generalidad. La *relación dialéctica objeto-proceso* se da en el hecho de que un concepto matemático tiene dos dimensiones: una como proceso operacional y otra como objeto matemático. Inicialmente, para el estudiante el aspecto operacional predomina sobre el objetal, por lo cual se requiere desarrollar en el estudiante la habilidad para cambiar de uno a otro (operacional-objetal) cada vez que sea necesario.

La realización de la actividad matemática del estudiante sobre los objetos algebraicos en la cual se utilizan los asistentes matemáticos para la mediación semiótica con la inclusión de acciones sobre las relaciones esenciales del conocimiento algebraico es un modo de alcanzar las generalizaciones teóricas e internalizar los conceptos algebraicos.

*Aplicación de conceptos.* El proceso de apropiación de un concepto debe realizarse inseparablemente unido con el proceso de su aplicación práctica. Es imprescindible que el estudiante desarrolle diferentes tipos de actividades matemáticas: de categorización, de sistematización y de aplicación en nuevos contextos a la par que está desarrollando el proceso de formación del concepto.

Las relaciones que se derivan del modelo semiótico informático determinan la lógica didáctica del perfeccionamiento de la formación conceptual, la que presupone la existencia de tres fases: elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización y aplicación del concepto, las que son

expresión de los procesos requeridos según el modelo para tal fin. El desarrollo de estas fases está contenido en la metodología que se propone, instrumentando su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra básica.

Los tipos de clase donde se van a realizar las situaciones de aprendizaje se determinaron que fueran conferencias interactivas, talleres y clases prácticas. La conferencia interactiva tiene como objetivo que los estudiantes develen los preconceptos que poseen sobre los conceptos fundamentales de la unidad. Este proceso se da a través de la interacción entre las explicaciones del profesor, las tareas que desarrollan con los asistentes matemáticos y el diálogo entre los estudiantes. El taller tiene como objetivo la formación de los conceptos algebraicos a partir de la actividad matemática que los estudiantes realizan con los asistentes matemáticos interactuando entre sí. En este tipo de clase se promoverá entre los estudiantes, y entre estos y el profesor, la confrontación, discusión y colaboración al realizar tareas de apropiación-generalización y de aplicación del concepto, con el empleo de los asistentes matemáticos. Entre las tareas a desarrollar están las de materialización y recodificación en diferentes registros semióticos, de apropiación de las relaciones del Álgebra, de categorización, de sistematización y de aplicación en nuevos contextos. Las clases prácticas tienen como objetivo que los estudiantes desarrollen habilidades operacionales algebraicas. Estas se desarrollarán con o sin el empleo de los asistentes matemáticos y en las mismas se promoverá la interacción social. Las actividades docentes se desarrollarán en condiciones que garanticen que los estudiantes puedan trabajar con el asistente matemático cuando así se requiera en pequeños grupos.

### **Valoración de los resultados científicos alcanzados**

La valoración se hizo a través de la aplicación del método de criterio de expertos y la realización de un pre-experimento pedagógico formativo en la asignatura Álgebra Universitaria que se imparte en la Universidad APEC.

La aplicación del método de criterio de expertos a 30 especialistas de diferentes países arrojó como resultados que los mismos la consideraron como muy adecuada. Como la aplicación de la encuesta a expertos también se obtuvieron una serie de recomendaciones y criterios que permitieron perfeccionar los resultados de la investigación.

La comprobación parcial de la efectividad de la metodología se concretó en la asignatura Álgebra Universitaria en el 2008 en un grupo de 36 estudiantes de las carreras de negocios. Esta comprobación parcial constituyó un pre-experimento dado que se llevó a cabo en un solo grupo. Para su aplicación se seleccionó la unidad “Funciones y ecuaciones algebraicas lineales”.

A través de la aplicación parcial de la metodología, se evidenció la efectividad de los resultados obtenidos en la investigación. Los estudiantes demostraron una mejoría en la formación de los conceptos tratados en la unidad, identificando y representando los conceptos en varios registros semióticos. La decodificación entre registros semióticos demostró que esta era una vía para la coordinación entre estos, lo cual coadyuvó a la objetivación de los conceptos. La orientación de la actividad matemática dirigida a desarrollar el grado de generalidad con que se apropian los estudiantes del conocimiento algebraico resultó ser muy adecuada, aunque debe ser sistemática en el curso para lograr los objetivos deseados.

### Conclusiones

El modelo semiótico informático para el perfeccionamiento conceptual sintetiza la mediación semiótica y la interpretación de las relaciones esenciales del Álgebra (singular-general, objeto-proceso, variable-parámetro) para la apropiación-generalización en coordinación con la aplicación de conceptos, con el empleo de los asistentes matemáticos en interacción social.

La lógica integradora entre las fases elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización y aplicación de conceptos que se viabiliza a través de una metodología para el perfeccionamiento conceptual, propicia en mejor desempeño de los estudiantes en la utilización del Álgebra básica como herramienta de trabajo en aplicaciones matemáticas.

La utilización del método de criterio de expertos y la valoración de los resultados alcanzados en el pre-experimento, posibilitó la constatación de la factibilidad y la pertinencia del modelo y la metodología, lo que contribuye a ofrecer una alternativa de solución para la investigación científica en la didáctica del Álgebra en la formación conceptual.



### Referencias bibliográficas

Bartlo, J., Saldanha, I. Kieran, C.(2007). Attending to structure and form in algebra: challenges in designing CAS-centered instruction that supports construing patterns and relationships among algebraic expressions *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno.*

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática:La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* 9 (1), 143-168.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número Especial sobre Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático, 103-129.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques* 22 (2/3), 237-284.

D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número Especial sobre Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático, 177-196.

Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment*. CD-B Press, Center for science and Mathematics education.

Vygotsky, L. (1987). Thinking and speech. *The collected works of L.S. Vygotsky. Problems of General Psychology* 1, 37-285.