DESARROLLO DE INTUICIONES PARA EL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO: ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA LA MEDICIÓN DE LA DISPERSIÓN DE LAS VARIABLES **ALEATORIAS**

relacionado con probabilidad y estadística

Manuel Alfredo Urrea Bernal, Irma Nancy Larios Rodríguez

Universidad de Sonora México

maurr@gauss.mat.uson.mx

Campo de investigación: Formación de profesores, Pensamiento

Nivel: Medio superior y

Superior

Resumen. El presente trabajo forma parte del proyecto "Dificultades y significados que presentan estudiantes y profesores respecto de las ideas básicas relacionadas con la Probabilidad y la Estadística". En particular, lo que aquí se reporta es el análisis de una de las acciones que forman parte de la estrategia de capacitación de un grupo de profesores del nivel medio superior y superior, esta acción consiste en la aplicación de una serie de actividades didácticas que se presentan a profesores en un curso taller, con el propósito de identificar el tipo de razonamiento que utilizan al tratar de medir la dispersión de un conjunto de datos y de promover el desarrollo de intuiciones al tratar de resolver situación en las que tenga que poner en juego las ideas fundamentales relacionadas con probabilidad y estadística.

Palabras clave: intuiciones, razonamiento, probabilístico, profesores, estadística

Introducción

La reforma curricular que se ha estado impulsando en la Universidad de Sonora en los últimos años de manera explícita manifiesta la intención de centrar el proceso educativo en el desarrollo integral de los estudiantes.

Lo anterior por sí mismo plantea un cambio en el trabajo que debe realizar el profesor, porque tendrá que desarrollar estrategias didácticas pensando fundamentalmente en las acciones que debe desarrollar el estudiantes para que genere el conocimiento disciplinar que se contempla en el programa de materia.

Otro factor que se plantea en la reforma es el uso de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, tanto en el proceso de enseñanza como en de aprendizaje, lo cual implica en muchos profesores un cambio en su forma de planear e impartir sus cursos.

La reforma curricular se realizó en todos los programas de licenciatura que ofrece la Universidad y como el Departamento de Matemáticas atiende los cursos de matemáticas de los programas de licenciatura, estos cambios repercuten en el quehacer de los profesores ya que en los nuevos



planes de estudio se plantea centrar la atención del proceso educativo en el estudiante, lo cual genera un compromiso institucional respecto al tipo de trabajo que deben realizar los profesores, como representantes institucionales ante los estudiantes, ya que es el responsable de concretar lo que se propone en dichos planes de estudio, sin haber recibido la actualización y capacitación correspondiente.

Los aspectos considerados en el desarrollo del trabajo, como identificación del problema, objetivo y consideraciones teóricas, se presentan brevemente en las siguientes secciones.

Problemática de investigación

Los cambios en el modelo curricular de la Universidad generaron la discusión colectiva del personal docente de la Institución en general, y en particular este ambiente propició la integración de un grupo de profesores del Departamento de Matemáticas, que trabajan en el Área de Ciencias Sociales impartiendo los cursos de Estadística, para discutir en torno a la estructura que tienen ahora los planes de estudio y tratar de entender el rol que deberán asumir ante estos cambios. Al interior de este grupo de trabajo se planteó el problema de diseñar una estrategia para promover su capacitación y actualización para enfrentar los retos que les representa el nuevo modelo curricular.

Es importante reconocer la situación de las instituciones del nivel medio superior y superior en México, en las que la mayor parte de su planta docente son profesionistas formados para desarrollar una actividad profesional diferente a la docencia y que por diversas razones se dedican a la docencia.

Nuestra institución no es ajena a esta problemática, en el grupo de profesores al que estamos haciendo referencia en este trabajo esta situación está presente y podemos encontrar licenciados en matemáticas, ingenieros en las diferentes ramas, biólogos, geólogos, etc.

La problemática general consiste en el diseño de una estrategia de capacitación que se ajuste a las necesidades de la planta docente, con formaciones profesionales tan diversas. La parte central de la estrategia consistió en que los profesores diseñaran actividades que una vez revisadas por el colectivo de profesores se aplicaron a ellos mismos bajo una estrategia similar a la que ellos deberán aplicar en el aula con sus estudiantes. En particular en este trabajo se presentan algunas



actividades que se les aplicaron a los profesores en el proceso de capacitación, pero que además se han utilizado para capacitar a profesores del nivel medio superior.

El objetivo de diseñar e implementar estas actividades con los profesores es que una vez que han trabajado con ellas durante el proceso de capacitación, generar la reflexión sobre lo que sucedió en este proceso para ir relacionándolo con lo que establece en los nuevos planes de estudio.

Referente teórico

Uno de los aspectos que consideramos para el diseño de la estrategia de actualización y capacitación de los profesores es el de poner en juego sus intuiciones, al tratar de resolver una situación problema en la que parecen algunas de las ideas fundamentales de estocásticos propuestas por Heitele (1975) como variable aleatoria, muestra, espacio muestra, ley de los grandes números, etc. Uno de los propósitos es identificar aquellas intuiciones que sean incorrectas y promoviendo el desarrollo de nuevas intuiciones correctas, en el sentido que lo propone Fischbein (1975).

En este trabajo la identificación y desarrollo de las intuiciones de los profesores se considera muy importantes, porque se parte de la convicción que hay factores como los conocimientos, intuiciones y creencias de los profesores que intervienen como referente en la planeación, ejecución y evaluación del curso que imparte.

Siendo los elementos antes mencionados los que se identifican con el significado institucional de los objetos matemáticos en términos de lo que establece Godino (2003).

Lo anterior se da a pesar de que los programas de materia desglosan de manera explícita y estructurada los contenidos disciplinares que habrán de trabajarse en el curso.

Por otra parte, asumimos que en la estrategia de capacitación de los profesores deberán plantearse situaciones o problemas de áreas relacionadas y de interés de los profesores, esto último en función del área en la que desarrollan su actividad docente, que sería el equivalente a plantearle a los estudiantes situaciones o problemas de su área de interés según el perfil profesional en el que se están formando. Lo anterior toma como referente la estrategia para enseñanza de la Estadística que se presenta en Batanero (2001), en ella se les propone a los



estudiantes un proyecto de acuerdo a sus características particulares como edad, conocimientos previos, tiempo disponible y de acuerdo a su interés.

Desarrollo del proyecto

La estrategia de capacitación consistió de varios momentos y sus respectivas acciones, las siguientes acciones son las que marcaron los diferentes momentos en los que se desarrolló el trabajo:

- Se organizaron sesiones de trabajo en las que se el objetivo fue realizar la lectura y discusión de los lineamientos en los que se sustenta la reforma de los nuevos planes de estudio
- Se revisaron los nuevos planes de estudio de las carreras del área de Ciencias Sociales
- Se revisaron los programas de materia de los cursos de Estadística de los programas docentes del área de Ciencias Sociales
- Se realizaron lecturas de artículos especializados en lo que tratan aspectos sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje
- Se diseñaron situaciones didácticas tratando de incluir aquellas que resultaran de interés para los estudiante del área
- Con la pretensión de acercarnos lo más posible a situaciones cercanas a su quehacer profesional se tuvieron reuniones de trabajo con profesores de los Departamento del Área de Ciencias Sociales, el objetivo de esas reuniones fue tratar de identificar problemáticas de interés para sus estudiantes en las que la Estadística juega un papel importante.

Una vez diseñadas las actividades didácticas, se organizó un foro en el que cada profesor hace una presentación de las actividades que propone, el colectivo de profesores tiene la posibilidad de cuestionarlo sobre aspectos que pueden no estar claros y/o para hacer sugerencia que ayuden a mejorar dicha actividad. Es importante mencionar que las actividades propuestas formarán un documento que llamamos Material Didáctico, el cual serán entregado a los profesores que impartan el curso como un apoyo didáctico.



La parte en la que se centra este trabajo corresponde al uso de algunas de las actividades del Material Didáctico para la capacitación de los profesores del grupo o para capacitar a otros profesores del nivel medio superior o superior, interesados en la enseñanza de la Probabilidad y/o Estadística (en el nivel medio superior es común que en el mismo curso se vean los contenidos de Probabilidad y Estadística, y también es válida esta observación para los cursos del área de Ciencias Sociales de la Universidad de Sonora).

Se organizó un curso-taller dirigido a profesores del nivel medio superior y superior, la estrategia didáctica que se utilizó en este curso-taller fue la siguiente:

- Primero se les propone a los profesores que resuelvan individualmente alguna de las actividades didácticas, procurando que dicha actividad se ubique en el área de interés de los participantes. Uno de los propósitos de este momento es identificar los significados que utilizan los profesores de las ideas fundamentales que deben poner en juego al resolver la situación.
- Posteriormente se organizan en equipo y se les pide que intercambien resultados obtenidos y estrategias utilizadas. En este momento se espera que los profesores tengan la oportunidad de poder argumentar a favor de sus estrategias y/o resultados, además de comparar las estrategias y resultados propuestos por otros compañeros del equipo, lo cual le permite tener la posibilidad de enriquecer sus significados.
- Finalmente se promueve que los equipos hagan lo propio pero ante el grupo completo.

Uno de los objetivos más importantes es orientar la reflexión del grupo sobre las estrategias utilizadas por ellos para resolver dichas actividades, en ello asume un papel fundamental el instructor del curso, haciendo énfasis en los aspectos relacionados con las actividades de aprendizaje que ellos realizaron, en particular en las intuiciones incorrectas y significados incompletos que ponen en juego, así como en dificultades que tuvieron al tratar de resolver el problema.

Este último aspecto en particular resulta muy enriquecedor en el contexto de la formación y actualización de los profesores, entre otras cosas porque les permite identificar aquellos aspectos que se le pudieran estar dificultando a los estudiantes o para estimular la autocritica respecto a los



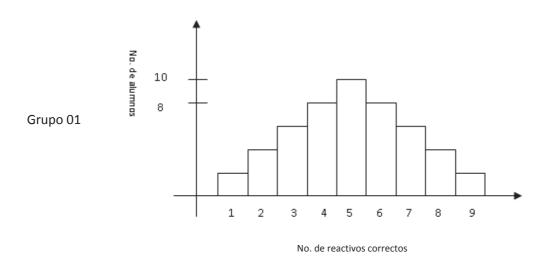
significados incompletos o incorrectos que pudiera estar promoviendo entre sus estudiantes, por supuesto de manera involuntaria.

En este esquema, es que se presenta en un primer momento una actividad que permite tener una especie de diagnóstico para establecer el punto de partida de los profesores que participan en el curso taller. La actividad inicia con algunos cuestionamientos al grupo sobre cierto tipo de situaciones probabilísticas y/o estadísticas, y a partir de las respuestas que dan identificamos el tipo de significados y/o dificultades que presentan respecto a las ideas básicas relacionadas con la variación aleatoria.

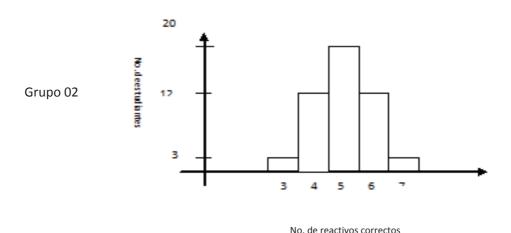
Una de las actividades que se plantea, en esta etapa, es la siguiente:

Situación 1

Las gráficas siguientes muestran los resultados obtenidos en el primer examen parcial de Estadística, en dos grupos atendidos por el mismo profesor y a los que se les aplicó el mismo examen de 10 reactivos.







- a) ¿A cuántos estudiantes se les aplicó el examen en el grupo 01 y en el grupo 02?
- b) Basándose en la información proporcionada, determine en cuál de los grupos se obtuvo mejor aprovechamiento.
- c) ¿En qué basas tu respuesta para determinar quien tiene mejor aprovechamiento?
- d) ¿Cuál es promedio de número de reactivos correctos de cada grupo?
- e) ¿Es suficiente, para comparar a los dos grupos, el utilizar solamente la media aritmética? Argumente su respuesta.
- f) ¿Qué significa, en términos del aprovechamiento, que la media aritmética de los dos grupos sea la misma?
- g) ¿Por qué, a pesar de tener la misma media aritmética, las gráficas no son similares?
- h) ¿En cuál de los dos grupos obtuvieron los estudiantes un aprovechamiento más homogéneo?

Esta es una situación que ubicamos en el contexto educativo ya que está dirigida a profesores, por otra parte a través de ellas se espera que los profesores pongan en juego sus conocimientos y habilidades que se necesitan para responder este tipo de situaciones con la información



proporcionada en una gráfica, por ejemplo se requiere que identifique la variable, identifique la frecuencia, utilice alguna medida de tendencia central, calcule la media, relacione la media con el comportamiento global de los datos e identifique a partir de la gráfica los diferentes niveles de dispersión de la variable número de reactivos correctos en cada grupo.

En esta actividad, es importante señalar que la primer pregunta que se plantea en el inciso a) surge de las observaciones que hicieron los profesores que participaron en el proyecto de capacitación motivado por la reforma curricular que se dio en la Universidad de Sonora. Cuando estos profesores aplicaron a sus estudiantes actividades con esta estructura, se dieron cuenta que éstos identificaban la mayor frecuencia como el número de estudiantes a los que se les había aplicado el examen; es decir, los estudiantes decía que al grupo 01 se les aplicó el examen a 10 estudiantes y a 20 del grupo 02.

Cuando se les pide a los profesores, que participaron en el curso-taller, que respondan a lo que se les pregunta en el inciso a) la mayoría de ellos responden igual que los estudiantes.

Al tratar de resolver lo que se les pide en el segundo inciso, se presentan situaciones de diferente estilo en la respuesta que dan los profesores (para el grupos 01):

- Dicen no identificar cuál es la variable y cuál es la frecuencia.
- Para calcular la media suman los números del uno al nueve y dividen entre nueve9.
- Para calcular la media suman los números del uno al nueve y dividen entre 10.
- Para calcular la media suman los números del uno al nueve y dividen entre 50.

Este tipo de respuestas nos permitió generar una discusión en el grupo con el propósito de contrastar los diferentes resultados y estrategias que se pueden generar al tener una acercamiento individual con la situación a resolver, porque cada quien pone en juego sus conocimientos, intuiciones y estrategias.

Por otra parte, se reflexionó sobre el papel que juega la socialización de las respuestas obtenidas y las estrategias utilizadas por cada quien, y sobre la forma en cómo con los argumentos que dan los compañeros podemos ir enriqueciendo nuestros conocimientos, estrategias e intuiciones.

Finalmente, se hace una reflexión en torno a la importancia que tiene el hecho de que mejoremos en estos aspectos, pero no sólo desde la perspectiva de mejoría personal sino desde la óptica que



los profesores son los responsables de promover el significado que la institución ha plasmado tanto en los planes de estudio como en los programas de materia.

Al aplicar estas actividades también se pretende que los profesores reflexionen sobre la importancia de identificar la variabilidad de un grupo de datos respecto a un parámetro o respecto a la variabilidad de otro grupo de datos; además para promover la necesidad de búsqueda de una estrategia para medir la variabilidad de un conjunto de datos respecto a un parámetro, que en algún momento se pueda cuantificar o para poder compararla con la variabilidad de otro conjunto de datos con respecto al mismo parámetro.

Conclusiones

Podemos separar las conclusiones en dos partes:

- De los participantes en el proyecto de capacitación

Podemos decir que la experiencia de participar en la capacitación de profesores, ajenos al proyecto, permitió en alguna medida sensibilizarse para tratar de entender lo que sucede con sus estudiantes de licenciatura cuando tratan de resolver este tipo de situaciones y dan el mismo tipo de respuesta que profesores en activo tanto del nivel medio superior como superior.

Además esta experiencia ha servido para enriquecer las actividades que originalmente se diseñaron para utilizarse como material didáctico de apoyo para los profesores.

- De los participantes al curso-taller

Un aspecto que se manifiesta, en un buen número de profesores, es la solicitud al responsable del curso-taller de que les proporcione una fórmula para resolver el problema, lo que pudiera estar reflejando la orientación que se les da normalmente a los curso de Probabilidad y Estadística que ellos imparten, en el sentido de dar mucho peso a los aspectos operativos, y no en la búsqueda de un equilibrio entre los aspectos operativos y cualitativos de los conceptos matemáticos.

Este último aspecto es muy importante porque refleja el tipo de significado institucional que pueden estar promoviendo estos profesores al impartir sus cursos de matemáticas, y en particular los cursos de Probabilidad y Estadística.



El material didáctico que se formó con las actividades propuestas por los profesores es un material de apoyo muy importante para el titular del curso, es un material flexible que tendrá que estarse revisando constantemente para enriquecerlo a partir de las observaciones que hagan de él los usuarios.

Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2001) *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Granada, España.

Fischbein, E. (1975). The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children. Dordrecht: Reidel.

Godino, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas. Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Granada, España.

Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics 6*, 187-205.

Secretaría de Educación Pública. (2004). *Reforma Curricular del Bachillerato Tecnológico. Programas de estudio. Matemáticas.* México, D.F., México. SEP.

