

## PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO EN EDUCACIÓN ESPECIAL

José Marcos López Mojica, Ana María Ojeda Salazar  
CAM 18; DME, Cinvestav-IPN  
jmlopez@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

(México)

**Resumen.** La investigación, de carácter cualitativo, se enfoca en el pensamiento probabilístico de niños de educación especial básica. La sustentan elementos teóricos de tres órdenes: epistemológico, cognitivo y social. El proceso de la investigación sigue los lineamientos del órgano operativo y de la célula de análisis de la enseñanza. En su segunda fase, de tres, participaron ocho niños (13-15 años) con distintas afecciones, en actividades de enseñanza en el aula que distinguen los vértices del triángulo epistemológico para introducir el enfoque frecuencial de la probabilidad, el cual, según Fischbein, promueve el razonamiento probabilístico. Se utilizó el método de experienciación y la técnica de registro de datos fue la videograbación. Los niños interactuaron con el fenómeno aleatorio, identificaron sus posibles resultados, registraron sus frecuencias en una tabla, existe ausencia de la idea de azar y se mantiene el animismo en sus respuestas. En el proceso se evidenció el uso de los esquemas motriz y visual en la producción de respuestas de los niños.

**Palabras clave:** educación especial, pensamiento probabilístico

**Abstract.** This qualitative research is devoted to the probabilistic thinking of children of basic special education. The theoretical framework considers the epistemological, cognitive and social aspects. The research followed the guidelines of the operative organ and the cell for analyzing the teaching. In the second of its three phases eight children (13-15 years) with different affections carried out an activity based on the epistemological triangle to introduce the frequential approach of probability that after Fischbein promotes the probabilistic reasoning. The methods were the experiencing of the teaching and the log: the sessions were videotaped. Children registered the frequencies in a table provided to them. The children dealt with the random phenomenon, from which they identified its possible results and their frequency, even the relative frequency. Evidence was given of their use of motor and visual schemes for answering the questions posed.

**Key words:** special education, probabilistic thinking

### Introducción y planteamiento del problema

Pocos trabajos ahondan en el estudio del pensamiento probabilístico en comunidades con necesidades especiales (López-Mojica, 2009). Las investigaciones que se interesan en estas comunidades indagan en la noción de número, procesos multiplicativos, o algunos conceptos lógico-matemáticos (seriación, relación uno a uno, clasificación).

Actualmente se considera como estudio la introducción de fenómenos aleatorios de una manera sistemática, así como la entrada de otros conceptos matemáticos convocados por los conceptos de estocásticos en comunidades con necesidades especiales (López-Mojica, Ojeda y Cantoral, 2009). En López-Mojica (2009) se identificó el uso de algunos esquemas compensatorios en la adquisición de nociones de estocásticos. Respecto al *Síndrome Down*, debido a su desarrollo cognitivo lento, es necesario enfatizar en el uso del esquema visual, motriz y auditivo, repetir las instrucciones es un aspecto favorable en la comprensión de las mismas.

El estudio de aspectos del pensamiento matemático de tales poblaciones es importante para la elaboración de estrategias de enseñanza por parte del docente. Pues investigaciones como ésta ofrecen a los profesores referencias para el tratamiento de conceptos matemáticos a poblaciones con necesidades especiales, y en particular para la enseñanza de estocásticos.

Nuestra investigación, de carácter cualitativo, se enfoca en la enseñanza de la probabilidad a niños de educación especial básica. El objetivo es caracterizar su desempeño en tareas donde intervenga el azar e identificar esquemas compensatorios que se pudieran poner en uso ante ese contenido (Vygotski, 1997).

### **Perspectiva teórica**

El estudio considera dos supuestos. El primero se refiere a que la experiencia favorece el desarrollo de las intuiciones, por lo que el registro de frecuencias contribuye a la adquisición de la idea de probabilidad. El otro supuesto refiere a que frente a *ausencias o limitaciones existen esquemas compensatorios que permiten el desarrollo del pensamiento en el niño con alguna deficiencia* (Vygotski, 1997).

La investigación está sustentada por tres ejes rectores (Ojeda, 2008). El *epistemológico*, considera la propuesta de Heitele (1975) respecto a diez ideas fundamentales de estocásticos como guía para un curriculum en espiral, que parta de un plano intuitivo y arribe a un plano formal. Las etapas de la constitución de la idea de azar en el niño (Piaget e Inhelder, 1951). En el eje *cognitivo* se considera el desarrollo de la intuición como base del pensamiento probabilístico del niño. En particular, se considera la intuición de frecuencia como base del pensamiento probabilístico. De manera más general, se consideran en este eje los procesos compensatorios en el desarrollo del infante con alguna *ausencia o limitación*. Vygotski (1997), que a su vez, se complementan con las especificaciones de las funciones del cerebro (Luria, 2005).

El eje *social* se interesa en las *interacciones* resultantes del proceso educativo. Steinbring (2005) propone que para la adquisición de un concepto matemático es necesaria la interacción entre el contexto de referencia en que se implica el concepto, el signo y el concepto matemático.

### **Proceso de investigación**

En la segunda de las tres fases de la investigación, se analiza la enseñanza de estocásticos en el aula de sexto grado de primaria pública especial con actividades propuestas por los investigadores, que no forman parte de la enseñanza impartida por la institución. Se siguen los lineamientos del *órgano operativo* y de la *célula de análisis* de la enseñanza (Ojeda, 2006). Se utilizaron como instrumentos un guión de clase y un cuestionario de preguntas abiertas

relativo a la actividad desarrollada sobre el enfoque frecuencial de la probabilidad. Las técnicas para el registro de datos fueron la videograbación, las transcripciones y la escritura en papel. Los instrumentos se aplicaron en aula alterna (Ojeda, 2006), llamada así por ser una alternativa al aula tradicional, pues conjuga docencia e investigación, durante duración de 30 minutos cada una conducidas por el investigador, a ocho niños de 13 a 15 años [**M** y **W** con síndrome Down y problemas de lenguaje; **A**, **An** y **Ye** con retraso mental; **Mi** con problemas motrices y de lenguaje; y **T**, autista; **Ar**, trastorno de hiperactividad y déficit de atención]. Los criterios de análisis de los datos recopilados fueron ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos que aluden a estocásticos, situación y contexto, es decir se considera las condiciones en las que se realizó la actividad.

### Actividad propuesta

El objetivo de “La carrera” es la introducción del enfoque frecuencial de la probabilidad. La actividad consiste en realizar giros de una ruleta con seis sectores iguales, que se distinguen por figuras de círculos, triángulos y cuadrados (véase Figura 1). El resultado de cada giro se registra en una tabla impresa en papel, marcando una celda de la fila correspondiente a la figura indicada por la flecha al cabo del giro. A continuación de la tabla se plantean cuatro preguntas abiertas sobre la figura “ganadora”, cuyos registros alcanzan primero la meta, por qué resultó ganadora, sobre el total de giros realizados y la frecuencia resultante de la figura seleccionada al inicio de la actividad por cada alumno. Las orientaciones en la enseñanza, las interacciones resultantes entre los niños y la actividad permiten el acceso al contenido conceptual (Steinbring, 2005).

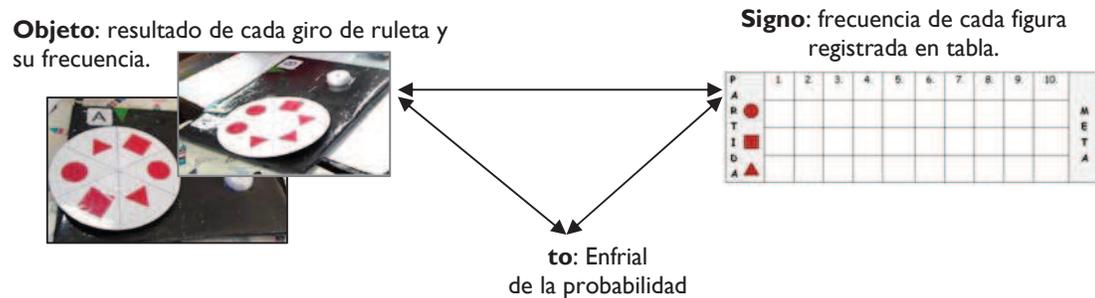


Figura 1. Triángulo epistemológico en la actividad desarrollada en el aula.

La disposición de la figura (véase la Figura 1) permite distinguir que a un nivel de objeto lo que interesa es el resultado de los giros de las ruletas, a un nivel de signo interesan los registros de frecuencias en las celdas, la interacción de los vértices anteriores permitirían la adquisición del enfoque frecuencial de la probabilidad; con la asignación numérica de cada frecuencia absoluta la adquisición de la idea de variable aleatoria también interesa.

La Tabla I presenta los resultados del análisis de la actividad según los criterios que propone la célula de análisis de la enseñanza (Ojeda, 2006) señalados en la sección 4.

Tabla I. Resultado del análisis de la actividad “La carrera”

Criterios de Análisis	“La carrera”
<b>Situación</b>	Giros de una ruleta con sectores iguales y diferentes cantidades de figuras: círculos, triángulos y cuadrados.
<b>Ideas fundamentales de estocásticos</b>	Espacio muestra, medida de probabilidad, variable aleatoria, equiprobabilidad.
<b>Otros conceptos matemáticos</b>	Números naturales, adición.
<b>Recursos Semióticos</b>	Tablas, lengua natural escrita, figuras geométricas.
<b>Términos empleados</b>	“del total de giros, cuántas veces”, “marca con”, “elegir”, “lo que indique la flecha”, “gira la ruleta”, “llena una casilla”.
<b>Esquemas compensatorios</b>	Se requiere del uso del esquema visual y el esquema motriz.

### Primeros resultados

Los niños operaron el material, lo que les proporcionó una experiencia directa con la situación aleatoria de la que pudieron identificar sus posibles resultados. Ellos realizaron el registro, en la tabla que se les proporcionó, de la figura indicada por la flecha al final de cada giro de la ruleta, anotando una cruz en la celda correspondiente o bien un dibujo de la figura. Para dar respuesta a las preguntas planteadas, primero se pedía a los niños que respondieran de manera oral, después se pedía que escribieran lo argumentado.



Figura 2. T señala las figuras de la ruleta.

*Ideas fundamentales de estocásticos.* Los niños distinguieron los posibles resultados al girar la ruleta, es decir distinguieron el espacio muestra [7, 8, 26, 27]:

- [7] I: ¿Qué figuras tenemos?  
[Ruleta con dos, triángulos, dos círculos, dos cuadrados].
- [8] An: Cuadrados, triángulos, círculos...
- [9] M: Cuadado [murmura].
- [22] I: ¿Cuántas figuras en total tenemos?
- [23] Ye: No sé... Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis  
[cuenta de uno en uno, señalando las figuras].
- [24] I: ¿Cuántas figuras tenemos en total?
- [25] An: Tres.
- [26] I: Son tres tipos de figuras, pero ¿cuántas son?
- [27] An: Seis.
- [28] I: ¿Cuántas tiene el triángulo? [Dos triángulos]
- [29] An: Dos.
- [30] I: ¿Cuántas el círculo? [Dos círculos]
- [31] An: Dos.
- [32] I: ¿Cuántas el cuadrado? [Dos cuadrados]
- [33] An: Dos.

**M** y **W** (síndrome Down) sólo identificaron las frecuencias absolutas de las figuras. **A**, **An** (retraso mental) y **Mi** (problemas motrices y de lenguaje) dieron evidencia de nociones de la *frecuencia relativa*, pues se refirieron a la frecuencia de cada figura y a su relación respecto al total de giros [204, 206, 213, 215]:

- [200] I: ...Ahora díganme, ¿cuántos giros realizamos en total?  
Para el triángulo ¿cuántos [giros] tenemos?
- [201] **A**: Ocho, diez...
- [202] **An**: ¡Ocho!
- [203] I: ¿Cuántos tiene el triángulo?, ¡No adivinen...!
- [204] **An** y **Mi**: ¡Tres!
- [205] I: Tres, ¿Y el cuadrado?
- [206] **Mi**: Oco [Ocho, problemas de lenguaje].
- [207] I: Ocho, ¿Y el círculo?
- [208] **A**: Diez...
- [209] I: En total, ¿cuántos tenemos?, ¿Cuántos giros hicimos?  
Sumemos...
- [210] **A**, **An** y **Mi**: Uno, dos, tres,... [murmurando].
- [211] **Mi** y **An**: ¡Veintiuno!
- [212] I: Mi, del total de giros, de veintiuno, ¿cuántos son para tu figura?
- [213] **Mi**: Die [problemas de lenguaje].
- [214] I: An, para tu caso, del total de giros, ¿cuántos le corresponden a tu figura?
- [215] **An**: Tres [sonriendo].

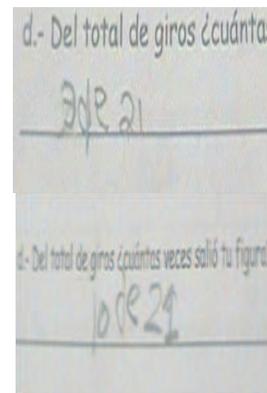


Figura 3. Respuesta escrita que refiere al enfoque frecuencial.

*Esquemas compensatorios.* Mi (problemas motrices y de lenguaje) respondió a las preguntas con expresiones mímicas, pues presenta problemas de lenguaje. A (retraso mental) también utilizó la mímica, pero ella al ayudar a responder una pregunta a M (síndrome Down) (véase Figura 4. Izq.).

M y W (síndrome Down) tenían que fijar su mirada en la ruleta y en el resultado para realizar el registro efectivo del resultado, así como en la tabla para identificar las frecuencias absolutas. T (autista) respondió a las preguntas con la intervención de la docente, quien le leía la pregunta del cuestionario y T respondía, y cuando escribía la respuesta la docente dictaba las palabras que T no podía escribir.



Figura 4. (Izq.) Uso de expresiones mímicas. (Der.) Uso del perceptual visual para identificar las frecuencias absolutas.

*Otros conceptos matemáticos.* Se obtuvo evidencia del uso del *conteo uno a uno*, pues al preguntarles a los niños sobre la cantidad de figuras en la ruleta, Ye (retraso mental) realizó el conteo de manera rápida [23]; también cuando se les preguntó sobre el total de giros realizados A, An (retraso mental) y Mi (problemas motrices y de lenguaje) realizaron el conteo [210]. An, en toda la actividad realizaba la suma de las frecuencias relativas de cada figura, y recuperaba el total de giros realizados.

- [27] An: Seis.  
 [28] I: ¿Cuántas tiene el triángulo?  
 [29] An: Dos.  
 [30] I: ¿Cuántas el círculo?  
 [31] An: Dos.  
 [32] I: ¿Cuántas el cuadrado?  
 [33] An: Dos.

*Recursos semióticos.* La tabla permitió organizar el registro de los resultados de cada giro; el registro de las frecuencias absolutas de las figuras y recuperar el total de giros efectuados.

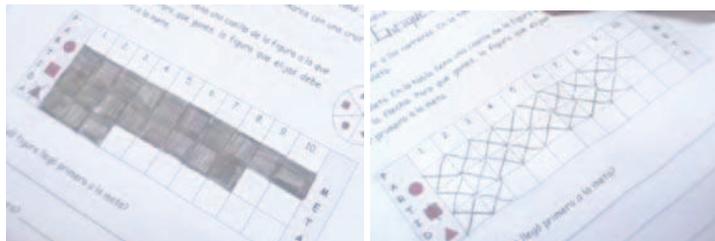


Figura 5. Registros de frecuencias (Izq. Producción de Ye; Der. Producción de An)

Debido a los problemas de lenguaje (W, A y Ar), tuvieron problemas con la lecto-escritura, por lo que se escribían oraciones cortas; requerían de una referencia, así que se les escribía en el pizarrón la palabra que se les dificultaba (véase la Figura 6).

*Términos que aluden a estocásticos.* Con la pregunta “¿ganó tu figura, por qué?” Se pretendía indagar si en las justificaciones que los niños realizaran, se podían identificar nociones de azar. En sus respuestas los niños tendían a buscar causas como “giré muchas veces”, “le ayudé a ganar”, “porque quiso”, “porque le ayudamos los niños”.



Figura 6. Escritura en el pizarrón como referente.

Tabla 2. Características de los niños en el aula alterna del sexto grado.

Afección y casos	Ideas fundamentales	Problemas de lenguaje	Esquemas compensatorios
<b>Síndrome Down</b>			
<b>M</b>	Espacio muestra Frecuencia absoluta	Poca oralización	Esquema visual: observaban la figura indicada por la flecha y la casilla que le correspondía
<b>W</b>	Espacio muestra	Pronuncia en su mayoría palabras monosilábicas. Problemas con la expresión “llena una casilla”	Esquema visual Esquema motriz
<b>Retraso mental</b>			
<b>Y</b>	Espacio muestra Frecuencia absoluta	Oralizada Fluidez en el habla	Esquema visual
<b>A</b>	Espacio muestra Frecuencia relativa	Pronuncia pocas palabras. Las oraciones incompletas	Esquema visual
<b>An</b>	Espacio muestra Frecuencia relativa Variable aleatoria	Habla fluida	Esquema auditivo Esquema motriz Memoria de trabajo
<b>Trastorno de hiperactividad y déficit de atención</b>			
<b>Ar</b>	Espacio muestra	Habla fluida	Esquema visual
<b>Problemas motrices</b>			

<b>Mi</b>	Espacio muestra Frecuencia relativa Variable aleatoria	No pronuncia palabras, emite sonidos	Esquema visual Esquema motriz
<b>Autismo</b>			
<b>T</b>	Frecuencia absoluta	Habla fluida	Esquema visual Esquema motriz Memoria de trabajo

### Comentarios

En un primer acercamiento, la actividad “la carrera” ofreció a los niños el contacto con un fenómeno aleatorio y medios para su estudio. Consideramos necesario proponer en la enseñanza actividades como ésta, referidas a una diversidad de situaciones azarosas [urnas, tómbolas, dados] que, mediante el enfoque frecuencial de la probabilidad, suministren una base para introducir el enfoque clásico.

La Tabla 2 resume los resultados de nociones de estocásticos y las características de los niños.

En las respuestas de los niños no identificamos algún indicio de la idea de azar. En cambio, siempre trataron de encontrar alguna causa de que cierta figura saliera muchas veces. A esta edad bajo las características presentes en los niños aun no superan la etapa del animismo.

La actividad enfatiza la distinción de los vértices del triángulo epistemológico, pues según la propuesta de Steinbring (2005), las relaciones que se establezcan entre el objeto, signo y concepto favorecen la adquisición de conceptos matemáticos. Lo anterior proporciona una oportunidad de acceso, a los contenidos matemáticos de una manera efectiva, por parte de los niños con necesidades especiales.

### Referencias bibliográficas

- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in children*. Holanda: Reidel.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 6, pp. 187-205. Holanda: Reidel.
- López-Mojica, J.M. (2009). *Estocásticos en el Segundo Grado de Educación Especial*. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav-IPN.
- López-Mojica, J.M., Ojeda, A.M. y Cantoral, R. (2009). Estocásticos en el segundo grado de educación especial. En Lestón, P. (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 22. México, D.F., págs. 5-13. Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Luria, R. A. (2005). *Funciones corticales superiores en el hombre*. México: Fontamara.

- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En Filloy (ed). *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 257-281). México: Santillana-Cinvestav.
- Ojeda, A. M. (2008). Probabilidad y Estadística en Matemática Educativa: Ejes rectores [Resumen]. *Vigésimosegunda Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, D.F.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. París: PUF.
- SEP. (2009). *Matemáticas Sexto Grado*. México: SEP.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obra Escogidas V*. España: Visor Dis.