

DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA. SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO

Santiago Ramiro Velázquez, Hermes Nolasco Hesiquio
 Universidad Autónoma de Guerrero, Secretaría de Educación Guerrero
 sramiro@prodigy.net.mx, nolascohh@hotmail.com

(México)

Resumen. En este artículo hacemos un estudio de las competencias matemáticas, particularmente la de comunicar en el ámbito del sentido numérico y pensamiento algebraico, describimos el problema de investigación en términos de que a 4 años de haberse propuesto el desarrollo de competencias, los profesores y los textos no necesariamente comparten este enfoque. Además presentamos un estudio de las competencias y del eje sentido numérico y pensamiento algebraico, en el que se destacan los contenidos programáticos de este eje y la relevancia de desarrollar acciones mentales como hacer y deshacer, construir reglas para representar funciones y abstraer desde los cálculos, como una manera de formar el pensamiento algebraico. También se determinan las acciones que conforman la competencia de comunicar, se analizan algunos planes de clase y las actividades que los profesores realizan para desarrollarla. Los resultados reflejan que el desarrollo de las acciones mentales referidas y de la competencia de comunicar, es parcial e incipiente.

Palabras clave: competencias matemáticas, comunicar, acciones mentales

Abstract. In this work we make a study of the mathematical competitions, particularly the one referring to the communication in the numerical sense and algebraic thinking, we describe the investigation problem in terms that after 4 years of have been proposed the development of competitions, the professors and the textbooks do not necessarily share this approach. Besides we present a study of the competitions and the axis referring to the numerical sense and algebraic thinking, the study highlight the programmatic content in this axis and the relevance to develop mental actions like doing and undoing, build rules for the representation of functions and abstracting from the calculus, as a mode to shape the algebraic thinking. As well the actions that conform the competition of communicate are determinate, some lesson plans and the activities that the professors apply to develop in the classroom are analyzed. The results reflect that the development of the mental actions referred and the competition of communicate is partial and incipient.

Key words: mathematical competitions, communicate, mental actions

Introducción

Uno de los aciertos de la reforma 2006 en educación secundaria consiste en remarcar un modelo didáctico enfocado al desarrollo de competencias, en matemáticas se propone el desarrollo de la competencia de plantear y resolver problemas, de argumentar, de comunicar y de manejar técnicas (SEP, 2006). Sostenemos que las competencias matemáticas consisten en una integración de saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales, de modo que una persona es competente cuando hace evolucionar sus saberes al plantear y resolver problemas y tareas matemáticas que lo sitúan como matemático. Es decir, que transforma sus conocimientos en saberes en las prácticas donde dichos conocimientos tienen presencia. Construir saberes encaminados al desarrollo de competencias asegura el estudio de las matemáticas en forma organizada y sostenida, superar la atomización del aprendizaje y compartir responsabilidades entre los sujetos de este proceso (Chevallard, Bosch, y Gascón,

1998). A su vez considerar al discurso matemático escolar y la práctica educativa de aula, integrados con prácticas sociales donde se construyen saberes.

Esta manera de orientar la construcción de saberes matemáticos revela el sistema didáctico que se desarrolla en el aula, en el que se muestran principios como los siguiente: la investigación y las prácticas sociales dan vida a las matemáticas, se pueden descubrir nuevos significados de los objetos matemáticos, se promueve que los alumnos aprendan de los errores al enmendar, difundir, discutir, negociar, debatir y descubrir (Velázquez y Nolasco, 2009).

El presente trabajo centra la atención en el sentido numérico y pensamiento algebraico –snypa– como uno de los ejes que dan forma a las matemáticas en educación secundaria, y que uno de sus propósitos es de tender puentes entre la aritmética y el álgebra. De manera que se consolide el sentido numérico que se desarrolla a través del estudio de la aritmética, y sobre esta base se realicen acciones mentales (Sociedad Matemática Mexicana, 2008) al resolver problemas y tareas matemáticas, en los que se construyen patrones y modelos tabulares, gráficos, simbólicos y textuales. Se trata de patrones y modelos que son manifestaciones del pensamiento algebraico y que están inmersos en las prácticas sociales. De esta manera existen evidencias de que el surgimiento del cero en las culturas mesoamericanas está ligado a sus deidades, ya que el dios Tláloc tenía diversas representaciones, algunas significan vida y abundancia y otras destrucción. En estas condiciones se puede conjeturar que el cero en estas culturas surge para significar la ausencia y a la vez la transición entre el bien y el mal, esta ausencia y transición son significados del cero en algunos dominios numéricos modernos. En el mismo sentido los investigadores al observar, experimentar, conjeturar y comprobar construyen modelos que explican el comportamiento del medio físico y social. Así Galileo en el siglo XVII constata que todos los objetos caen con aceleración uniforme sin importar su masa, es decir que un cuerpo en caída libre que parte del reposo obtiene incrementos iguales de velocidad en intervalos iguales de tiempo. Galileo usando planos inclinados experimenta y confirma que en el movimiento uniformemente acelerado, partiendo del reposo, la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo invertido en el descenso.

De estas afirmaciones sostenemos que las condiciones de surgimiento, difusión y uso social del conocimiento constituyen un principio didáctico fundamental, para desarrollar competencias matemáticas y que dicho conocimiento adquiere el estatus de saber en las prácticas en las que está inmerso. Lo que implica que en la actividad matemática escolar los alumnos realicen un conjunto de prácticas generadoras de saberes, en las que impere la interacción discursiva entre estudiantes y profesores, en la que los primeros conforman su propio discurso matemático.

Esta concepción no necesariamente la comparte el profesor y los libros para el alumno, de manera que se constata la imposición de un discurso que “escolariza” el saber y hace dependientes a los alumnos de los modos de pensar del profesor y de los autores de los textos. Esta situación afecta negativamente el desarrollo del pensamiento y de las competencias, también es contraria a las orientaciones didácticas propuestas en el programa de estudio, en el sentido de desarrollar el trabajo colegiado y autónomo de los alumnos.

El objetivo de esta investigación consiste en reconocer las acciones que conforman la competencia de comunicar en lo referente al sentido numérico y pensamiento algebraico, y explorar las actividades que realizan los profesores con sus alumnos, encaminadas a desarrollarla.

Para el logro del objetivo se hace un estudio documental, en el que se analizan diversos trabajos sobre competencias matemáticas y en particular sobre la de comunicar, a fin de reconocer las acciones que la conforman. También se exploran las actividades que realizan los profesores con sus alumnos referentes al sentido numérico y pensamiento algebraico, encaminadas a desarrollar esta competencia. En esta parte se analizan los planes de clase de los profesores de tercer grado cuando abordan el tema:

Significado y uso de las literales, subtema relación funcional, apartado 3.1.
Reconocer en diferentes situaciones y fenómenos de la física, biología, economía y otras disciplinas, la presencia de cantidades que varían una en función de la otra y representar la regla que modela esta variación mediante una tabla o una expresión algebraica. (SEP, 2006, p. 123).

Además se observan clases y se estudian procesos y productos de dichas clases, la observación y estudio de procesos y productos está en proceso por lo que no se reporta en este trabajo.

Sentido numérico, pensamiento algebraico y competencias matemáticas

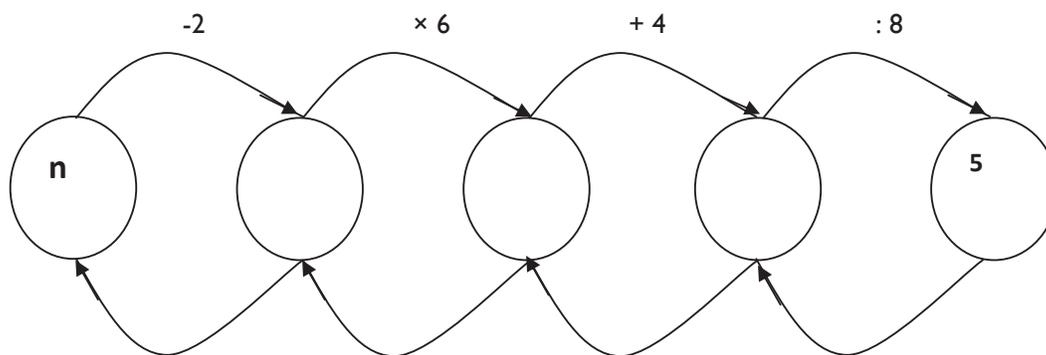
De acuerdo al Diccionario Enciclopédico Grijalbo (1995) lo numérico se refiere a una actividad que se realiza con números, en tanto que el pensamiento algebraico hace referencia a un proceso de evolución desde un pensamiento primitivo y empírico hacia un pensamiento simbólico. En educación secundaria acertadamente se hace énfasis en aspectos conceptuales y de construcción de significados propios de los objetos y procesos que se enmarcan en el eje snypa. Los programas de estudio de matemáticas en este nivel educativo (SEP, 2006), resumen estos objetos y procesos en los temas significado y uso de los números, significado y uso de las

operaciones y significado y uso de las literales. Destaca además el desarrollo de habilidades de cálculo aritmético y algebraico, el estudio de funciones, modelos, patrones y fórmulas.

No obstante el tratamiento didáctico que se propone en los referidos programas, por lo general, se limita a señalar algunos ejemplos que los profesores pueden utilizar en el trabajo con sus alumnos. Si bien se insiste en el desarrollo de competencias matemáticas, poco se dice de cómo planear, gestionar y evaluar dicho desarrollo. Se esperaba que propusieran cómo desarrollar acciones mentales (Sociedad Matemática Mexicana, 2008) básicas para formar el sentido numérico y el pensamiento algebraico, como hacer y deshacer, construir reglas para representar funciones y abstraer desde los cálculos. Hacer y deshacer es una acción que significa doble implicación o bien ir de los datos hacia la respuesta y viceversa, componer y descomponer. Además es una potente estrategia para el cálculo mental, el trabajo con sucesiones y el estudio de ecuaciones, esta acción mental y estrategia se ilustra de la siguiente manera:

Pienso un número, le sumo -2 , lo multiplico por 6 , le resto -4 , lo divido entre 8 y obtengo 5 . ¿Qué número pensé?, para contestar se puede expresar el texto en forma analítica como

$1/8 [6 (n-2) + 4] = 5$, o bien en el siguiente diagrama.



Construir reglas para representar funciones es fundamental para modelar o representar diversas situaciones, reconocer patrones, fórmulas y regularidades y consiste en visualizar la situación planteada y responder a la exigencia planteando diversas acciones, como las siguientes: visualizo detenidamente la situación, ¿Hay alguna similitud con situaciones ya resueltas?, ¿Cuáles son las variables involucradas?, corresponde a ¿Algún tipo de movimiento que conozco? rectilíneo uniforme, de caída libre, uniformemente acelerado, etc., ¿Contiene la recursividad?, ¿Tiene que ver con plusvalía o devaluación?, ¿Puedo representarla a través de un modelo tabular o gráfico?

Abstraer desde los cálculos es una acción mental necesaria para el desarrollo del pensamiento algebraico, que se manifiesta cuando se identifican las regularidades inmersas en un cálculo determinado, de manera que se pueda visualizar ese cálculo con cierta independencia de los números particulares que lo conforman. Esta manera de pensar utilizó Gauss al sumar $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$, considerando $(100 + 1) + (99 + 2) + (98 + 3) + \dots$

Consideramos que esta forma de concebir el sentido numérico y el pensamiento algebraico integrado con las acciones mentales referidas, puede contribuir a desarrollar competencias matemáticas, en particular la de comunicar.

Un escenario de investigación

Para reconocer las acciones que conforman la competencia de comunicar hacemos un estudio documental en diversas fuentes (Balbuena, 2006; SEP, 2006). De esta manera identificamos las siguientes: utilizar diversas formas de representar la información, comunicar con claridad las ideas matemáticas, deducir e inferir propiedades, y reconocer las ideas matemáticas en las prácticas sociales en las que están inmersas.

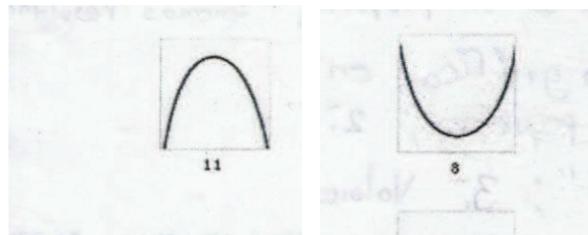
Utilizar diversas formas de representar la información es equivalente a utilizar diversos registros de representación (Duval, 1998), y es imprescindible en la actividad matemática, en particular en esta competencia enmarcada en el eje snypa. De esta manera se promueve la representación coordinada de los conceptos, y se negocian significados de los aspectos matemáticos involucrados. “Los alumnos usan las matemáticas como parte integral de las actividades del salón de clases. Representan su trabajo con objetos y dibujos y lo discuten. Reconocen y usan patrones y relaciones simples”. (Balbuena, 2006, p. 104).

Como se afirma en líneas anteriores en el desarrollo de competencias matemáticas se insiste en la construcción de significados, pero en la práctica imperan aspectos procedimentales. De manera que al proponerse el estudio de significado y uso de las operaciones, se hace centro en el uso en detrimento de los significados.

Comunicar con claridad las ideas matemáticas consiste en que las personas incorporen a su discurso los conceptos y formas de trabajo propios de las matemáticas, que puede lograrse al desarrollar las acciones mentales ya referidas, a través de un enriquecimiento mutuo del discurso matemático y el discurso cotidiano.

Deducir e inferir propiedades es fundamental para la construcción de significados, deducir consiste en explicar la información inmersa en las representaciones de una situación o relacionar un modelo con los acontecimientos que puede representar, inferir es identificar las propiedades del fenómeno y/o del modelo que lo representa. De manera que si consideramos

las gráficas 8 y 11 y las situaciones A) y B) como se muestra a continuación, la acción de deducir e inferir propiedades se manifiesta al relacionar la gráfica 8 con el acontecimiento B) y la 11 con el A). Ya que en el acontecimiento B) la variable es la temperatura y la función es el grado de satisfacción, situación que se ve en la gráfica 8 donde el grado de satisfacción es grande cuando la temperatura es pequeña y cuando es grande, en tanto que la satisfacción mínima cuando la temperatura da lugar a que el té esté al tiempo.



- A) Al terminar un concierto hubo un silencio total, entonces una persona de la audiencia empezó a aplaudir y gradualmente los demás asistentes se le unieron, de pronto todos aplaudían y animaban a la orquesta.
- B) Disfrutamos del té frío o caliente pero nos disgusta el té tibio.

Reconocer las ideas matemáticas en las prácticas sociales en las que están inmersas, consiste en visualizar los conocimientos matemáticos integrados a las diversas actividades que realiza la sociedad, en la ilustración anterior se trata de las comunidades cuyo gusto corresponde a las bebidas frías o calientes, para el acontecimiento B) y la manera de aplaudir de los asistentes a un concierto en el A).

En el análisis de los planes de clase se parte del hecho de que los profesores utilizan los planes entregados por la Secretaría de Educación Pública, de manera que como se afirma en líneas anteriores, se analizan los planes del apartado:

3.1. Reconocer en diferentes situaciones y fenómenos de la física, biología, economía y otras disciplinas, la presencia de cantidades que varían una en función de la otra y representar la regla que modela esta variación mediante una tabla o una expresión algebraica. (SEP, 2006, p. 123).

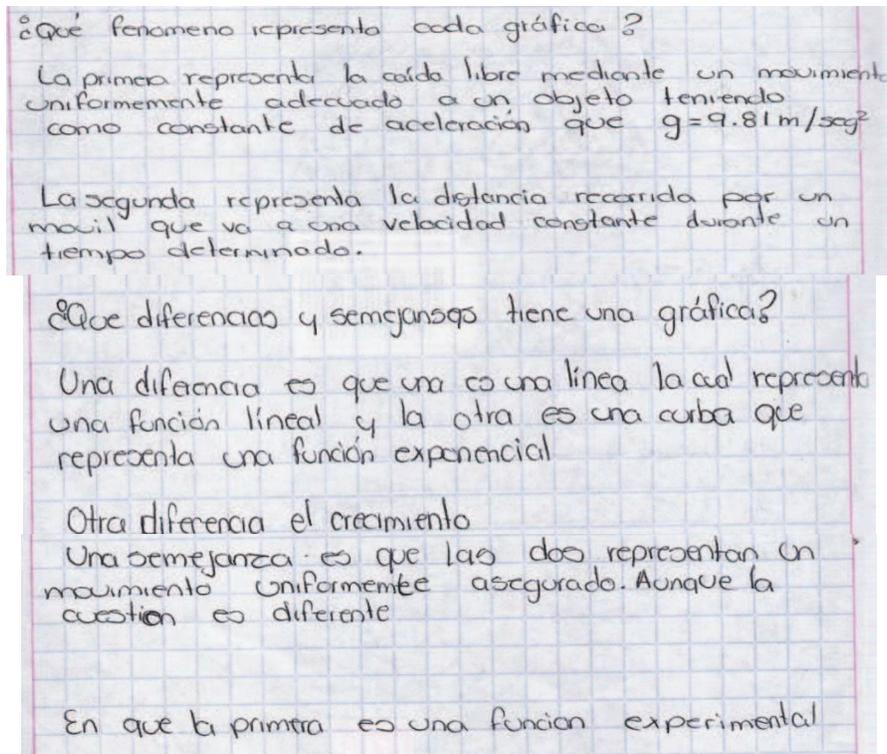
Este análisis se hace mediante una confrontación de los planes con cada una de las acciones que conforman la competencia de comunicar. Para este apartado se trabajan cinco planes de clase, cada plan contiene los conocimientos y habilidades esperados, que es propiamente el apartado, las intenciones didácticas, actividades para el alumno y orientaciones para el profesor. Las intenciones didácticas en su conjunto expresan que los alumnos representen en

tablas y expresiones algebraicas, relaciones funcionales lineales y no lineales. Por su parte en las actividades para los alumnos se proponen situaciones como se expresa en la siguiente tabla.

Planes	Actividades
1	Se tiene un recipiente con agua a 20°C , el agua se calienta de tal manera que su temperatura aumenta 4°C por minuto, representa esta situación en una tabla y en una expresión algebraica.
2	Un barco de carga tiene un tanque de almacenamiento para combustible de 2 400 litros. Al navegar, cada día consume 150 litros de combustible. Construye la tabla y la expresión algebraica que representan esta situación.
3	Una cierta cantidad de agua a una temperatura de 80°C se pone en un congelador que está a 0°C . En el proceso de enfriamiento se observa que la temperatura se reduce en un 5% por cada minuto que transcurre. Construye la expresión algebraica que representa esta situación.
4	Un helicóptero dejó caer un automóvil desde una altura de 245 metros. Algunos datos que se registraron son los siguientes: Tiempo Distancia de caída altura a la que se encuentra el automóvil 0 0 245 1 5 240 2 20 ----- 3 45 ----- Completa la tabla y determina la expresión algebraica que representa esta situación.
5	Cuando se proyecta una película, el área de la imagen depende de la distancia entre el proyector y la pantalla, como se ilustra a continuación: Distancia entre el proyector Área de la imagen en (m^2) y la pantalla (m) 1 4 2 16 3 36 --- --- Escriban la expresión algebraica que muestra esta relación.

Al hacer la confrontación de los planes con las acciones de la competencia de comunicar se constata que al proponer los registros de representación, no se consideran las gráficas cartesianas y su correspondiente lectura, que da lugar a la construcción de significados. Esta lectura nos llevaría a visualizar cómo se pasa de un registro a otro, y destacar las características, conceptos y significados de lo lineal, lo cuadrático y lo exponencial.

Lo anterior impide comunicar con claridad las ideas matemáticas de las situaciones que se están manejando, que se pone de manifiesto en las producciones de los alumnos como la que en seguida se muestra.



También afecta negativamente deducir e inferir propiedades ya que en los planes de clase no se propone el trabajo de esta acción, de manera que se pida explicar la recursividad como una característica asociada a lo exponencial.

En lo referente a reconocer las ideas matemáticas en las prácticas sociales en las que están inmersas, en los planes no se propone esta acción, no obstante, los profesores la pueden considerarla en el trabajo con sus alumnos. De manera que en las actividades del plan 3 donde se estudia lo exponencial, se explique que la depreciación y plusvalía están asociadas a lo exponencial y reconocer que los vendedores de automóviles y los de bienes raíces, realizan prácticas en estos campos.

Reflexiones finales

La constatación de la problemática en el desarrollo de competencias matemáticas en educación secundaria, a través de explicaciones y evidencias obtenidas del análisis de los documentos oficiales de apoyo didáctico y de las primeras producciones de los alumnos, contribuyen a despertar el interés por este campo. Consideramos que caracterizar las competencias matemáticas a través de acciones orienta a los docentes en la planeación, gestión y evaluación de aprendizajes con este enfoque. De manera similar las acciones que logramos reconocer de la competencia de comunicar, constituyen un aporte para el desarrollo de esta competencia.

Por su parte el desarrollo de las acciones mentales que proponemos, conforman una manera de formar el sentido numérico y el pensamiento algebraico.

Referencias bibliográficas

- Boyer, C. (1999). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (2), 253-265.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (1), 7-38 .
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. México, D. F: Secretaría de Educación Pública.
- Palacios, O. (2008). Un estudio sobre el uso de las gráficas en las obras de Evangelista Torricelli y Daniel Bernoulli. *En History and Pedagogy of Mathematics. The HPM Satellite meeting of ICME 11*, realizado en El Centro Cultural del México Contemporáneo, D. F, México.
- SEP. (2006). *Programa de estudio de matemáticas en educación secundaria*. México, D, F: Secretaría de Educación Pública.
- Sociedad Matemática Mexicana. (1998, Septiembre). Las matemáticas y su enseñanza en la escuela secundaria. Sentido numérico y pensamiento algebraico. Curso estala realizado en los Centro de Formación Continua. México.
- Velázquez, S. y Nolasco, H. (2009). Rediseño del discurso matemático escolar en la educación secundaria. *Sinergia* I (2), 26-31.
- Velázquez, S. y Santos, R. (2008). Un estudio socioepistemológico del discurso matemático escolar. *En History and Pedagogy of Mathematics. The HPM Satellite meeting of ICME 11*, realizado en El Centro Cultural del México Contemporáneo, D. F, México.