# LABORATORIO DE CIENCIAS: UN ESCENARIO PARA APRENDER MATEMÁTICAS

Elia Trejo Trejo, Patricia Camarena Gallardo
CICATA-IPN/UTVM; ESIME-IPN (México)
elitret@hotmail.com

**Resumen.** Actualmente se plantea la necesidad de que el alumno sea competente en matemáticas para en la resolución de problemas reales. Esta necesidad es más evidente en el nivel de Técnico Superior Universitario pues en su vida profesional y laboral dan solución a problemas técnicos donde se requiere hacer uso de las matemáticas. Razón por la cual se propone hacer uso del laboratorio de ciencias para establecer una situación problema a resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para el diseño de la situación se utilizó la fase didáctica de la Matemática en Contexto de las Ciencias y para su análisis la Teoría de Situaciones Didácticas. En este documento se presentan los primeros resultados de la situación didáctica.

**Palabras clave**: matemáticas, matemática en contexto

**Abstract.** Nowadays, the need for students to be competent in mathematics when solving real life problems is raised. This need is even more evident in the case of students of the University of Superior Technicians, since their professional life is going to require their ability to solve technical problems, where maths is going to be used. That is why we propose to ude the science lab to establish a situation that should be solved using simultaneous linear equations with two unknowns. In order to design such a situation, the didactic stage of Matemática en Contexto de las Ciencias was used, and the Didactic Situations Theory implemented to analyze the outcomes. Here we present oru initial findings.

**Key words**: mathematics, mathematics in context

## Introducción

Durante muchos años en el sistema educativo se consideró el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas como una actividad ubicada en el aula, siendo el único espacio donde el que sabe, el profesor dota de conocimientos al que aprende, el alumno. Esta situación está cambiando y actualmente es común encontrar el interés por relacionar la enseñanza de las matemáticas con contextos reales a partir de "problemas contextualizados", "problemas del mundo real", "problemas relacionados con el trabajo" o "problemas situados" (Font, 2006). Este interés no es nuevo ni focalizado, pues a nivel mundial investigadores como Riodan & Noyse (2001) y Meyer y Diopulus (2002) están trabajando matemáticas con problemas contextualizados y se están publicando con el título de *Contemporary mathematics in contex, a unified approach* (Hirsch, et al., 2003), Freudenthal (1991), propone una enseñanza matemática realista. Estas líneas de investigación se ubican en el nivel básico y medio. Mientras que a nivel superior en México desde 1982, en el IPN se realiza trabajo con matemática contextualizada y se tiene una línea de investigación denominada Matemática en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 2006).

En el nivel Técnico Superior Universitario la enseñanza en la que se considera el contexto (en este caso el laboratorio) es importante debido a que los que aprenden son estudiantes que en el ejercicio de su profesión requieren de habilidades y conocimientos que les permitan resolver problemas reales. Razón por la cual, se propone aprovechar como escenario el laboratorio de química para aprender a plantear y resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas (en el quehacer profesional de referencia, difícilmente se hace uso de mayor número de incógnitas). Podría pensarse que en este nivel educativo los estudiantes dominan el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales, dado que las han abordado con éxito desde secundaria y preparatoria, sin embargo la experiencia indica que no es así.

Para que el estudiante se apropie del conocimiento matemático: *sistemas de ecuaciones lineales*, se propuso una situación didáctica (Brousseau, 1986) con un alto contenido a-didáctico que permita por descubrimiento de conocimientos nuevos e integración de los que el alumno ya dispone la construcción del conocimiento de interés.

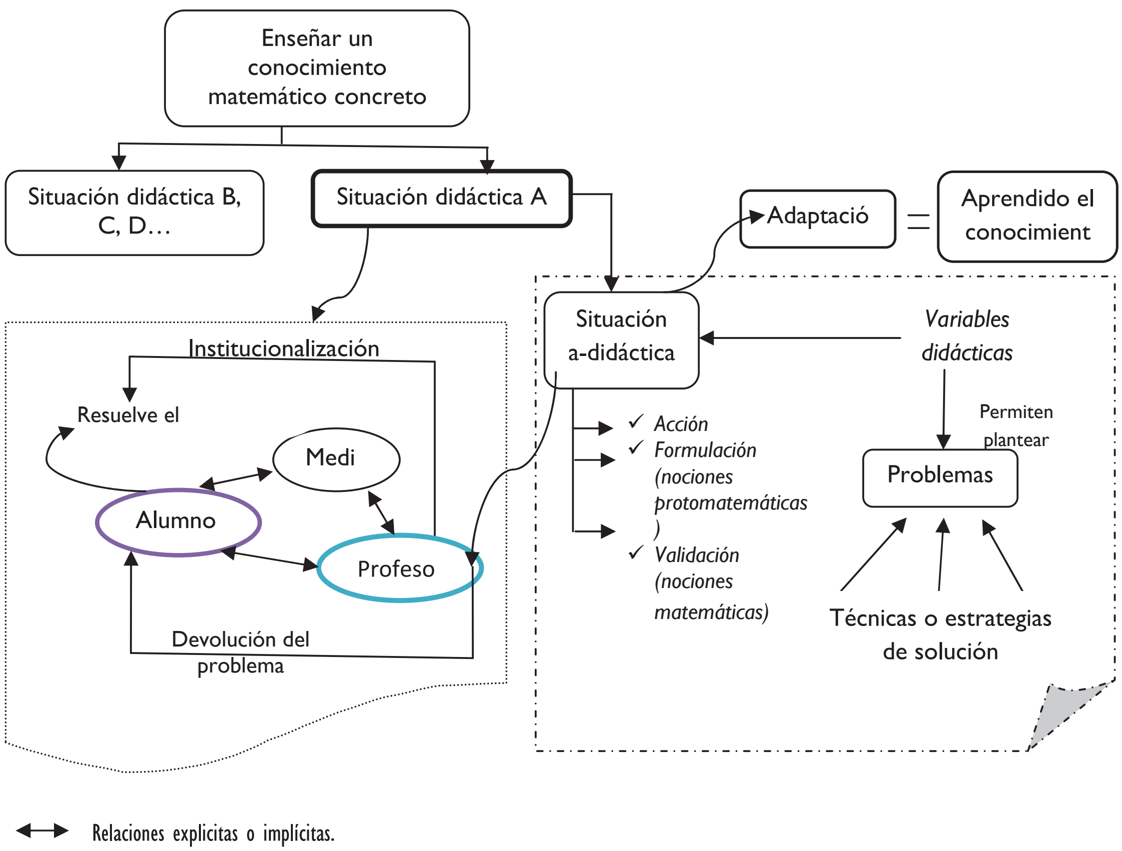



Figura 1. Teoría de situaciones didácticas.

Dicha situación didáctica tiene el objetivo explícito de que el estudiante aprenda a plantear y resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de problemas contextualizados, teniendo como escenario el laboratorio de química. Para alcanza dicho objetivo fue necesario utilizar la teoría de situaciones didácticas (figura 1) (Brousseau, 1986) pues permite analizar cómo funcionan éstas y cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y, subsecuentemente, de sus conocimientos. Esta teoría, postula que cada conocimiento concreto debe poder "determinarse" mediante una o más situaciones matemáticas, cada una de las cuales recibe el nombre de situación matemática específica de dicho conocimiento.

En la definición de situación adidáctica interviene la noción de variable de una situación matemática, entendiéndose como aquellos elementos del juego formal que pueden tomar diferentes valores y que al hacerlo, provocan cambios modifican la estrategia óptima. Una variable de una situación adidáctica se denomina variable adidáctica si sus valores pueden ser manipulados por el profesor.

Si se considera que la investigación se ubica en el nivel de Técnico Superior Universitario en Tecnología de Alimentos, donde es necesario vincular a las ciencias básicas (caso específico matemáticas) con las áreas específicas-técnicas fue necesario adoptar como marco metodológico a la matemática en contexto, que corresponde a la fase didáctica de la Matemática en el Contexto de las ciencias. Esta estrategia didáctica se caracteriza por presentar conocimientos integrados a los alumnos a partir de una situación problemática de otras disciplinas (Figura 2), cuya característica principal es que se trata de problemas reales del área de estudio del alumno. La matemática en contexto toma el problema, lo resuelve e interpreta la solución en el mundo de la disciplina del contexto.

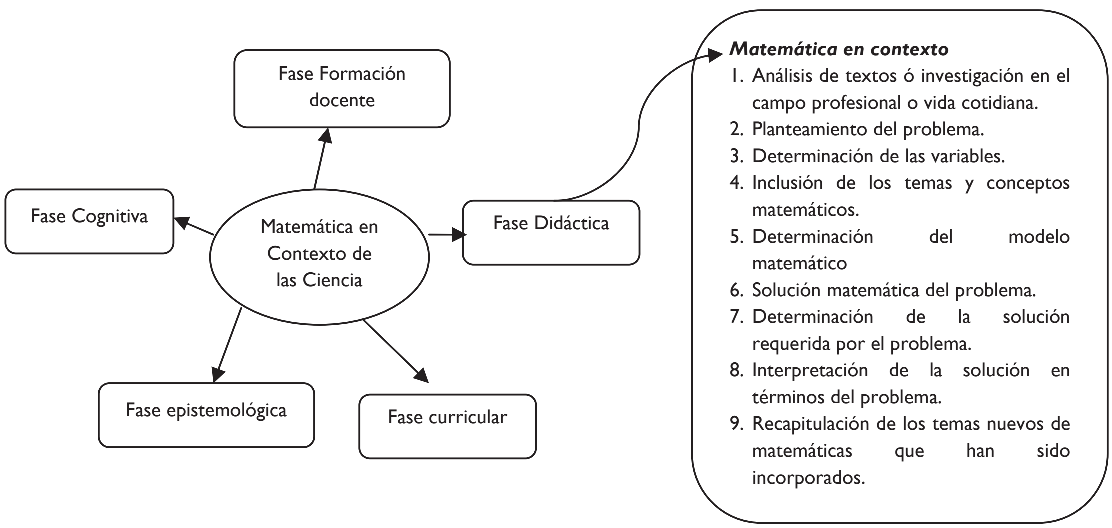
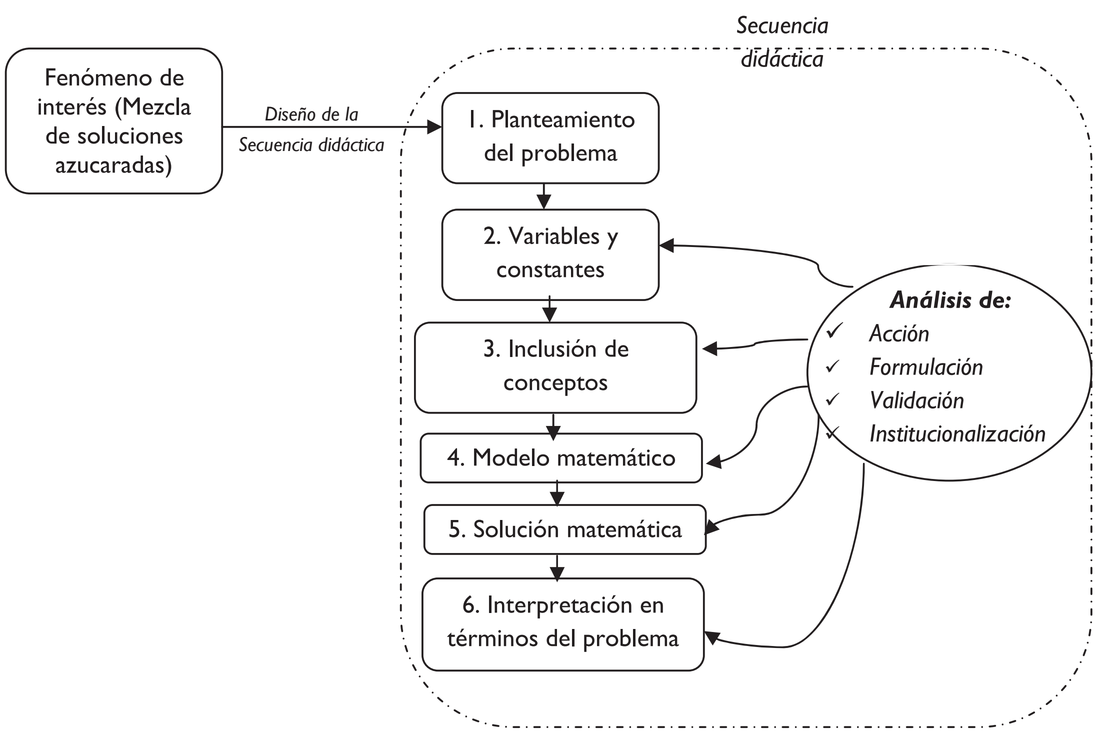



Figura 2. Marco metodológico: Matemática en contexto. Fuente: Camarena (2002).

## Metodología (o métodos)

Para hacer uso del laboratorio de ciencias como escenario para aprender matemáticas fue necesario trabajar en dos etapas: a) Desarrollo de la contextualización, para presentar un problema contextualizado se realizó previamente una investigación con profesores del área técnica y egresados para determinar el objeto matemático que con mayor frecuencia se utiliza en el ámbito laboral y/o profesional, así como la razón de uso, encontrándose que repetidas veces se utilizan sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas para problemas de mezclas. La contextualización se realizó en base a las etapas de la matemática en contexto (Camaranea, 2002), en cada una de ellas se observaron las situaciones de acción, validación, formulación e institucionalización (figura 3). Entonces, en la situación didáctica se plantea un problema matemático contextualizado, teniendo como escenario el laboratorio de ciencias. El problema consiste en preparar dos soluciones azucaradas al 35 y 60% y comprobar su concentración a través del refractómetro. Una vez que se tienen preparadas se solicita que a partir de ellas se realice una mezcla para tener 100 mL de solución azucarada al 50%, se debe comprobar la concentración con el uso del refractómetro. La situación didáctica se desarrollo con 15 estudiantes organizados en equipos de tres y se describe en términos de las decisiones que los alumnos tomaron en cada momento y de las diferentes estrategias que adoptaron para llegar al estado final (solución del problema).




1,2,…,6 Etapas de la matemática en contexto.

Figura 3. Metodología utilizada para el desarrollo de la propuesta didáctica.

## Resultados

La situación didáctica presentada corresponde a un problema de mezclado de soluciones azucaradas a resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Permitió que los alumnos incorporaran sus conocimientos previos para la toma de decisiones en las diferentes situaciones y llegar al resultado final. En seguida se presenta la secuencia didáctica y por espacio únicamente se muestran los resultados obtenidos de la observación de un equipo.

## Situación didáctica

Utilizando como escenario para la situación didáctica al laboratorio de ciencias se planteó a cada uno de los equipos la situación mostrada en la tabla 1. En una situación didáctica determinada se debe identificar el estado inicial y el conjunto de los diversos estados posibles, entre los que se encuentra el estado final que corresponde a la solución del problema involucrado en la situación. Es entonces cuando se hacen explícitas las reglas que permiten pasar de un estado a otro. En esta investigación, la situación se describe en términos de las decisiones que los alumnos pueden tomar en cada momento y de las diferentes estrategias que adoptan para llegar al estado final.

Tabla 1. Situación propuesta a los equipos.

| Situación didáctica | Descripción |
|---|---|
| 1 | Preparar 100 mL de solución azucarada al 35%, verificar su concentración con el refractómetro. |
| 2 | Preparar 100 mL de solución azucarada al 60%, verificar su concentración con el refractómetro. |
| 3 | A partir de las soluciones azucaradas preparadas preparar 100 ml de solución azucarada al 50%. |

En relación con la situación 1 y 2, el equipo no tuvo problemas para la realización de la actividad 1 (tabla 2).

Tabla 2. Identificación de las situaciones en la preparación de soluciones azucaradas al 35 y 60%.

| Situación | Descripción | Estrategias |
|---|---|---|
| **Acción** | Los integrantes del equipo interactúan y toman decisiones para organizar su actividad de resolución del problema. | *"Se trata de la preparación de una solución de concentración porcentual, hay que hacer cálculos, pesar, transferir a un vaso de precipitado, añadir el solvente (agua destilada) y verificar la concentración con el refractómetro. Entonces vamos a ver que hacemos cada uno."* |
| **Formulación** | Los alumnos se comunican | *"Por cada 100 mL de solvente será necesario* |

| | | |
|---|---|---|
| | entre ellos para determinar las actividades que a cada uno de ellos corresponden. Modifican su lenguaje utilizado habitualmente para utilizar el lenguaje técnico y poder solucionar el problema. | *colocar 35 g de soluto, entonces se trata de una solución azucarada masa-volumen (m/v), por lo que hay que pesar esa cantidad en la balanza granataria, transferirla y completar con 65 mL de agua destilada. Debemos comprobar la concentración colocando una gota de la solución en el refractómetro.* |
| **Validación** | Los alumnos se deben convencer de la validez de las afirmaciones que se hacen. | *"si cada grado brix (ºBx) corresponde a un gramo de sacarosa, entonces la lectura deberá ser de 35ºBx, lo que significará que hemos puesto la cantidad necesaria de azúcar para la concentración pedida. Debemos tener cuidado al momento de pesar el azúcar y transferirlo para que no falte o sobre y quede bien la concentración."* |
| **Institucionalización** | Los alumnos del equipo deben llegar a una convención en relación con las etapas anteriores. | *"Se pude comprobar la concentración de una solución azucarada utilizando para ello el refractómetro y con eso se tiene la confianza de qué se cumple con lo pedido".* |

Durante la realización de la situación: A partir de las soluciones azucaradas al 35% y 60% preparar 100 mL de solución azucarada al 50%, se pido a) Determinar las variables y constantes; b) Establecer el modelo matemático para resolver la situación problema; c) Resolver el modelo matemático y d) Interpretar la solución en términos de la situación. Incorporando en esta etapa las fases de la matemática en contexto y a su vez analizando los tipos de situaciones. Los resultados se muestran en la tabla 2.

Tabla 3. Tipos de situaciones en relación con las etapas de la matemática en contexto.

| **Etapa de la matemática en contexto** | **Situación** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Acción** | **Formulación** | **Validación** | **Instituciona-lización** |
| Determinación de las variables y constantes. | Los miembros del equipo discuten que es lo que cambia (variables) y que es lo que no cambia en la situación dada. | Identifican que para la situación dada: a) cambian los mL a tomar de solución al 35 y 60%. b) no cambia la concentración pedida (50%) ni la concentración de las soluciones con que deben trabajar (35% y 60%). | Después de analizar los datos de la situación verifican que las concentraciones y el volumen pedido no cambia y que lo que cambia es el volumen a añadir de la concentración al 35 y 60%. | Se asume que se deberá trabajar con la concentración y el volumen tanto de las soluciones dadas como de la requerida. |

| Etapa de la mat. en contexto | Situación | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Acción | Formulación | Validación | Instituciona-lización |
| Modelo matemático | Los miembros del equipo discuten cómo resolver la situación. Plantean las siguientes estrategias. a) Algunos alumnos proponen ir mezclando volumenes de cada una de las soluciones y verificar su concentración con el refractómetro. b) Otros señalan que como están en matemáticas deben utilizar alguna estructura para poder resolver la situación. | Al analizar la propuesta "a" coinciden en que es poco probable que les de resultado porque cuántas combinaciones tienen que hacer para tener los 100 mL al 50%, indican que es probable que la solución se termine antes de tener la combinación adecuada. Después del análisis anterior se preguntan que estructura matemática puede resolver la situación. | Al optar por utilizar una estructura matemática, inician con una ecuación de primer grado, percatándose que requieren de un sistema porque hay dos incógnitas a)el volumen y b)la concentración. Con una sola ecuación no pueden resolver la situación. Después de varios intentos logran obtener el modelo matemático (figura 4).. | El equipo asume que el modelo matemático que permite resolver la situación está dado por: $x + y = 100$ $0.35x + 0.60y = 50$ |
| Solución del modelo matemático | Recuerdan que hay diferentes métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y deciden utilizar el de igualación. | Proceden a resolver el modelo matemático (figura 5). | Para demostrar que los resultados matemáticos obtenidos satisfacen la situación problema, proceden a comprobar los resultados (figura 6). | Establecen que los problemas de mezclas pueden ser satisfactoriamente resueltos mediante un sistema de ecuaciones lineales. |
| Interpretar la solución | En la definición de variables se discute que A corresponde a la solución al 35% y B representa la de 60%. | En función de los resultados obtenidos determinan que se requieren 40 mL de la solución al 35% y 60 mL al 60% para tener 100 mL de solución azucarada al 50%. | Con los datos obtenidos proceden a realizar la mezcla y utilizando el refractómetro verifican la concentración que es del 50%. | Consensan que para la solución de problemas de mezclas es posible resolverlos mediante sistemas de ecuaciones lineales y comprobar matemáticamente la solución. Si están bien planteados los problemas el resultado es |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | confiable, lo cual se puede verificar si se trata de soluciones azucaradas con un refractómetro. |

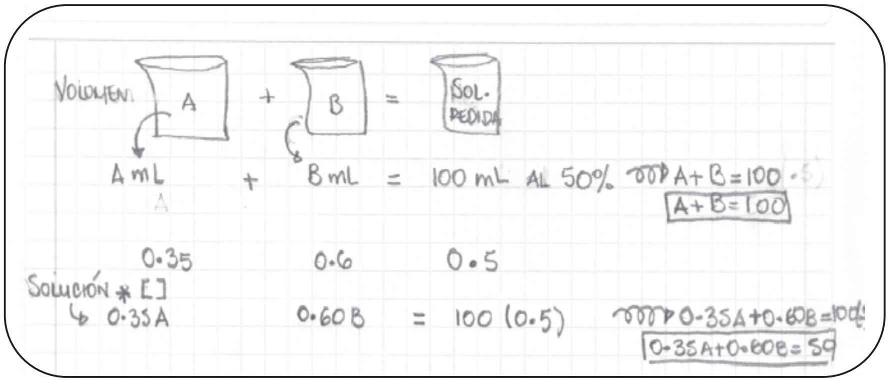


Figura 4. Obtención del modelo matemático.

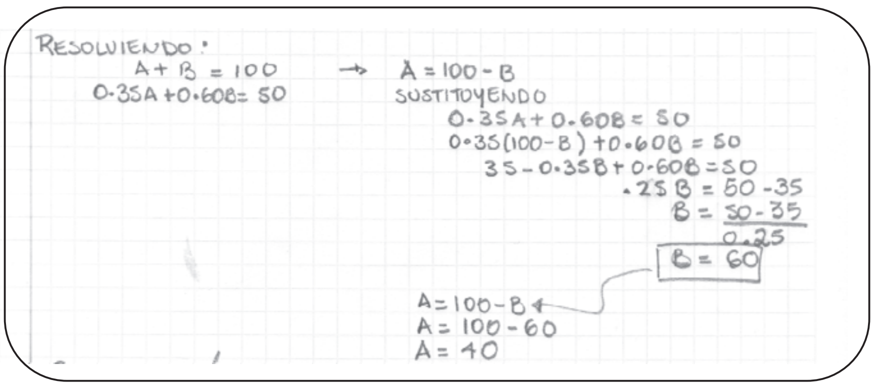


Figura 5. Resolución del modelo matemático de la situación problema propuesta.

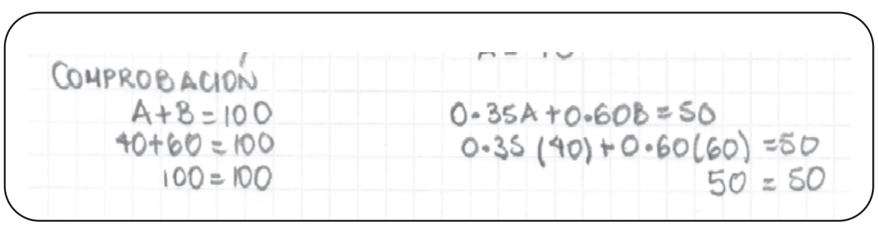


Figura 6. Comprobación de la solución matemática (situación de validación).

Es necesario destacar que durante el desarrollo de la actividad el equipo analizado, logra pasar por cada una de las situaciones durante las etapas de la matemática en contexto. Al final de la sesión el profesor interviene para formalizar el conocimiento, dándose la ultima etapa de institucionalización del conocimiento pues se indicar que el problema de mezclas de soluciones puede hacerse mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales

## Conclusiones

El presente trabajo permitió las siguientes conclusiones:

- Es posible utilizar escenarios diferentes al salón de matemáticas para fomentar el aprendizaje de las mismas.
- El presentar problemas contextualizados o reales al estudiante constituyen una herramienta para la enseñanza de las matemáticas.
- Mediante el análisis de las situaciones en la situación didáctica es posible evaluar el avance cognitivo de los estudiantes en relación a un concepto en particular.
- Es necesario presentar a los estudiantes una matemática novedosa fuera del salón de clases sobre todo con problemas del área de su interés profesional para que sean competentes en problemas de carácter práctico.

## Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986).Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recgerches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), 33-115.

Camarena, G. P. (2006). La Matemática en el Contexto de las Ciencias en los retos educativos del siglo XXI. *Científica*. 10(04). 167-173.

Freudenthal , H. (1991). Revisiting Mathematics Education: China Lectures, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Font, V. (2006). Problemas en un contexto cotidiano. Cuadernos de pedagogía, 355, 52-54.

Hirsch, C.R., Coxford, A.F., Fey, J.T. & Schoen, H.L. (2003). *Contemporary mathematics in context:a unified approach.* USA: Glencoe/McGraw-Hill.

Meyer, M. R. & Diopoulos, g. (2002). Anchored learning in context. *Mathematics Teaching in the Midfle School* 8(1),16.

Riodan, J.E. & Noyce, P. E. (2001). The impact of two standards-bases mathematics curricula on student achievement in Massachusetts. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(4), 368.