

COMPRENDO LAS FÓRMULAS DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Cayetano Salvador, Rina Rouanet, Alejandro Asijtuj

JICA-Ministerio de Educación

(Guatemala)

guatematematica.jica@gmail.com, csalvador@mineduc.gob.gt, rina.rouanet@gmail.com

Resumen. La comprensión de las fórmulas para el cálculo de medida de área de las figuras geométricas, es un proceso que requiere de la participación activa de los alumnos. Esto implica la realización de actividades como manipulación de material, recorte de figuras para transformar una figura en otra en donde la fórmula ya se conoce y, proponer diferentes maneras de calcular el área de una figura determinada. El proceso de aprendizaje es de manera constructivista, hasta llegar a la generalización que constituyen las fórmulas. Con esta forma de aprendizaje se garantiza que el alumno pueda aplicarlas a diversidad de problemas que implica cálculo de área.

Palabras clave: constructivismo, comprensión procedimental, comprensión relacional, conflicto cognitivo, cálculo de área.

Abstract. The understanding of the formulas for area measurement of geometric figures is a process that requires active student participation. This involves activities such as material handling, cutting shapes to transform a figure in another where the formula is already known and propose different ways to calculate the area of a particular shape. The learning process is constructive manner, reaching generalization constituent formulas. With this form of learning ensures that students can apply to different problems involving area calculation.

Key words: constructivism, procedural understanding, relational understanding, cognitive conflict, area calculation.

Antecedentes

La enseñanza y aprendizaje de la geometría en las escuelas primarias de Guatemala, parece estar en un segundo plano, en comparación con el interés que prestan las y los docentes a la enseñanza y aprendizaje de la aritmética. Las razones de dicha situación, se pueden resumir principalmente en la falta de dominio que tienen los docentes de los contenidos y en una débil metodología de enseñanza, como producto de la deficiente formación recibida en las Escuelas Normales o Centros de Enseñanza de formadores de docentes. En algunos casos, el tema de geometría se aborda al final del ciclo escolar y se realiza de una manera mecánica y memorística, por ejemplo: se aprenden de memoria las fórmulas para el cálculo de área de las figuras geométricas, sin comprender cómo se originan, esto trae como consecuencia un aprendizaje sin ningún sentido para los estudiantes, haciendo difícil de reproducción, transformación y aplicación a la vida cotidiana.

Según lo establece el Currículo Nacional Base –CNB–, del nivel primario en Guatemala, “El aprendizaje es un proceso activo, en donde el alumno o alumna, selecciona, organiza y transforma la información que recibe y establece relación con los conocimientos previos, que permitirá generar cambios en el significado de la experiencia y de los conocimientos” (Ministerio de Educación, 2008, p.18). Visto el aprendizaje de esa manera, el proceso de

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

enseñanza y aprendizaje de la geometría, deberá dar un cambio de enfoque de manera radical, es decir, trasladar de un aprendizaje memorístico y mecánico a un aprendizaje constructivo y transformador, en donde el alumno o la alumna asuma un papel protagónico en el proceso.

Para lograr lo anterior, en la propuesta ha jugado un papel preponderante la concepción que tiene el docente en relación a la comprensión de los conceptos, procedimientos o fórmulas a utilizar. Razón por la cual es pertinente hacer una diferenciación entre comprensión instrumental y comprensión relacional.

La comprensión instrumental se basa en la aplicación de conocimiento aprendido relacionado con conceptos, procedimientos o fórmulas sin saber el por qué o como se originan; mientras que, la comprensión relacional consiste en hacer uso de lo aprendido para generar nuevos conocimientos, es decir, entender el por qué funciona de esa manera, para aplicarlo en otras situaciones (Godino, 2004).

Desarrollar la comprensión relacional debe ser la prioridad de la enseñanza de la matemática para desarrollar las competencias matemáticas en las y los alumnos.

El desarrollo de competencia matemática en las o los alumnos implica dotarlos de habilidades y destrezas para utilizar los conocimientos matemáticos aprendidos en la solución de problemas que se presentan en la vida cotidiana.

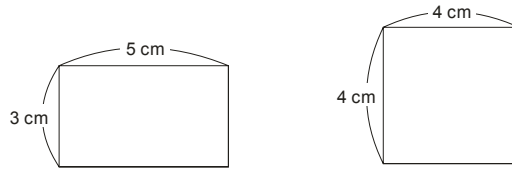
Es necesario entonces habituar a los alumnos a resolver problemas como base para la construcción de nuevos conocimientos.

Comprensión del concepto de área desde la propuesta metodológica de GUATEMÁTICA

A continuación se presenta la secuencia didáctica que se recomienda dentro de la propuesta metodológica para la comprensión del tema de cálculo de área de figuras geométricas, desde el enfoque de GUATEMÁTICA (Agencia de Cooperación Internacional del Japón/Ministerio de Educación, 2008).

Para comprensión del concepto de área es importante realizar con los alumnos actividades de manipulación de materiales con el propósito de que ellos formulen sus primeras nociones o ideas y que posteriormente ellos mismos lo profundicen hasta llegar a la conceptualización. A continuación se presenta el proceso de construcción del concepto de área, a través de los pasos siguientes:

- a) Cada alumnos utiliza dos tarjetas hechas de cartulina con las dimensiones siguientes: 3 x 5 cm y 4 x 4 cm.



b) La pregunta clave a realizar será la siguiente ¿cuál de las tarjetas es más grande? Con esta pregunta los alumnos se interesan en la búsqueda de respuesta, a través de la comparación directa (sobreponiendo las tarjetas), otros utilizan lo aprendido en clases anteriores comparando perímetros. Cuando realizan la comparación directa de las superficies de las tarjetas, los alumnos adquieren la noción área; es decir, toman conciencia que lo que necesitan hacer es comparar ambas superficies. En el segundo caso, cuando comparan perímetro se encuentran con la dificultad que son iguales, sin embargo, por percepción se dan cuenta que una de las tarjetas es de mayor tamaño, creándose en el alumno o alumna un conflicto cognitivo, por lo que se interesará en buscar la solución pertinente y su atención se enfocará en comparar las superficies.

Según los resultados obtenidos en el desarrollo del contenido, se ha observado que la mayoría de los alumnos concluyen que el cuadrado es más grande que el rectángulo.

c) Al profundizar el concepto de área a través de la cuantificación, se puede lanzar la siguiente pregunta: ¿Cuánto más grande? Esta pregunta que se presenta a los alumnos, tiene el propósito de cuantificar la diferencia entre las dos figuras, para ello los alumnos piensan en estrategias, tales como: recortar y descomponer las figuras, otros sugieren cuadrificarlas utilizando como unidad de medida cuadrados de un centímetro por lado. Después de pensar en las soluciones los alumnos llegan a la conclusión que el cuadrado es el de mayor tamaño, ya que tiene un cuadrado de un centímetro por lado de más. Es en este momento cuando se capta que una de las unidades que se puede utilizar para la comparación de las superficies de las dos figuras es el centímetro cuadrado. Se enfatiza el uso del cuadrículado para que los alumnos comprendan que una de las unidades para medir superficies es el centímetro cuadrado.

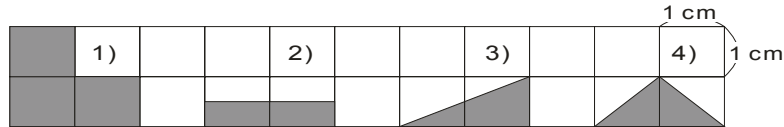
En este tema hay algunos aspectos muy importantes a los que se debe prestar atención, tales como:

Uso del cuadrículado para comparación de superficies contribuye a que los alumnos comprendan que para el cálculo de la medida de área no hay instrumento alguno que se pueda utilizar directamente, tal como sucede con la medición de longitud, peso, capacidad etc., razón por la cual se recurre al cuadrículado.

La comprensión de la unidad de medida de área es brindar oportunidad a las o los alumnos para que recorten y manipulen cuadrados de un **centímetro** por lado. Para ampliar los conocimientos de las unidades de medición de área se puede elaborar el metro cuadrado utilizando hojas de periódico, y otros necesarios para la actividad.

Es importante para el fortalecimiento del concepto de área trabajar ejercicios como los siguientes:

¿Cuántos cm^2 mide el área de cada figura pintada?

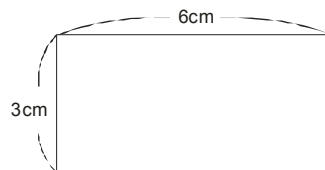


Ejercicios como los anteriores permiten desarrollar en los alumnos la capacidad de percibir el centímetro cuadrado en diferentes formas, aunque la cantidad se mantiene. Este concepto es importante porque tiene que ver con la reversibilidad de los conceptos que los niños adquieren para futuros grados en escolar.

Esta habilidad es indispensable para captar la construcción y el sentido de las fórmulas de de figuras geométricas que se abordarán posteriormente; además, aplicar el conocimiento de cálculo de área a diferentes situaciones cotidianas, pues bien sabemos que en la vida real las formas no siempre se presentan de manera estándar.

Cálculo de área del rectángulo

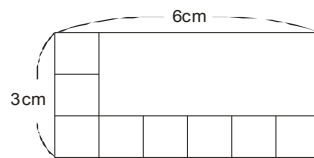
Comprendido el concepto de área por los alumnos se iniciará con el cálculo de medida de área del rectángulo. Para esto se pedirá a los alumnos que piensen la manera cómo calcular la medida de área del siguiente rectángulo.



Es indispensable dejar cierto tiempo para que las o los alumnos trabajen individualmente, ya que permitirá que cada uno, aplicando lo aprendido, piense en diferentes maneras de resolver el problema, para que después puedan socializar sus ideas. La socialización de ideas entre las o los alumnos y el docente es indispensable para desarrollar el proceso de la comunicación matemática. “El proceso de comunicación ayuda a construir significado y permanencia para las ideas y permite hacerlas públicas” (Godino, 2004, p. 40). Algunas formas de resolver el problema que pueden surgir en esta etapa pueden ser: trazar cuadrícula en la figura tomando

como unidad de medida el centímetro cuadrado, sobreponer el centímetro cuadrado en la superficie para determinar cuántas veces cabe, por mencionar algunas. Estas ideas se deben aprovechar para lograr vivencialmente el proceso de construcción de la fórmula para el cálculo de área del rectángulo.

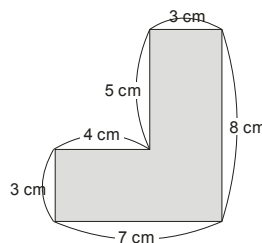
Para orientar la comprensión del procedimiento de cálculo de área se realizan las preguntas siguientes: ¿Cuántos cuadrados de 1 cm^2 caben verticalmente? ¿Cuántos cuadrados de 1 cm^2 caben horizontalmente? Con estas preguntas se espera que los alumnos piensen en las respuestas ayudándose con imágenes mentales como las que se presenta en la siguiente figura.



Finalmente se preguntará ¿cuántos cuadrados de 1 cm^2 caben en total en el rectángulo? Para responder a esta pregunta los alumnos pueden utilizar diferentes procedimientos tales como el conteo de uno en uno de los cuadrados de 1 cm^2 que caben, sumando la cantidad de cuadrados que caben verticalmente ($3+3+3+3+3+3$) o aplicando una multiplicación (6×3).

Todas estas ideas deben ser compartidas con todos los alumnos ya que todas conducen a la respuesta del problema planteado inicialmente y contribuye a mejorar la comunicación de las ideas matemáticamente; acá la tarea del profesor es orientar a los alumnos para que tomen conciencia de cual es el procedimiento que resulta más práctico cuando se presentan situaciones de cálculo de área de rectángulos, cuyas medidas de largo y ancho son de magnitudes grandes, como por ejemplo 10 cm de largo por 15 de ancho. Con las orientaciones y por razonamiento propio de los alumnos se puede llegar a la conclusión que el procedimiento que facilita el proceso es el de la multiplicación. Entonces se concluye que para el cálculo de área de un rectángulo basta multiplicar la medida del largo por el ancho.

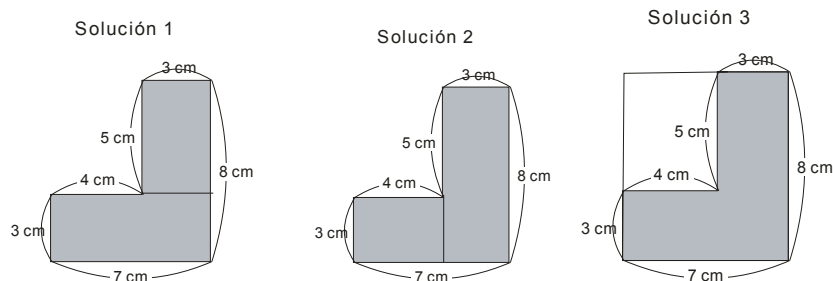
Para continuar con el aprendizaje del cálculo de área de figuras geométricas y como una manera de reforzar lo aprendido en el cálculo de área del rectángulo y cuadrado, se desarrollarán ejercicios de cálculo de área de figuras combinadas. Para esto se pide a los alumnos que piensen la manera cómo calcular la medida de área de la siguiente figura:



De acuerdo a lo aprendido los alumnos pensarán en dividir la figura en rectángulos o cuadrados. En este proceso es importante que cada alumno piense en diferentes maneras de resolver el problema, aquí es donde se hace uso de la creatividad y se fortalece el pensamiento divergente. Además, desarrolla en las o los alumnos la habilidad de argumentar, justificar y razonar matemáticamente en función del procedimiento aplicado.

“El razonamiento y la demostración matemática no se pueden enseñar impartiendo un tema sobre lógica, o unas demostraciones aisladas sobre temas como la geometría. Este componente del conocimiento matemático deberá estar presente en la experiencia matemática de los estudiantes desde los niveles de educación infantil” (Godino, 2004, p. 41). Razón por la cual en la metodología GUATEMÁTICA la justificación de una solución es primordial.

Entre las posibles soluciones que los alumnos podrían presentar están las siguientes:

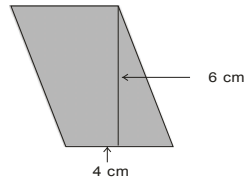


En la solución 1 y 2 el nivel de razonamiento utilizado es similar, ya que se dividió la figura en rectángulos para luego hallar las áreas parciales y por último aplicar una suma para el área total. La solución 3 se hizo una completación de la figura para luego quitar la parte agregada, lograr el desarrollo de esa idea requiere de un nivel más alto de pensamiento. .

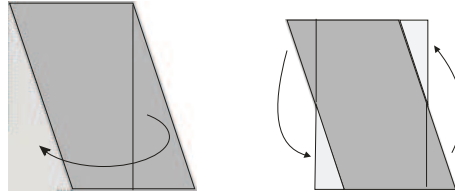
El aprendizaje de cálculo de área de figuras combinadas es clave para aplicarlo en el descubrimiento del procedimiento de cálculo del área de triángulos y de diferentes cuadriláteros, tales como: romboide, trapecio y rombo, así como del círculo, pentágono y hexágono.

Cálculo de área del romboide

Adquirido el conocimiento del cálculo de área de un rectángulo y ejercitado el cálculo de área de figuras combinadas, se procederá al cálculo de área del romboide. Para ello se presentará como desafío a las o los alumnos pensar la manera cómo transformar el romboide en un rectángulo, para así poder aplicar la fórmula de cálculo de área del rectángulo, que ya fue aprendido por los alumnos.



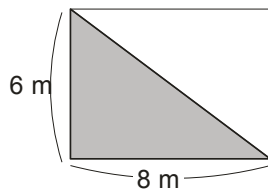
Entre las soluciones que pueden dar las o los alumnos están las siguientes:



Las gráficas anteriores muestran la transformación del romboide en un rectángulo, por lo tanto, la fórmula del área del romboide será la misma que la del rectángulo (área de rectángulo=largo x ancho o base x altura). Para el ejemplo anterior la respuesta es 24 cm^2

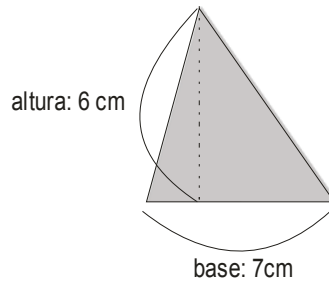
Cálculo de área de triángulo

Al igual como se realizó el cálculo de área del romboide, la comprensión del cálculo de área de triángulo también se realiza por descomposición o transformación de la figura en otra, cuya fórmula de área ya es conocida. Para lograrlo es importante que los alumnos tengan la oportunidad de experimentar, manipular, recortar el triángulo hasta transformar en otra figura cuya fórmula es conocida. Por ejemplo, para el área de triángulo, los alumnos rápidamente percibirán que es la mitad del rectángulo, cuyo largo es la base del triángulo y el ancho es la altura, pero en este caso deben dividirlo entre 2.

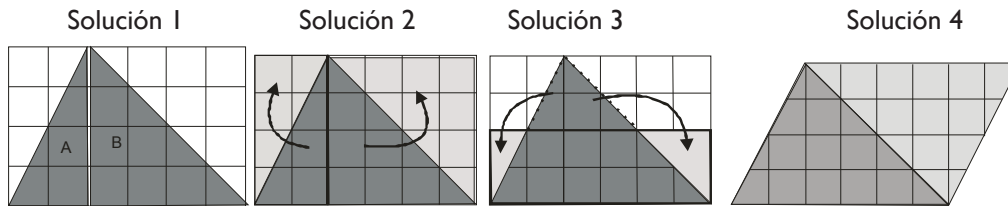


$$\text{Área del triángulo rectángulo} = 6 \times 8 \div 2 = 24$$

Comprendido el cálculo de área de un triángulo rectángulo se procederá con la comprensión del cálculo de triángulo no rectángulo. Por ejemplo se puede pedir a los alumnos que piensen la manera como calcular la medida de área del triángulo no rectángulo a través de la descomposición o transformación en rectángulo o romboide.



Las posibles soluciones que pueden presentar los alumnos pueden ser las siguientes:



La **solución 1** consiste en pensar en dos triángulos rectángulos, se calculan parcialmente y luego se suman.

La **solución 2** consiste en un rectángulo, el triángulo es la mitad del rectángulo, se calcula el área del rectángulo y se divide entre dos.

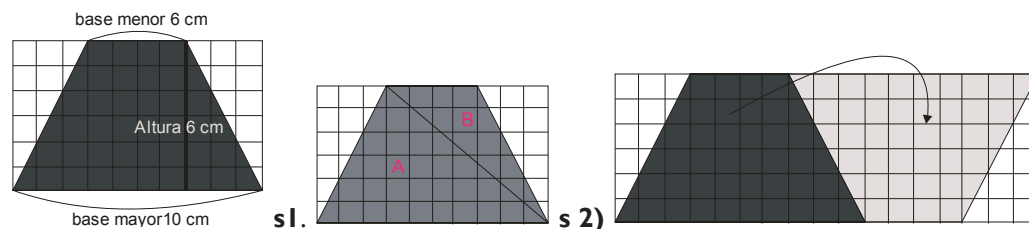
La **solución 3** consiste en recortar el triángulo y se transforma en un rectángulo en donde la base es la misma y la altura es la mitad de la altura del triángulo.

La **solución 4** consiste en transformar la figura en un romboide utilizando dos triángulos no rectángulos en forma invertida, se calcula el área del romboide y se divide entre dos.

En cualquiera de las soluciones la respuesta es **12 cm²**

Cálculo de área de trapecio

En igual forma para el cálculo de área del trapecio se utiliza el procedimiento de transformación en otra figura que ya se conoce la fórmula. Se pide a los alumnos que piensen cómo calcular el área de un trapecio, como el que a continuación se presenta:



La **solución 1** consiste en dividir el trapecio en 2 triángulos, se realizan los cálculos y luego se suman los resultados parciales.

La **solución 2** consiste en transformar el trapecio en un romboide cuya base es la base mayor mas base menor del trapecio y la altura es la misma. Se aplica la fórmula de área de un romboide y se divide entre dos porque se unieron dos trapecios

Es de esta manera como se ha enseñado el cálculo de área de figuras geométricas, según la propuesta metodológica de GUATEMÁTICA, por los resultados alcanzados hasta el momento creemos que esta modalidad puede transformar sustantivamente la forma de enseñar y aprender la matemática en la escuela primaria guatemalteca.

Referencias bibliográficas

Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI, S. L.

Agencia de Cooperación Internacional del Japón/Ministerio de Educación. (2008). *GUATEMATICA 5° grado*. Guatemala: CIMGRA.

Ministerio de Educación. (2007), *Curriculum Nacional Base*. Guatemala: Tipografía Nacional.