

## LA NOCIÓN DE PREDICCIÓN MATEMÁTICA EN SITUACIONES VARIACIONALES. UN ESTUDIO DE CONSTRUCCIÓN DE DISCURSO

Leslie Torres, Eddie Aparicio

Universidad Autónoma de Yucatán

torres\_leslie09@hotmail.com, alanda@uady.mx

(México)

**Resumen.** En este escrito se reporta la forma en que el gesto y la interacción entendida en un sentido sensorial, forman parte de un discurso matemático construido en el contexto de una actividad predictiva. Se describe cómo el gesto y la interacción pueden favorecer —mediar— la predicción matemática en las personas.

**Palabras clave:** predicción, discurso, estudiantes

**Abstract.** In this paper we report how the gesture and interaction understood in the sensorial sense, are part of a math discourse constructed in a predict activities context. We also describe how the gesture and interaction can foster —mediate— math prediction in humans.

**Key words:** prediction, discourse, students

### Objeto de estudio

Con el propósito de identificar procesos y mecanismos de carácter social que permitan potenciar un discurso matemático escolar más centrado en prácticas que en conceptos, interesó indagar mediante un estudio clínico de corte transversal, formas en que jóvenes escolares de distintos niveles educativos (Secundaria, Bachillerato y Universidad), emplean y construyen un discurso asociado a la noción de predicción matemática.

Se consideró a la noción de predicción matemática, en tanto que en la actividad predictiva se reconoce una práctica social que posibilita la generación de herramientas y conocimiento matemático. Así, para alcanzar tal propósito se analizó lo escrito, discutido y gesticulado por estudiantes al momento de resolver una secuencia de actividades de naturaleza predictiva, diseñadas a partir de considerar a la predicción matemática en tanto actividad escolar y práctica social, pues la necesidad de predecir y la posibilidad de hacerlo, constituye una idea motriz en el desarrollo de conceptos matemáticos (Cantoral, 2001).

En el estudio se consideró que el *discurso* es una forma de comunicación que permite articular y codificar mensajes, sensaciones, emociones y socializar significados. En este sentido se asume que el análisis del discurso es un medio que posibilita entender y obtener evidencia empírica sobre el papel del habla, el gesto y la escritura referente a un contexto específico de interacción social entre las personas.

En Aparicio y Cantoral (2006) se menciona que al estudiar el discurso empleado por estudiantes en la realización de diferentes actividades en un ambiente de interacción, se puede obtener información acerca de las nociones e ideas con las que un estudiante construye un

conocimiento específico. En la misma dirección, Buendía y Carrasco (2009) identifican que los argumentos generados por los individuos al enfrentarse a una situación específica, da evidencia de las nociones con las que asocian dicha situación, manifestándose el tipo de razonamiento utilizado por los estudiantes, así como los conceptos matemáticos.

Por ello, a través del discurso generado por los estudiantes se pretendió observar si en el Discurso Matemático Escolar – DME –, se favorece el desarrollo de situaciones que involucran la puesta en juego de la noción de predicción matemática. En este sentido, se realizó en primera instancia un análisis de los ejemplos y ejercicios propuestos en libros de texto empleados en cada uno de los niveles educativos considerados. De dicho análisis se determinó que la predicción es una acción presente en los ejemplos y ejercicios, observándose algunas aplicaciones de conceptos matemáticos, sin embargo, en las situaciones predictivas no se exige una predicción matemática en un sentido amplio, pues en la situación misma se ofrece información explícita y guiada sobre el comportamiento del fenómeno supuestamente a modelar, excluyéndose la necesidad de un análisis fino por parte de los estudiantes, reduciendo su acción a la sustitución de valores dados o solicitados. Véase el siguiente ejercicio 4.9 tomado de Stewart, Redlin y Watson (2001, pp. 164):

*Los gastos por importaciones energéticas de un país en miles de millones de dólares entre 1990 y 1995, están expresados en la siguiente tabla:*

x (año)	90	91	92	93	94	95
y (millones de dólares)	45	90	135	180	225	270

- *¿Cuál es la razón de cambio para el comportamiento de los gastos por importaciones energéticas en el lapso 1990 -1995?*
- *Suponiendo que el comportamiento se mantenga lineal, predice el gasto que se tendrá en 2003.*

En el libro de Cantoral, Castañeda, Farfán, Lezama, Martínez, Montiel y Sánchez (2007) *Matemáticas 2*, se plantea la siguiente situación:

*Las siguientes dos tablas describen el descenso de temperaturas en dos cámaras de refrigeración. Calcula los datos que faltan en ambas tomando en cuenta que el descenso de temperatura fue constante e inició en 0 °C.*

Minutos	Temperatura
1	
2	
3	
4	
5	-15 °C
6	
7	
8	
9	

Minutos	Temperatura
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	-13.5 °C

En ambos ejercicios se hace referencia al comportamiento variacional del fenómeno o situación. Por tanto, la actividad predictiva no representa la necesidad de realizar una predicción en un sentido amplio, sino el reconocimiento de la posibilidad de aplicar un concepto o modelo matemático y sustituir valores dados o solicitados.

### Marco teórico

En la perspectiva socioepistemológica se asume que en el estudio de procesos de construcción y difusión del conocimiento matemático, no solo se ha de considerar epistemologías modelizadas a través de la actividad matemática, sino también, epistemologías modelizadas a través de la actividad humana. Y en consecuencia, se asume una nueva base didáctica sobre la cual la matemática escolar ha de reorganizar la obra matemática (Cordero, 2001).

Dicho así, desde esta perspectiva teórica interesa analizar no solo a los participantes en sí mismos, los conceptos o la relación entre ambos, sino a la actividad y práctica social, pues la atención está puesta en las formas de constituir conocimiento (Cordero, 2005).

En ese sentido, un trabajo enmarcado en lo socioepistemológico no se circunscribe en los conceptos o en las personas, sino en el papel de los contextos. Esto es, en los usos del conocimiento, en lo funcional, en la manera que se construye y comparten significados y los tipos de razonamientos asociados.

Por lo anterior, el presente trabajo se enmarcó en la perspectiva socioepistemológica, pues el interés estaba justo en modelar una actividad humana en el contexto de una práctica predictiva y no en los conceptos o en la actividad matemática.

## Método de investigación

### Participantes

En el estudio participaron tres estudiantes de secundaria, tres de bachillerato y tres de universidad, haciendo un total de nueve estudiantes por los tres niveles educativos, considerando para cada nivel, la presencia de un hombre y dos mujeres o viceversa, como se muestra en la siguiente tabla I.

	Nivel educativo		
	Secundaria	Bachillerato	Universidad
Edad en años	15 – 15 – 14	17 – 18 – 18	20 – 18 – 20
Género	M – M – H	H – H- M	H – M – H

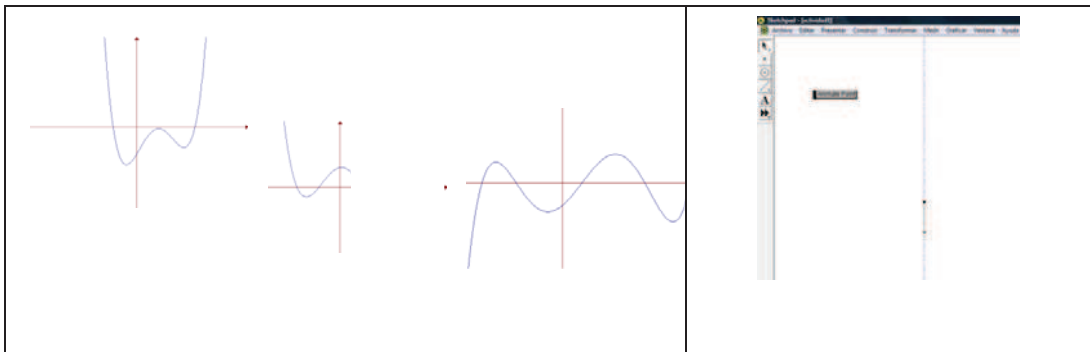
Tabla I. Población participante en el estudio

Los participantes en el estudio fueron voluntarios, no recibieron beneficio alguno por su participación. Cabe señalar que los estudiantes de secundaria y bachillerato eran del último grado, los de universidad iniciaban su formación en enseñanza de las matemáticas.

### Instrumento

El instrumento empleado en el estudio constó de cuatro actividades matemáticas que combinaban lo estático con lo variacional en un escenario gráfico-numérico computacional que precisaba de una actividad predictiva por parte de los estudiantes. En las primeras dos actividades se presentaban situaciones dinámicas – animaciones en el programa Sketchpad 4.5 de geometría dinámica – que favoreciere la observación de movimientos. La actividad dos involucraba a los estudiantes en una situación contextualizada.

*Actividad 1. Las gráficas representan la distancia recorrida por una partícula con respecto al tiempo. Indica la gráfica que consideres corresponde al movimiento presentado en la animación a la derecha de las gráficas. Si te es posible explica tu respuesta.*



Actividad 2. La animación representa un concurso de “**Jala Soga**” donde la idea es que se amarra un paño a la mitad de una soga, se forman dos equipos en cada extremo y estos deberán jalarla hasta obtenerlo. Gana el equipo que obtenga primero el paño. ¿Qué equipo (1 o 2) ganará el concurso? Si te es posible explica tu respuesta.



La actividad tres se centró en el aspecto variacional esperando que los participantes determinaran lo variable y la variación. Por razones de espacio se omite mostrar la actividad. En la actividad cuatro se solicitaba “predecir” ciertos estados globales y locales, solo mostrando información de estados locales parciales. El estado global se mostró en un código gráfico y los estados parciales en uno numérico.

Actividad 4. Determina qué gráfica le corresponde a cada tabla de valores y completa los valores faltantes en ellas. Si te es posible explica tu proceder. Sobra una gráfica.

<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-9</td><td></td><td></td><td>-9</td><td></td><td></td><td>71</td></tr> </table>	x	-2			0			2	y	-9			-9			71	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>y</td><td>-9.75</td><td></td><td></td><td>-7.75</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-2			0				y	-9.75			-7.75				
x	-2			0			2																											
y	-9			-9			71																											
x	-2			0																														
y	-9.75			-7.75																														

Al término de cada actividad se promovía la discusión de las respuestas para observar la forma en que los participantes explicaban sus razonamientos.

En la aplicación del instrumento se video registraron las producciones verbales, escritas y gestuales de los participantes.

### Resultados

Se identificó que los participantes de los tres niveles educativos lograron predecir de un escenario dinámico a uno estático, empleando argumentos fundamentados principalmente en el análisis del movimiento, explicando el comportamiento que seguían las situaciones planteadas. Apoyándose en la forma de la gráfica lograron describir el movimiento que debería seguir la partícula – punto en la animación – para obtener una tal representación.

De igual manera se observó que en las actividades tres y cuatro, los participantes logran determinar lo variable y la variación, prediciendo así en las situaciones. Sin embargo, se

observó que en los argumentos empleados no se hace referencia a conocimientos matemáticos formales, sino a nociones matemáticas asociadas. Esto es, el uso de los conceptos matemáticos escolares como tal, no se hizo presente explícitamente.

Del análisis de los videos registros se identificó que los aspectos intervinientes en la construcción del discurso por parte de los participantes asociado a la noción de predicción matemática, son *el gesto* y *la interacción* en un sentido sensorial.

### *El gesto*

Lo gestual es una forma de comunicación cultural que sirve de enlace entre los significados y la comunicación de las sensaciones, nociones e imágenes internas. El gesto precede al lenguaje escrito y a las representaciones, es denotativo.

En el estudio se identificó al gesto en dos momentos, primeramente, acompañando al sujeto en el entendimiento de las situaciones y posteriormente, en sus discursos. El gesto permitía comunicar de forma “más clara” sus razonamientos y argumentos en los procesos de socialización. El gesto se observó asociado a un discurso racionalizado, esto es, que los participantes razonaban la situación conforme desarrollan su discurso, advirtiendo que el empleo del gesto permite diversificar el discurso conforme éste se desarrolla.

Se cita como caso lo acontecido con los jóvenes de secundaria.



El estudiante  $E_1$ , quien no gesticulaba mostró respuestas muy cortas. Por ejemplo en la Actividad I decía:

$E_1$ : “es el inciso (a) porque conforme pasa el tiempo, la distancia va aumentando”

En cambio la estudiante  $E_2$  del mismo nivel que si gesticulaba, mostró un discurso más diversificado y argumentos más profundos. Por ejemplo en la misma actividad I decía:



$E_2$ : “Al ver el movimiento del punto se puede observar como recorre la distancia la partícula, lo que me hizo llegar a la conclusión de que la respuesta es el inciso (a), porque hace referencia al movimiento que realizó. Ya que las otras van así (mueve sus manos en la forma en la que se comporta el fenómeno descrito en las gráficas), y no corresponden a la animación. Esta (inciso (a)) por el movimiento te vas fijando y no hace mucho así (mueve de manera oscilante la mano).

En los jóvenes de bachillerato lo gestual era parte de su discurso explicativo y justificaciones de sus respuestas. Por ejemplo:



*E<sub>1</sub> decía: “pude observar que el equipo dos jalaba fuerte pero el equipo uno respondía con mayor fuerza, luego el equipo dos jalo con fuerza que casi gana entonces supongo que el equipo uno al responder con mayor fuerza debe ganar. Sin embargo, hay que considerar que el equipo uno tiene que resistir la fuerza del equipo dos, pero creo que el uno gana”.*

Durante el discurso emplea el gesto de manera que refuerza sus comentarios y con él representa la idea de fuerza. Su compañero se limita a mirar la animación.

### La interacción en un sentido sensorial

La interacción en un sentido sensorial se refiere a que las personas para la construcción de su discurso necesitan, previo a la argumentación, armonizarse, tratar, ya sea de manera tangible o mental, la situación planteada. Por ejemplo, se identificó que en la actividad tres los participantes hacen referencia a la gráfica, la representación visual, pero al mismo tiempo durante su discurso la repintaba, hacían trazos auxiliares, de manera que “interactuaban” con la situación para hallar alguna conjetura sobre lo que se les solicitaba.

En lo general se pudo advertir que los participantes durante la construcción de su discurso predictivo precisaban de una fase de interacción con el fenómeno – situación – que no necesariamente se restringía a lo físico – tangible –, sino una interacción sensorial en la que pueda manipular y “sentir” la situación.

Este aspecto empleado en la construcción del discurso se pudo identificar con mayor claridad en la actividad tres, cuando se planteaba curvas a los estudiantes, pues a partir de interactuar con éstas pudieron establecer respuestas precisas a la situación. Por ejemplo:



*E<sub>2</sub> de bachillerato decía: “La forma en la que lo resolví es solo percepción. Consideré que la curva que recorre mayor distancia es la tres porque para mí todos van a llegar a la misma distancia y en el mismo tiempo, entonces lo que varía es la aceleración, y la curva uno me da la impresión de que empieza a disminuir su aceleración conforme pasa el tiempo, la dos la mantiene constante y la curva tres la aumenta debido a que en algún momento tiene que alcanzar la*



*misma distancia en el mismo lapso de tiempo. Entonces yo considero que la curva tres, pero es solo percepción. Supongo que en el lapso de A a B la curva tuvo que acelerar mucho.*

## Conclusiones

Se considera que al combinar el gesto con la interacción aparecen argumentos predictivos más sólidos y acertados. Y por el contrario, cuando las personas se ven “limitados” para emplear los dos o alguno de los dos recursos, la predicción se vuelve aun más compleja. Esto se ejemplifica con un cuadro de imágenes de la última actividad, en donde los participantes a



pesar de emplear estrategias para responder, al verse limitado en la interacción con la situación no logran una respuesta concreta y fundamentada.

Además véase lo dicho por participantes de secundaria, bachillerato y universitarios respectivamente:

*E<sub>3</sub>: La tabla 1 es la gráfica (b) y la 2 es la (c). No supe cómo justificar...*

*E<sub>2</sub>: La tabla 1 es (b) por la distancia que hay entre las x positivas y yo dije avanzo mucho en y y no avanzó mucho en x y por eso. Siento que para completar la tabla necesitaríamos de la fórmula..., las gráficas pueden ser muy engañosas...*

*E<sub>1</sub>: puede ser cualquiera, el eje de las x no sabes en que numeritos corta es poca información la que nos brindan pero la 1 es la más factible para (b) ...*

Se concluye que el gesto y la interacción sensorial constituyen parte de un discurso que se construye en una actividad predictiva específica de naturaleza variacional.

## Referencias bibliográficas

Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. 9(1), 7-30.

Buendía, G. y Carrasco, E. (2009). Gráficas de variación: reflexiones sobre la visualización de la curva. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 22, 35-43.

Cantoral, R. (2001). Introducción: los contextos de significación. En Grepe, N. *Matemática Educativa un estudio de la formación social de la analiticidad*. México, D.F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.



Cantoral, R., Castañeda, A., Farfán, R.-M. (Directora), Lezama, J., Martínez, G., Montiel, G., Sánchez, M. (2007). *Matemáticas 2*. Serie para la educación secundaria: Desarrollo del Pensamiento Matemático. México: McGraw Hill.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 4(2). 103-128.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías de conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 8(3). 365-386.

Stewart, Redlin y Watson. (2001). *Precálculo 3*. México: Thomson Learning.