

## DIAGNÓSTICO DEL DESARROLLO DE HABILIDADES DE MODELACIÓN

Jesús A. Mendoza Varela, Josefina M. Cribeiro Díaz, J.C. Ortiz

Universidad Autónoma de Coahuila

México

avarelapgr@hotmail.com, j\_cribeiro@hotmail.com, jortiz@mail.uadec.mx

Campo de investigación: Resolución de problemas

Nivel: Superior

**Resumen.** *En el marco de la Maestría de Matemática Educativa de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, el presente trabajo aborda la aplicación de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en Cinética Química con estudiantes de un grupo regular de cuarto semestre de Ingeniería Química y Licenciatura en Química. Basado en la teoría de resolución de problemas, zona de desarrollo próximo, etapas de actividades mentales y diferentes registros de representación se diseñaron hojas de trabajo para ayudar a los estudiantes con dificultades en el planteamiento y resolución de problemas mediante Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de reacciones químicas de orden primero, segundo y  $n$ . Se utilizó Matlab para entender el comportamiento cinético de reacciones de orden "n". Se hizo un análisis cualitativo de las habilidades de los estudiantes para modelar y resolver problemas, también se hizo un análisis cuantitativo expresado en tablas. El 70 % de los estudiantes mostró un avance muy satisfactorio.*

**Palabras clave:** modelación, solución de problemas, ecuaciones diferenciales

### Antecedentes

Hablar de capacidades de modelación y resolución de problemas es tema de creciente interés en Matemática Educativa, desde la instrucción elemental hasta nivel universitario. Pocos estudios se han realizado con el objeto de estudiar las capacidades para resolver problemas en estudiantes de carreras experimentales tal es el caso de Ingeniería Química.

El hecho de que la realidad en las aulas de matemáticas, en la mayoría de las universidades se incline por una enseñanza de carácter normativo, en la que el profesor considera que el estudiante aprende por imitación, siendo un receptor pasivo del discurso del docente, obliga a reflexionar en la necesidad de que el profesor de matemáticas universitario cambie su papel y llegue a plantearse que en una misma clase puede haber estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje, susceptibles de ser motivados si la enseñanza se orientara a sus cualidades específicas de aprendizaje. Se necesita reflexionar, tanto en el ámbito personal como institucional, acerca de la problemática actual de la docencia universitaria.

Si bien es cierto que el estudiante aprende matemáticas principalmente mediante interacciones de objetos y sujetos, vale la pena preguntarse ¿por qué en las escuelas de enseñanza superior

589

cursos tales como Ecuaciones Diferenciales Ordinarias privilegian el lenguaje operativo y descuidan el aspecto de aplicación social?

La enorme importancia de las Ecuaciones Diferenciales en las matemáticas, y especialmente en sus aplicaciones, se debe principalmente al hecho de que la investigación de muchos problemas de ciencia y tecnología puede reducirse a la modelación y solución de tales ecuaciones. En la enseñanza de la Ingeniería Química esta asignatura constituye uno de los cursos más importantes en su formación profesional. Sin embargo, el tratamiento algorítmico de solución de ecuaciones impide a los alumnos visualizar el amplio espectro de aplicaciones principalmente en procesos químicos y cinéticos.

La Cinética Química es un área de la Química que estudia el comportamiento de las reacciones químicas en función del tiempo y la velocidad con que transcurren, analiza los factores que la afectan y trata de comprender la forma en que las reacciones se producen. Por otra parte, la Cinética formal aborda el estudio de las ecuaciones cinéticas desde un punto de vista meramente matemático. Existen diversos métodos para el estudio cinético de una reacción (método de aislamiento, método diferencial, método de velocidades iniciales, método integral y el método de vida fraccionaria. En el presente trabajo se utilizó el método diferencial en el cual se trabaja directamente con ecuaciones diferenciales, de esta forma el estudio del comportamiento de una reacción obliga forzosamente al alumno a hacer uso del manejo de ecuaciones diferenciales a fin de obtener la ecuación particular, el gráfico resultante y encontrar parámetros cinéticos como por ejemplo la velocidad de reacción, la constante de velocidad. De esa forma la Cinética Química puede servir como campo de aplicación en los cursos de Ecuaciones Diferenciales para estudiantes de especialidades de Química.

### **Problemática**

A pesar de la importancia de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en Ingeniería Química y de la Cinética Química en la formación profesional de los estudiantes de esta área, la enseñanza de este curso en la facultad de Ciencias Químicas perteneciente a la Universidad Autónoma de Coahuila se invierte el mayor tiempo en hallar la solución de ecuaciones diferenciales mediante el uso de diferentes métodos, el uso de la transformada de Laplace y de teoremas de convolución, lo cual

ocasiona desinterés de los alumnos ya que las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en su formación profesional no son tratadas. Más aun, no existe interés en las clases de matemáticas por desarrollar aptitudes matemáticas tales como independencia en la modelación y resolución de problemas de fenómenos químicos

Considerando que el estudiante aprende matemáticas principalmente mediante la interacción continua que tiene con los objetos y con los otros sujetos, pensamos que aprender matemáticas debe ser un proceso social donde los compañeros se apoyen entre sí para dar solución a problemas de su área de estudios a la vez que aumentan sus estructuras metacognitivas. Por lo anteriormente mencionado, el presente trabajo se centra en estudiar las capacidades y habilidades matemáticas de modelación y resolución de problemas de Cinética Química mediante Ecuaciones Diferenciales que presentan los alumnos de Ingeniería Química y de la especialidad de Licenciatura en Química así como identificar los obstáculos que limitan a los estudiantes en desarrollar esas destrezas matemáticas.

### **Metodología de la investigación**

El enfoque de la investigación fue de corte mixto, una parte cualitativa y otra de estudio estadístico respecto a los resultados obtenidos. Se consideraron tres fases: Fase de estudio y diseño, fase experimental y fase de análisis y conclusiones.

### **Fase de estudio y diseño**

En la fase de estudio se seleccionaron los aspectos teóricos de aprendizaje que se iban a utilizar en la investigación. Se consideró trabajar en la ZDP zona de desarrollo próximo de los estudiantes (Vigotsky, 1979), definida como aquella donde es necesario suministrar el apoyo para que el alumno pueda llegar a realizar adecuadamente las tareas que se pretende que aprenda, primero con ayuda y luego por sí solo. Basado en la teoría de resolución de problemas (Polya, 1975), (Schoenfeld, 1983), etapas de actividades mentales (Galperin, 1982) y diferentes registros de representación para facilitar la comprensión (Duval, 1998) se diseñaron hojas de trabajo encaminadas a la modelación y solución de problemas mediante Ecuaciones Diferenciales

Ordinarias de reacciones químicas de orden primero, segundo y  $n$ . Se consideró utilizar Matlab para entender el comportamiento cinético de reacciones de orden “ $n$ ”.

De acuerdo con (Douady, 1995) se buscó que el conocimiento matemático presentara una doble dimensión. En primer lugar de tener la posibilidad de utilizar ciertas nociones y teoremas matemáticos que sirvieran como herramientas para resolver problemas e interpretar nuevas cuestiones, las cuales al inscribirse en un determinado contexto de situaciones-problema permitiesen la evolución de las nociones matemáticas y, por tanto, fuesen generadoras de significado para dichas nociones. En segundo lugar, que esa noción matemática útil en la resolución de determinados problemas se descontextualizase pasando la noción del estatus de útil al de objeto del conocimiento.

Se consideró que la metodología de trabajo en el aula fuese de trabajo en equipo, utilizando el método de rejilla y buscando que los estudiantes transitaran por las diferentes etapas de actividades mentales hasta llegar a una discusión plenaria del trabajo realizado.

En la fase de diseño de acuerdo con (Cribeiro, 2006) se consideraron diez hojas de trabajo distribuidas de la siguiente forma: Para reacciones de primer orden: hoja general, hoja de apoyo, hoja de problemas, hoja de conclusión. Para reacciones de segundo orden: hoja general, hoja de apoyo, hoja de problemas, hoja de conclusión, hoja de generalización. Para reacciones de orden  $n$ : hoja con uso de Matlab

Las hojas denominadas generales se diseñaron con cuatro problemas referentes a reacciones de primer y segundo orden respectivamente. En cada uno de los casos se pide resolver problemas cinéticos que involucran el uso de ecuaciones diferenciales. En el primer problema se considera una reacción tipo de orden uno o dos en la forma  $A \rightarrow P$  o  $A+B \rightarrow P$  se les pide obtener el modelo general, construir e interpretar el gráfico de dicha reacción. El segundo problema es un caso particular de este tipo de reacciones aplicado en un contexto específico. El tercer problema es similar al primero de la hoja a diferencia que se dan reactivos específicos. Finalmente el cuarto problema consiste en expresar el comportamiento de una reacción de primer o segundo orden en un contexto específico.

Las hojas de apoyo se diseñaron de acuerdo a la idea de ZDP de Vigotski, considerando que los estudiantes no pudiesen responder satisfactoriamente las hojas generales en forma

independiente. Siguiendo los planteamientos de Polya se hacen preguntas que los ayuden a comprender el planteamiento del primer problema de la hoja general hasta expresar mediante ecuaciones diferenciales el modelo. Para ayudarlos a diseñar un plan de resolución les pide consideren la posibilidad de utilizar ciertas nociones y teoremas matemáticos que sirvieran como herramientas para resolver los problemas de acuerdo a los planteamientos de Douady.

Las hojas de problemas buscan examinar el método de hallar la solución obtenida en la hoja de apoyo y analizar si se puede usar el resultado ó el método para el problema con reactantes específicos y los problemas de contextos específicos de la hoja general.

Las hojas de conclusión constan de las ideas principales referentes a reacciones de primer y segundo orden. En estas hojas se obtiene e interpreta de forma descontextualizada el comportamiento cinético de una reacción de primer o segundo orden.

La hoja de generalización tiene la finalidad de apoyar a los alumnos mediante una serie de preguntas operativas vinculadas a las hojas de trabajo anteriores, para que puedan comparar, analizar, generalizar y obtener la ecuación para reacciones de orden "n" a partir de reacciones de primer y segundo orden.

La hoja para reacciones de orden n mediante uso de Matlab se diseñó para familiarizar a los estudiantes con el uso de un paquete que le permite resolver problemas con cierto grado de complejidad para ser tratados en forma analítica.

### Fase experimental

La investigación se efectuó en la Facultad de Ciencias Químicas de La Universidad Autónoma de Coahuila con estudiantes del curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias correspondiente al semestre Agosto-Diciembre 2007 en el cuarto semestre de Ingeniería Química y de Licenciatura en Química.

El grupo constó de 14 alumnos cuyas edades oscilan entre 19 y 23 años (4 pertenecientes a la especialidad de Licenciatura en Química, 10 alumnos de Ingeniería Química). Un grupo heterogéneo en cuanto al grado de asimilación de conceptos matemáticos y al desarrollo de habilidades matemáticas. La aplicación de las hojas de trabajo se efectuó del 12 de Noviembre al

23 de Noviembre 2007, en la etapa final del semestre de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Cada hoja se aplicó en una actividad de 2 horas clase (120 minutos).

Durante la aplicación de las hojas de trabajo se promovió primero el trabajo individual, posteriormente el uso del lenguaje como medio en el proceso de mediatización social entre sujetos de un equipo de trabajo. Para el trabajo grupal se utilizó el método de la rejilla. Se formaron tres equipos de trabajo, después de 45 minutos de trabajo, los equipos se intercambiaban sus miembros dando lugar a otros cuatro equipos, donde cada uno explicaba la forma de trabajo en el equipo en que estaba y se establecía una estrategia del nuevo equipo. Al finalizar cada hoja de trabajo se procedió a un trabajo en asamblea donde cada equipo socializaba con el grupo exponiendo a los otros equipos la forma en que ellos habían trabajado las hojas y resuelto los problemas. Al finalizar la clase cada estudiante entregaba la hoja al profesor para analizar los resultados individuales.

### **Análisis de resultados**

Se hizo un análisis cualitativo de las habilidades de los estudiantes para modelar en cada sesión de trabajo y al final el análisis cuantitativo expresado en tablas estadísticas. Al inicio de la investigación la totalidad de los estudiantes tenían dificultades para analizar, representar, modelar y comunicar. Al final de la investigación el 70 % de los estudiantes mostró un avance muy satisfactorio respecto a las habilidades antes mencionadas. La metodología de aprendizaje individual, mediante hojas de trabajo y exposición; de aprendizaje grupal de interacción continua con sus compañeros mediante rejilla y discusión plenaria ayudó al desarrollo de las habilidades en la totalidad del grupo. Cabe destacar que el 30% de los estudiantes con hojas de trabajo evaluadas como insatisfactorias presentaron un grado de alto desarrollo de las habilidades estudiadas, dado que sus posibilidades de trabajo inicial eran nulas o bajas y al finalizar la investigación lograron evaluaciones de medio y alto en cada una de las preguntas.

### **Criterios de evaluación y análisis de cada hoja de trabajo**

La clasificación evaluativa de cada problema fue de nulo, bajo, medio, aceptable y alto. Nulo, en caso de que no respondiese nada. Bajo, en el caso de que pudiese llegar a realizar algunos

planteamientos para modelar tales como identificación de variables, interpretación del problema y relaciones entre variables. Medio, si podían hacer el modelo y hallar la solución. Aceptable, si expresaban el modelo en forma diferencial, hallaban la solución de la ecuación y la representaban gráficamente. Alto, si podían interpretar la solución en el problema planteado.

La evaluación de una hoja fue de satisfactorio en el caso de que todos los problemas fueran evaluados de nivel aceptable o nivel alto y de insatisfactorio en caso contrario.

Las hojas generales tuvieron evaluación de nulo en cada uno de los problemas por lo que para todos los alumnos su evaluación fue de insatisfactorio.

Las hojas de ayuda y de problemas fueron evaluadas de satisfactorio en diez de los catorce estudiantes, ocho con evaluaciones de alto en todos los problemas y dos con evaluación de aceptable en todos los problemas. No obstante que el procedimiento matemático para obtener la ecuación resultante requiere de desarrollo operativo, el 71.4% de los estudiantes presentan respuesta favorable a la hoja de apoyo para reacciones de segundo orden y logran satisfactoriamente obtener la ecuación resultante para reacciones del tipo  $A+B \rightarrow P$ , además construyen e interpretan correctamente su gráfico. Los cuatro estudiantes cuyas hojas fueron clasificadas como insatisfactorias respondieron dos preguntas en nivel bajo y dos en nivel nulo, en la de primer orden pero ya en la de segundo orden, tuvieron evaluaciones de bajo, medio y alto.

En las hojas de conclusiones y de generalización los estudiantes cuyas hojas se habían clasificado como satisfactorio mantuvieron esa evaluación y los cuatro estudiantes con evaluación de insatisfactorio aunque conservaron esa evaluación se pudo observar que en cada problema llegaban a calificar como medio o alto.

### **Análisis global de desarrollo de capacidades.**

Capacidades cognitivas: Diez de los catorce estudiantes mostraron tener los conocimientos de Cinética Química y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias necesarios para resolver los problemas planteados en las hojas generales, sin embargo no podían orientarse para utilizar los conocimientos. Los cuatro estudiantes evaluados como insatisfactorios en las hojas de trabajo mostraron no tener los conocimientos básicos, sin embargo con el trabajo de las hojas y el grupal lograron al final de la investigación en las hojas de conclusiones y de generalización, comprender,

argumentar, comunicar y utilizar dichos conocimientos con la ayuda de sus compañeros de equipo,.

Capacidades metacognitivas: Al inicio de la investigación se demostró que los estudiantes tenían poco desarrolladas las capacidades para reflexionar, comprender y controlar su propio aprendizaje, no contaban con estrategias para utilizar y aplicar los conocimientos que poseían por eso no pudieron resolver los problemas de las hojas generales, sin embargo con preguntas de orientación para buscar una estrategia de trabajo y preguntas sobre el contenido específico a utilizar, un 70 % de los estudiantes pudo dar respuesta satisfactoria a la modelación, solución de los problemas e interpretación de resultados en las hojas de apoyo y de problemas.

Aspectos transversales: En el transcurso de la investigación se pudo apreciar un desarrollo en todos los estudiantes de la capacidad de comunicar ideas, argumentar y trabajar en equipo para lograr mejores resultados. Estos aspectos quedaron evidenciados en los videos que se tomaron de todas las actividades. Al principio todos confrontaban dificultad para exponer los resultados de su equipo y la participación en asamblea era pobre, en las últimas clases se evidenció la independencia en el trabajo de cada uno de los estudiantes, su mayor facilidad para comunicar las ideas, argumentar sus criterios, analizar analogías, caracterizar las soluciones de reacciones de primer y segundo orden y llegar a generalizar.

### **Conclusiones y recomendaciones didácticas**

Los métodos de trabajo utilizados en forma individual mediante hojas de trabajo y exposiciones, grupal con el método de la rejilla y discusión en asamblea resultaron efectivos para desarrollar independencia, comunicación de ideas, trabajo conjunto, cooperación, capacidad de abstracción, síntesis y generalización de ideas. Se consideran logros: el mejorar la capacidad de comunicación de ideas en forma significativa en todos los estudiantes mediante la rotación de los miembros de equipos, exposiciones y discusión en asamblea; el aumentar la capacidad de análisis de resultados mediante la orientación; el llegar a comprender mas del 70 % de los estudiantes el comportamiento cinético de las reacciones de orden  $n$  mediante el uso de Ecuaciones Diferenciales; el poder interpretar el comportamiento de una reacción cinética mediante una gráfica.

Los obstáculos identificados para la resolución de problemas fueron: la creencia arraigada de que resolver un problema es seleccionar fórmulas y usarlas adecuadamente y que los docentes deben de dar métodos de solución orientados a resolver problemas; la falta de metodología para enfrentar problemas; la carencia de capacidad de análisis ante nuevas situaciones; la imposibilidad de hacer uso de los conocimientos en aplicaciones concretas contextuales. La mayor dificultad presentada por los estudiantes fue la imposibilidad de crear una base orientadora ante nuevas situaciones, al proporcionarles la base orientadora en las hojas de apoyo fueron capaces de resolver los problemas, ya que poseían los conocimientos necesarios pero no podían utilizarlos.

Se recomienda destinar mas tiempo en los cursos de Ecuaciones Diferenciales a actividades de modelación y resolución de problemas de fenómenos químicos, así como promover el desarrollo de habilidades de visualización, análisis, modelación, resolución de problemas, argumentación, interpretación de resultados, reflexión. Se sugiere comenzar con hojas de trabajo y añadir trabajos de cursos sobre aplicaciones concretas.

### Referencias bibliográficas

Borelli R. y Coleman C. (1998). *Ecuaciones Diferenciales. Una perspectiva de modelación*. México: Oxford University Press.

Cribeiro, J (2006). Importancia en Matemática Educativa, de la interrelación entre la Teoría Matemática, Técnicas Modernas de Cómputo y Problemas del Contexto Empresarial para motivar a Docentes y Estudiantes. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 39-60). México D.F.: Diaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Douady, R. (1995). *La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento*. México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*. México D.F.: Departamento de Matemática Educativa. CINVESTA-IPN,

Galperin, P. (1982). *Introducción a la Psicología*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Gustafson G. B y Wilcox C. H. (1998). *Analytical and computational methods of advanced engineering mathematics*. New York: Springer Verlag

Polya, G. (1975). *How to solve it*. Madrid: Editorial Tecnos.

Schoenfeld, A. (1983). *Ideas y tendencias en la Resolución de Problemas La Enseñanza de la Matemática a debate*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.