

EN BUSCA DE UNA ARTICULACIÓN EFICIENTE ENTRE MATEMÁTICA Y GEOLOGÍA

Lidia Beatriz Esper, Marta Inés Torres, Florencia María Plaza
Facultad de Ciencias Naturales, Universidad Nacional de Tucumán Argentina
liesper@yahoo.com.ar
Campo de investigación: Resolución de problemas Nivel: Superior

Resumen. *La motivación e interdisciplinariedad juegan un rol fundamental cuando se enseña Matemática para no matemáticos. Como iniciación al trabajo interdisciplinario, fomentamos la participación activa de los alumnos en su aprendizaje, propiciando la intervención en actividades de investigación sobre Geometría del Esfuerzo y Geometría Fractal en Sismos. El objetivo que se persiguió apuntó a que el alumno alcance mayor comprensión de los contenidos, potenciando el análisis desde diferentes perspectivas, y se generen habilidades investigativas en los estudiantes de primer año de la carrera de geología. El proceso de enseñanza transcurrió en condiciones de trabajo individual y en pequeños grupos y se incorporó a la computadora como un instrumento para la resolución de problemas. Se seleccionó por su significatividad una experiencia áulica, y se realizó una reflexión sobre la misma.*

Palabras clave: articulación, motivación, geología, geometría del esfuerzo, geometría fractal

Introducción

El presente trabajo surge en el marco de un proyecto de investigación en el cual estamos interesadas en optimizar los logros en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias básicas mediante el uso de distintos recursos didácticos, buscando introducir cambios a través de mecanismos, instrumentos y estrategias que puedan promoverlos, favorecerlos o inducirlos.

La investigación sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática nos muestra que en las situaciones de aprendizaje los profesores nos basamos en las ideas de los alumnos y en nuestras propias construcciones de explicaciones, modelos, argumentos y evaluaciones para lograr un “buen” aprendizaje. Por otro lado, parece que se necesita un equilibrio entre el tiempo y el esfuerzo asignados a las habilidades de los alumnos para la indagación y, el tiempo y el esfuerzo dedicado a sus habilidades de argumentación (Gil y col., 1994).

En la curricula de las ciencias, las estrategias de reforma de la educación científica consisten en llevar a cabo un enfoque práctico tendiente a perfeccionar las habilidades de los estudiantes para la indagación. Pero se olvidan del razonamiento contextualizado y las habilidades de comunicación necesarias para entrelazar conjunta y coherentemente las pretensiones de los conocimientos de la ciencia (Kunt, 1993).

La preparación de los futuros profesionales con una formación integral de elevada calidad, entraña una concepción sistémica de la docencia-producción-investigación y la práctica de las universidades demuestran que el elemento que posibilita esta integración es la solución a los problemas profesionales concretos y en contexto.

Las estrategias que proponemos a los estudiantes para aprender no logran despertar su interés y entusiasmo en forma suficiente. Si se desea formar futuros profesionales capaces de asumir el compromiso de desarrollar tareas creativas e innovadoras, es preciso no tan solo instrumentar mecanismos de enseñanza que garanticen algo más que la sola transmisión de conceptos y métodos, sino también actitudes de cooperación, dedicación, voluntad de trabajo, buena disposición para responder a estímulos, afán de superación, etc.

Por esta razón consideramos que es conveniente que al seleccionar estrategias, tengamos en cuenta también aquellas que favorezcan la motivación, interdisciplinariedad y el desarrollo de la creatividad, ya que el trabajo con los contenidos científicos es una ocasión propicia para ello y de este modo contribuiríamos a facilitar el aprendizaje.

Desde un enfoque constructivista (Porlan, 1993) intentaremos mostrar que es posible diseñar actividades en donde los alumnos tengan que utilizar los conocimientos adquiridos en matemática y en otras áreas del currículo de geología, para lograr una aproximación mucho más adecuada a la “verdadera ciencia” (Esper, 2005). Tomamos como referente para este análisis, las teorías cognitivas de Ausubel (1978) y Vigotsky (1989) por ser éstas las que se centran en el aprendizaje producido en un contexto educativo.

Las teorías de aprendizajes nos muestran que cuando un concepto es relevante, persistente y transparente, se puede retomar en forma espiral y profundizar a medida que se avanza en la adquisición de conocimientos, sin perder de vista el aprendizaje significativo del tema que debe alcanzar el alumno en cada etapa. Además, es bien conocido que la utilización de la computadora permite abordar actividades en extensión y profundidad, con temas de complejo tratamiento formal, que faciliten el abordaje de los objetivos planteados; y que la revisión de la literatura científica sea una necesidad para el estudio independiente de las diferentes ramas del saber. No se pretende en este trabajo el montaje de un experimento con diferentes tratamientos. Sin embargo es importante la adquisición de habilidades inherentes al muestreo de cualquier investigación.

Cuando los alumnos expresan los resultados ocurre a menudo que no se discuten correctamente usando la literatura científica. Aquí se pretende que los estudiantes puedan obtener conclusiones a nivel elemental de lo que hayan expresado por escrito, en tablas y/o gráficos. Podrán usar la literatura consultada, criterios de especialistas o sus propios análisis, ya que se trata de un nivel mínimo.

Metodología

El proceso de enseñanza transcurrió en condiciones de trabajo en grupos –favoreciendo el trabajo cooperativo- a través del empleo de técnicas grupales especialmente dirigidas a lograr aprendizajes más significativos. La metodología utilizada también permitió resolver algunas situaciones problemáticas con la computadora, contar con guías tutoriales y apoyo docente.

La experiencia consistió, primero, en el tratamiento matemático de algunos temas geológicos, desarrollándose entre otros el que sustenta la teoría de la *Geometría del Esfuerzo*; la cual es la descripción del comportamiento de las diferentes fuerzas que actúan sobre la masa terrestre. En una segunda instancia, se abordó el tema de la *Geometría Fractal*, la cual describe mejor los objetos de la naturaleza. Ambos temas fueron desarrollados en cuatro clases teórico-prácticas de dos horas cada una a los alumnos que cursaron Matemática II de la carrera de Geología de la Facultad de Ciencias Naturales e I. M. Lillo – UNT, en el periodo lectivo 2007.

Previo al primer encuentro, se entregaron distintas documentaciones referidas al primer tema en cuestión, con el objeto de que los alumnos realicen la lectura correspondiente y recurran al docente y/o experto en geología para la orientación o dudas presentadas:

- “Geometría del esfuerzo”, cap. 16, pp: 141-148, (Ragan, 1980).
- “Stress”, cap.5, pp: 43-72, (Davis, 1983).
- “Esfuerzo”, cap. 2, pp: 39-64, (Ramsay, 1981).

Primera fase: se formaron pequeños grupos, de no más de cuatro personas, para la discusión de los conceptos matemáticos involucrados en el material de lectura, con la presencia de un experto.

Se destacan los aspectos abordados:

- Conceptos vectoriales

Las fuerzas que actúan sobre un elemento de materia pueden ser de dos tipos. Las que surgen en el seno del material y son proporcionales a la masa de la sustancia (por ejemplo gravedad, fuerza centrífuga, magnética, etc) y se conocen como fuerzas Másicas o de Cuerpo (body forces) y se miden como unidades de fuerza por unidades de volumen, y las que se conocen como fuerzas de superficie actúan sobre la superficie del campo y se miden en unidades de fuerza por unidades de superficie. Estas fuerzas se denominan en geología esfuerzo (stress) y dan una medida de la intensidad de la reacción del material que se apoya sobre uno u otro lado de la superficie.

El estado de movimiento o equilibrio de un cuerpo depende de la interacción mecánica con otro cuerpo. Sabemos que la fuerza es la medida cuantitativa de esa interacción mecánica.

Si dos o mas fuerzas externas están compensadas de modo que la masa ni se acelera ni gira se dice que están en equilibrio. Ello requiere que la suma de las fuerzas y momentos sea cero.

$$\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = \sum M_y = \sum M_z = 0$$

- Concepto del calculo infinitesimal

El esfuerzo se define como el límite de la razón fuera- área a medida que el área se reduce.

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = S$$

- Conceptos matriciales y tensoriales

La magnitud y orientación del vector esfuerzo en un punto depende de la orientación de la superficie sobre la que actúa el vector esfuerzo.

El vector esfuerzo puede descomponerse como cualquier otro vector en tres componentes paralelos a los ejes coordenados, por lo tanto el esfuerzo en un punto queda completamente representado por los elementos de una matriz. Esta matriz se llama “matriz esfuerzo”. Los esfuerzos pueden ser compresivos o extensivos (compresión o tensión), intervienen nueve elementos, en tanto que en el caso de un vector solo tiene tres componentes. Tal matriz se conoce como tensor cartesiano de segundo orden. Por lo que el esfuerzo es un tensor.

Con el fin de desarrollar una descripción del estado del esfuerzo de una forma matemática, se define en principio tres ejes de coordenadas perpendiculares entre sí: x , y , z . Se considera a los esfuerzos que actúan sobre las caras de un elemento cúbico de la sustancia cuando se aplica una fuerza y se supone que el estado de esfuerzo es perfectamente homogéneo. Los esfuerzos que actúan en cada cara pueden resolverse según tres componentes, un esfuerzo normal y un esfuerzo tangencial el cual puede resolverse según dos componentes paralelas a dos de los ejes de coordenadas. Este esfuerzo tangencial se conoce como esfuerzo de cizalla (shearing). En total hay nueve cantidades que actúan sobre las caras del cubo, las que se conocen como componentes del esfuerzo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Si se conocen todas ellas, entonces queda completamente definido el estado del esfuerzo del cubo elemental, pero no todas ellas son independientes puesto que el cubo está en equilibrio. Las dos fuerzas deben equilibrarse, por lo tanto no habrá ni movimiento ni rotación. Se analizó también el esfuerzo en dos dimensiones, es decir se lo consideró como un problema bidimensional y en este caso, se reduce a cuatro componentes del esfuerzo.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Segunda fase: Consistió en un trabajo práctico a cargo del profesor de la asignatura y siempre con la presencia de un experto. El objetivo de estas clases fue completar el estudio del tema, analizando situaciones concretas.

El marco teórico adoptado (Ausubel y Vigotsky) es el que nos permitió el diseño y la elaboración de las guías de actividades. El estudiante contó con tales guías donde se incluyó un resumen de lo visto y se la utilizó para la correcta elaboración de las tareas propuestas (etapa materializada), pero se las retiró una vez que se apreció que el alumno pudo realizarlas en forma independiente (etapa mental).

Tercera fase: se llevó a cabo una discusión plenaria donde cada grupo expuso (y posterior presentación) un informe parcial de las conclusiones obtenidas en la clase anterior, utilizando diferentes recursos didácticos: transparencias, afiches, etc.

Las “puestas en común” que siguen a la mayoría de las discusiones plenarias, tienen como objetivo hacer visibles más o menos inmediatos los resultados y conclusiones que, aunque parciales, podrían aportar algún grado de seguridad a las ideas y razonamientos de los alumnos.

Para el tema de la *Geometría Fractal*, el tratamiento metodológico fue análogo al anterior.

Previo al dictado del mismo, se entregaron distintas documentaciones referidas al tema, para que los alumnos realicen la lectura correspondiente:

- Cap. II y III, pp: 49-121 (Mandelbrot, 1975),
- Cap. III y IV, pp: 26-56 (Torres, 2001).
- Cap. IV, pp: 35-51 (Turcotte, 1992).

Primera fase: durante el desarrollo de la primera clase, se formaron pequeños grupos, de no más de 4 personas, para la explicación matemática de los conceptos involucrados en el material de lectura. Se presentaron las definiciones de fractal, factor de ampliación o escala, autosemejanza y dimensión fractal. Se analizaron algunos fractales como límite de poligonales y como límite de áreas.

Segunda fase: Utilizando distintos métodos y técnicas participativas en las clases prácticas y el uso de la PC, los alumnos trabajaron sobre la guía elaborada con actividades que involucraban los distintos tipos de niveles del proceso de asimilación: familiarización, reproducción, producción y creación, para asegurar la participación-acción del alumno. Y con el fin de afianzar ciertas habilidades se tuvieron en cuenta, en las mismas, las etapas: material o materializada, verbal y mental.

Tercera fase: Como aplicación al tema, se determinó la dimensión fractal de la actividad sísmica intermedia (70 - 300 km) entre 22° S - 28° S y 66° O - 68° O, donde la actividad sísmica dominante es una consecuencia directa de la subducción de la placa de Nazca bajo la placa Sudamericana.

Se usó la base de datos del USGS Nacional Earthquake Information Center, para un período de 68 años (1933-2001) y el análisis se realizó utilizando Excel y se corroboró con el software IASPEI (Algorithms for Earthquake Statistic & Prediction).

Se calculó la dimensión fractal para sismos de magnitudes pequeñas (menor que 4 en la escala de Richter) y medias (de 4 a 6 en la misma escala) tomando $c = 1$ y $c = 1.5$ respectivamente.

A través de esta actividad, el alumno ve la aplicación matemática a su especialidad, reconoce la noción de invarianza en escala, ley de potencia, propiedades de logaritmos, frecuencia acumulada, diagrama de dispersión, recta de regresión y coeficiente de correlación.

Al finalizar, cada equipo presentó un informe final de esta actividad investigativa.

Teniendo en cuenta el nivel académico de los estudiantes de 1º año de la carrera, y suponiendo que carecen de las habilidades investigativas, esta última actividad se la consideró como un trabajo investigativo concebido de manera tal que en la ejecución de sus acciones transitaran por las diferentes etapas del proceso de la investigación científica, a un nivel elemental durante el curso académico, sirviéndole la asignatura como vía para la integración académico-laboral-investigativa.

Se aplicaron encuestas durante el desarrollo de esta experiencia para valorar: metodología aplicada (distinta a la tradicional), comprensión de los temas, valoración de los problemas presentados, esfuerzo demandado por las tareas, adquisición de ciertas habilidades, conocimiento sobre computación, etc. Además se realizó la observación de la calidad en la redacción y exposición del informe científico-técnico elaborado por los estudiantes para evaluar las habilidades relacionadas con el mismo; y para evaluar continuamente las actividades del sistema didáctico propuesto, se utilizó el método de observación que permitió dar cuenta de los procesos mientras éstos se realizan, detectar errores dentro de la clase, conocer al grupo más de cerca, etc. (Anguera, 1983).

Conclusión

El abordaje de estas situaciones problemáticas, nos llevó a consultar a docentes especialistas en cada una de las áreas involucradas, con lo cual se logró una interdisciplinariedad entre cátedras.

El 60% de los alumnos opinan que han comprendido satisfactoria o muy satisfactoriamente los temas trabajados con esta modalidad, el 30% medianamente y reconocen que ha sido poco satisfactoria el 10%.

El 70% de los alumnos encuestados declaran que la modalidad de trabajo lo ha ayudado mucho en la interpretación y abstracción de situaciones problemáticas, el 30% considera que la ayuda ha sido escasa o nula.

El 75% de los alumnos dicen preferir esta metodología sobre la tradicional, el 20% se manifiesta por la no preferencia y el 5% no contesta.

La totalidad de los alumnos opinan que les demandó un esfuerzo mayor para la resolución de los ejercicios planteados y/o para la actividad investigativa. Los ejercicios planteados le parecieron interesantes a la mayoría (75%) de los alumnos encuestados, y triviales al resto.

Si bien la presencia de la PC sirve para reforzar la estructura de control presente en una estructura cognitiva, esto es parte importante para la construcción de un puente que va de una estructura cognitiva hasta la conceptualización formalizada de la noción involucrada.

El 85% de los alumnos posee conocimientos sobre computación, en general adquiridos durante la escuela secundaria, y solo un 10% declara no tener acceso a una computadora.

Todos los alumnos requirieron al menos ocasionalmente la orientación o apoyo del docente para resolver las aplicaciones planteadas. Lo que indica que la asistencia de la herramienta computacional no implica el reemplazo del docente, sino que funcionaría como un efectivo complemento.

Se mejoró algunas habilidades lingüísticas (capacidad de expresar claramente las ideas por escrito, comprender el lenguaje simbólico...) y habilidades de interpretación y traducción entre diferentes formas de expresión (capacidad del lenguaje verbal al gráfico, y del lenguaje gráfico al algebraico, así como la capacidad de realizar análisis crítico de la situación planteada).

Los estudiantes fueron capaces de comunicarse entre pares y con profesores, identificar problemas, buscar información pertinente; optar con racionalidad entre alternativas, trabajar en equipo y lograr un cambio de actitud, se sintieron involucrados en su aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Anguera, M.T. (1983). *Manual de prácticas de observación*, Madrid: Trillas.
- Ausubel, D. (1978): *Psicología Educativa, un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Davis, G. H. (1983). *Structural Geology Rock and Regions*. Nueva York: Plenum Press.
- De Bono, E. (1989). *El pensamiento lateral*. Argentina: Paidós.
- Esper, L.B. (2005). *Fractales en las Ciencias. Geológicas*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Nacional de Tucumán.
- Gil, D. y Carrascosa-Alis, J. (1994). Bringing pupil's learning closer to a scientific construction of knowledge: A permanent feature in innovation in science teaching, *Science Education* 78, 3.
- Gutenberg B. y Richter Ch. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.* 34, 185-188.
- Kunt, D. (1993). Science as argument: Implications for teaching and learning scientific thinking. *Science Education* 77, 319-337.
- Mandelbrot, B. (1997). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Barcelona: Tusquets Editores.
- Porlan, R. (1993). *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo enseñanza-aprendizaje basado en la investigación educativa*. Sevilla, España: Diado. Editorial S.L.
- Ragan, D. (1980). *Geología Estructural*. México: Editorial Limusa.
- Ramsay, J. (1981). *Plegamiento y Fracturación de Rocas*. México: Editorial Limusa.
- Torres, M.I. (2001). *Métodos Estadísticos aplicados a la Sismología*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Nacional de Tucumán.
- Turcotte, D.(1992). *Fractals and chaos in geology and geophysics*. New York: Cambridge University Press.
- Vigotsky, L.S. (1989). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica.