

VISUALIZANDO PROBLEMAS GEOMÉTRICOS CON EL CABRI GEOMETRE

María del Pilar Rosado Ocaña, Norma Esther Haas Ek

Universidad Autónoma de Yucatán

rocana@uady.mx, normahaas@gmail.com

Campo de investigación: Visualización

México

Nivel: Superior

Resumen. *El presente trabajo surge como una experiencia de aula, en la asignatura Geometría Plana y del Espacio que se imparte en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán en el primer semestre de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas. La problemática que se atiende es la débil interpretación que presentan los estudiantes en problemas de Geometría Plana. El objetivo es proponer un diseño de material con base en el uso del software Cabri que permitan al estudiante manipular figuras construidas con dicho software, de tal manera que despierten su interés, les permita argumentar los pasos a seguir en la resolución de problemas geométricos y así contribuir a mejorar la visualización (habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual) en este tipo de problemas. El trabajo se encuentra en desarrollo y en este documento se presentan los resultados de un diagnóstico aplicado a una muestra de estudiantes, así como algunos aspectos del diseño de actividades.*

Palabras clave: visualización, problemas, geometría plana, software cabri

Introducción

Una de las dificultades que se presenta en el salón de clases de Geometría Plana es la comprensión de ciertos conceptos y por consiguiente, la interpretación de problemas; la cual está relacionada con la falta de visualización de dichos conceptos; ya que tradicionalmente, la Geometría Plana se aborda de manera teórica en cuanto a los conceptos y pocas veces se representan geoméricamente, lo cual refleja una falta de dominio en la resolución de problemas de Geometría en todos los niveles educativos. De ello surge el interés de realizar un trabajo con el apoyo del software Cabri; en particular, nos enfocamos en el programa de Geometría Plana y del Espacio que se cursa en el primer semestre de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY); con el objetivo de diseñar y elaborar un material de apoyo para dicho curso, utilizando el software Cabri II Plus, en el cual se privilegie el aspecto de la visualización al construir figuras geométricas que representen las condiciones establecidas de algunos problemas relevantes de la Geometría. Para ello, se llevó a cabo una evaluación diagnóstica acerca de la interpretación de algunos conceptos y problemas sobre demostraciones geométricas de algunos contenidos básicos en Geometría Plana, con cuatro estudiantes de segundo semestre de licenciatura, observándose algunas dificultades en las

respuestas de dichos estudiantes. Cabe mencionar que el trabajo se encuentra en desarrollo y lo que se reporta en este artículo son los resultados de una evaluación diagnóstica aplicada a una muestra de estudiantes así como algunos aspectos relevantes del diseño de la propuesta. Se espera continuar con el diseño de actividades para ofrecer un material didáctico a los estudiantes de la asignatura de Geometría Plana y del Espacio en el nivel superior.

Problemática

La problemática que atiende este trabajo es la falta de comprensión de conceptos e interpretación de problemas geométricos, relacionada con la falta de visualización en Geometría Plana en el nivel superior. En diversos artículos se ha reportado que los estudiantes ingresan al nivel superior con deficiencias en contenidos matemáticos considerados como básicos para un estudiante que ingresa a una licenciatura; más aún cuando son alumnos que ingresan a una carrera en ciencias matemáticas. La Facultad de Matemáticas de la UADY no ha sido la excepción, ya que se ha observado, al paso de los años, que los estudiantes carecen de conocimientos básicos de las Matemáticas que son esenciales para el éxito académico en cualquiera de las seis carreras que se ofrecen en la facultad. Compartimos la opinión de Rodríguez (1990) cuando afirma que:

“Un curso de geometría en el nivel medio superior se desarrolla generalmente con un enfoque formal, axiomático, esperando que los estudiantes se capaciten en hacer demostraciones formales en geometría y, con esto, adquieran un pensamiento deductivo formal. Sin embargo, se ha visto que los estudiantes tienen dificultades en este modo de tratar la geometría, y los objetivos del curso no son alcanzados. Dichas dificultades pueden deberse a que los estudiantes no tienen la madurez matemática que este tipo de curso requiere”. (p.151).

En el caso de la Geometría Plana, en el nivel superior se ha observado que los estudiantes no tienen la madurez necesaria para formalizar las demostraciones de los teoremas o desarrollar problemas de demostración de propiedades de figuras, dadas ciertas condiciones establecidas como verdaderas. Consideramos que la visualización de las construcciones que satisfacen las condiciones de ciertos problemas, y la manipulación de las mismas son un factor determinante en el desarrollo de la visualización en los estudiantes.

Objetivo

El objetivo de este trabajo es proporcionar un diseño de material didáctico que contribuya a mejorar la visualización de conceptos y problemas de Geometría Plana en estudiantes del nivel superior, basado en el diseño de actividades que permitan al estudiante manipular figuras construidas con el software Cabri y de esta manera analizar diversas propiedades implícitas en las figuras dadas, lo cual no es posible de obtener en figuras rígidas. Ello constituye una de las ventajas de la Geometría Dinámica, ya que al poder manipular puntos, rectas, cambiar de posición y perspectiva a las figuras; manteniéndose siempre las condiciones iniciales dadas en los problemas, se perciben mejor otras características que a simple vista en una construcción con lápiz y papel no logran comprender la mayoría de los estudiantes en un curso inicial de Geometría en el nivel superior.

Marco de referencia

Los cursos de Geometría de los niveles medio y superior se desarrollan generalmente con un enfoque formal, axiomático, esperando que los estudiantes se capaciten en hacer demostraciones formales en geometría y, con esto, adquieran un pensamiento deductivo formal. Sin embargo, se ha visto que los estudiantes tienen dificultades en este modo de tratar la geometría, y generalmente los objetivos del curso no son alcanzados. Dichas dificultades pueden deberse a que los estudiantes no tienen la madurez matemática que este tipo de curso requiere (Rodríguez, 1990). De acuerdo a la literatura especializada, básicamente existen dos formas clásicas de entender la enseñanza de la Geometría: una, la geometría vista como la ciencia del espacio y otra, la geometría entendida como una estructura lógica.

Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2000), afirman que *“si pensamos en la geometría como la ciencia del espacio, podemos ocuparnos de contestar preguntas que nos permitan describir cómo es que los niños, los jóvenes, los adultos perciben su entorno, o bien saber qué códigos usan para descifrar y procesar información visual. Estas preguntas han preocupado a los investigadores de la Matemática Educativa desde hace algunas décadas”* (p.145) y forman parte de nuestras interrogantes previas al desarrollo de este trabajo. Las dos formas clásicas de entender la enseñanza de la Geometría plantearon la necesidad de construir nociones nuevas que

dieran cuenta de la forma en que las personas se relacionan con su espacio, y surgen así nociones como *visualización* y *percepción espacial*. Lo que condujo a explorar la clase de habilidades visuales que se necesitan para aprender geometría. Más recientemente se ha incrementado el interés por estudiar la geometría en ambientes computacionales. (Cantoral, et. al. 2000).

“Una cuestión importante, ligada a la percepción espacial que no solo se reduce a la geometría, trata de la visualización en matemáticas. Generalmente se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático y, más generalmente científico” (p.146).

Aunado a ello, compartimos la reflexión de Laborde (2005) cuando afirma que *“Los ambientes de geometría dinámica tales como Cabrí Géomètre, que introducen el movimiento como metáfora de la variación de los objetos geométricos, provocan cambios profundos en los modos de representación habituales y los modos de pensamiento en Geometría”.*(p.26)

Evaluación diagnóstica

Para fundamentar la problemática observada acerca de la falta de comprensión de conceptos y problemas de Geometría Plana, que presentan los alumnos del nivel superior; se aplicó una evaluación diagnóstica a cuatro estudiantes que habían cursado el primer semestre de licenciatura en la Facultad de Matemáticas de la UADY. El diagnóstico se estructuró en cinco partes: la primera abordaba diez definiciones de conceptos sobre geometría plana y del espacio; la segunda parte presentaba dos ejercicios en los que se pedía describir la manera de resolverlos utilizando conceptos, teoremas, etc., la tercera parte pedía la descripción del plan a seguir para la demostración de dos teoremas, la cuarta planteaba un problema de construcción con regla y compás y la quinta presentaba dos problemas para identificar las partes de la demostración inductiva.

Los resultados del diagnóstico, reflejaron que en la primera parte, los alumnos presentaron mayor dificultad en los reactivos 4, 8 y 9, seguidamente los reactivos 7, 10, 5 y 6, algunos de los cuales hacen referencia a conceptos de la Geometría Plana como son lados adyacentes, lados homólogos,

circunferencias tangentes externamente y triángulos semejantes; respectivamente (números 4, 7, 5 y 6 en la Figura 1).

De los cuales se puede decir que ninguno de los cuatro estudiantes pudo describir los conceptos “lados adyacentes” y “lados homólogos”; y solamente un estudiante describió correctamente el concepto de circunferencias tangentes y otro describió

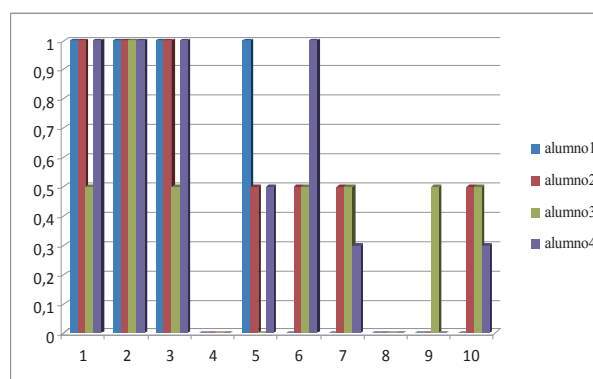


Figura 1. Diagnóstico (parte 1)

correctamente el concepto de triángulos semejantes. En la segunda y tercera parte del diagnóstico, un alumno no pudo resolver un ejercicio relacionado con circunferencia y paralelas y dos alumnos resolvieron parcialmente el mismo; y en un problema de construcción con regla y compás, un alumno no pudo resolverlo y otro lo resolvió parcialmente (números 2 y 3 en la Figura 2).

En la cuarta y quinta parte dos alumnos presentaron dificultades, uno para demostrar un teorema (de geometría del espacio) y el otro no resolvió un problema sobre la concurrencia de las tres mediatrices de los lados de un triángulo, (números 2 y 3 en la Figura 3).

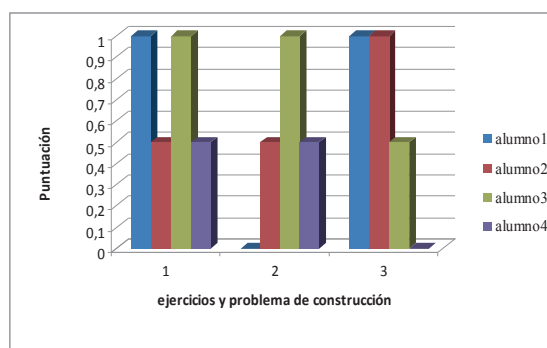


Figura 2. Diagnóstico (partes 2 y 3)

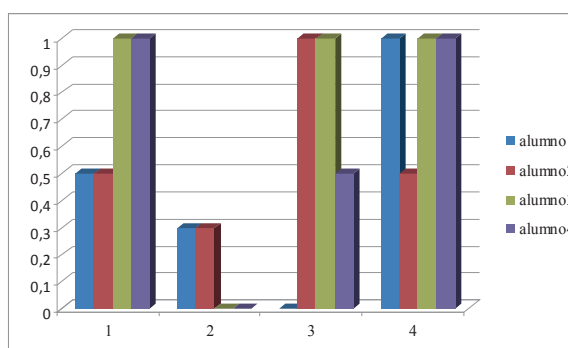


Figura 3. Diagnóstico (partes 4 y 5)

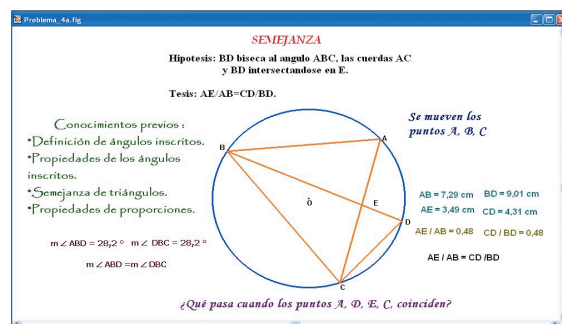
Desarrollo del trabajo

Con base a la información recabada del diagnóstico, se realizó una revisión de libros contenidos en la bibliografía del programa de la asignatura, para determinar los tipos de problemas que fueran de utilidad para el logro del aprendizaje significativo del alumno, así como los temas que

involucran esos problemas. Con la selección de los problemas, se realizó la construcción de la figura que corresponde a la representación geométrica de dicho problema, aprovechando las ventajas que proporciona un software de geometría dinámica como lo es el Cabri; con el objetivo de que el alumno pueda manipular ciertos puntos y segmentos, cambiar de posición y tamaño las figuras y realizar las exploraciones necesarias haciendo uso de las herramientas del programa que le ayuden a desarrollar una visualización más profunda de los problemas que se les presenta y con base en ello puedan realizar una visión retrospectiva del problema y argumentar características y propiedades que de otra manera, en una figura rígida no serían fáciles de identificar. Así, se espera que el estudiante logre una mejor comprensión de los conceptos y problemas geométricos.

Las construcciones de las figuras correspondientes a las representaciones geométricas de los problemas seleccionados se realizaron de acuerdo a las propiedades o conceptos fundamentales que involucran estos problemas, de tal manera que al momento de manipular esta construcción se siga cumpliendo dichas propiedades sin que se distorsione la figura, aunque cambie de forma o tamaño.

A continuación se presenta las representaciones geométricas de algunos de los problemas seleccionados, correspondientes a los temas de semejanza, cuadriláteros (Hemmerling, 1971) y circunferencias (Wentworth, 2003); respectivamente (Figuras 4-9).



Figuras 4. Problema de Semejanza

En el problema anterior (Figura 4), puede observarse que se especifican los conocimientos previos necesarios para que el estudiante resuelva el problema planteado. Por otra parte, se especifican los puntos de la figura que pueden moverse para analizar las diferentes formas que surgen en la representación geométrica del problema. Puede observarse que utilizando la herramienta de medida de segmentos, el estudiante puede comprobar en qué casos se cumple la relación establecida, y además, se le plantea una pregunta para que analice un caso particular y de esta manera despierte su interés en el análisis retrospectivo del problema.

Presentamos la figura obtenida al manipular los puntos A, D y C en respuesta a la pregunta planteada anteriormente. Aquí se espera que el estudiante pueda argumentar por qué se sigue cumpliendo la relación establecida como tesis del problema. (Figura 5).

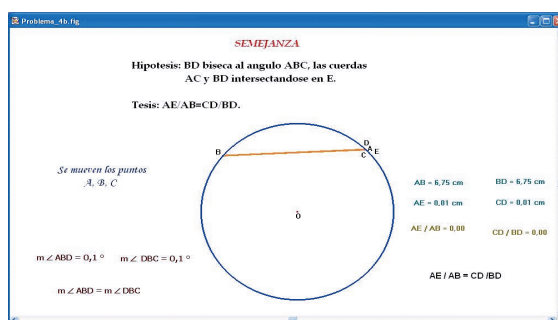


Figura 5. Problema de Semeianza (2)

De manera similar, se describen las representaciones geométricas de los problemas correspondientes a los temas de cuadriláteros y circunferencia, los cuales presentamos en las secuencias de Figuras 6-7 y 8-9, respectivamente.

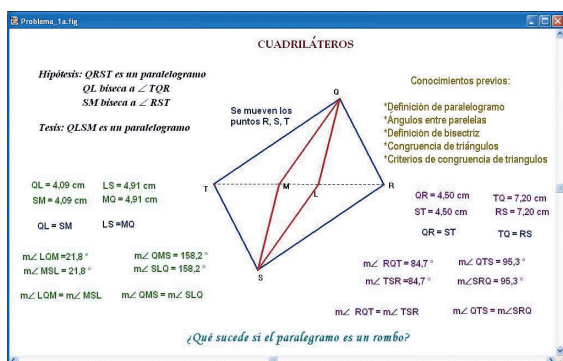


Figura 6. Problema de Cuadriláteros.

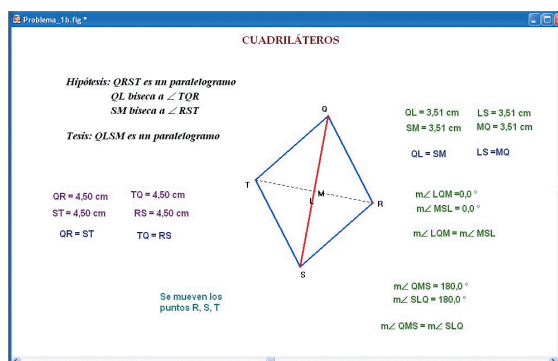


Figura 7. Problema de Cuadriláteros (2)

En la figura 6. Del problema de cuadriláteros, se plantea la pregunta: ¿Qué sucede si el cuadrilátero es un rombo? y en la figura 7 se presenta la figura resultante al mover los puntos del paralelogramo inicial hasta formar un rombo, lo que da lugar a que el paralelogramo resultante se convierta en una diagonal. Nuevamente, se espera que el estudiante pueda argumentar si se sigue cumpliendo la tesis del problema.

En el problema de circunferencia (Figura 8) se plantea la pregunta ¿cómo son las rectas PB y QC?, cuando los puntos B, O, C son colineales. Al manipular el punto C para que sea colineal con B y O, se obtiene la figura 9, en la que puede observarse que las rectas PB y QC son paralelas. En este caso se espera que el estudiante argumente si se sigue cumpliendo la condición establecida en el problema.

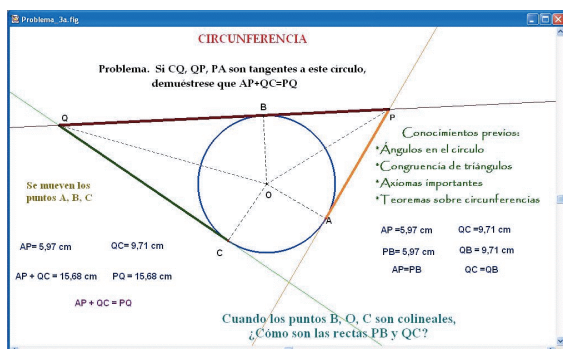


Figura 8. Problema de circunferencia

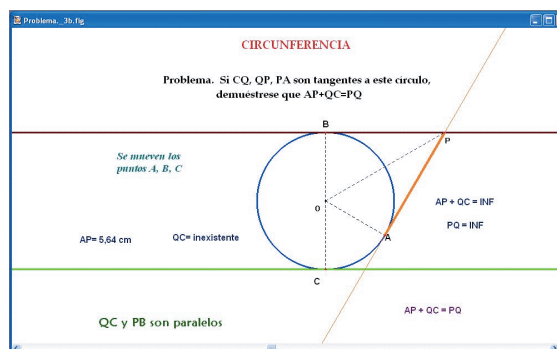


Figura 9. Problema de circunferencia

Conclusiones

Se considera que al inicio del curso de Geometría Plana, el profesor dé una introducción al uso del software Cabri, que incluya actividades de práctica de construcciones básicas para que al momento de presentarles el material para la visualización de problemas el estudiante tenga los conocimientos necesarios para interactuar con el software y logre visualizar propiedades “nuevas” para el estudiante.

Los problemas fueron seleccionados de tal manera que el alumno, al momento de interactuar con las representaciones geométricas de éstos, puedan construir un conocimiento significativo; ya que con el arrastre de estas figuras podrá manipular, explorar, y descubrir ciertas propiedades que están implícitas en los problemas y de esta manera, se contribuya a una mejor visualización de los problemas de Geometría Plana en el nivel superior.

El estado actual del trabajo descrito, es una propuesta en desarrollo, la cual se espera concluir en el presente ciclo escolar y proporcionar a los estudiantes de un grupo que curse la asignatura Geometría Plana y del Espacio, posteriormente se espera dar seguimiento a la propuesta realizando el análisis de los resultados que se generen con la aplicación de un instrumento apropiado, y de ser posible mejorar el material de apoyo propuesto.

Referencias Bibliográficas

Cantoral, R.; Farfán, R.; Cordero, F.; Alanís, J.; Rodríguez, R.; Garza, A. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

Laborde, C. (2005). Geometría Dinámica en la Enseñanza de las Matemáticas: ¿Qué cambia para los alumnos y para los profesores?. En G. Bermúdez, M. Olave, C. Ochoviet, Y. Testa y A. Martínez. *Resúmenes de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. (p. 26) Montevideo, Uruguay: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Rodríguez, R. (1990). *El modelo de Van Hiele del Desarrollo del Pensamiento Geométrico: Una experiencia en la Universidad Autónoma de Nuevo León*. Tesis de grado, Cinvestav, IPN, México.

Hemmerling, E. (1988). *Geometría Elemental*. México: Editorial Limusa.

Wentworth, J., Smith D. (2003). *Geometría Plana y del Espacio*. México: Editorial Porrúa.