El ORIGAMI, UNA ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Josefina del Carmen Gulfo de Puente, Tulio R. Amaya de Armas
Institución Educativa Madre Amalia, Universidad de Sucre Colombia
jgulfo26@hotmail.com, tuama1@hotmail.com
Campo de investigación: Pensamiento geométrico Nivel: Medio

Resumen. *En el presente trabajo se utilizó el origami para estudiar algunos conceptos de las matemáticas, como segmentos, rectas, ángulos, polígonos y algunas propiedades de estas figuras que permiten la construcción de los módulos requeridos para armar las figuras geométricas. Permitió estudiar poliedros y familias de éstos, lo que llevó a su vez al estudio de familia de funciones en su representación algebraica y gráfica, esto con estudiantes del bachillerato. Se identificaron problemas de lateralidad y permitió realizar trabajo de motricidad fina con estudiantes de la básica primaria. Para el trabajo se seleccionó un solo tipo de módulo, por lo que al aumentar progresivamente el número de éstos iban apareciendo familias de poliedros. El trabajo con esta técnica facilitó el desarrollo de competencias ciudadanas, el desarrollo de estrategias metacognitivas en los estudiantes y hacer un proceso de iniciación al álgebra y al cálculo vista por los estudiantes más como un trabajo artístico-lúdico que matemático.*
Palabras clave: origami, figuras geométricas, familias de poliedros

Introducción

En el presente trabajo se utilizó "el Origami o el arte de construir objetos de papel sólo a través de plegaduras y ensambles" (Núñez, 2005), el cual es una técnica que consiste en la manipulación de trozos cuadrados de papel, con las que se componen figuras más o menos abstractas, capaces de evocar representaciones del mundo real como animales o cosas y figuras geométrica de todo tipo; para enseñar conceptos básicos de las matemáticas, como segmentos, rectas, planos, ángulos, polígonos y poliedros entre otros. El trabajo con esta técnica facilitó el desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes al permitirles trabajar en equipo en el armado de los diferentes módulos y en el acoplamiento de éstos, y cuando resultaron diferentes familias de poliedros a partir de un módulo común, cada grupo defendía su propia construcción hasta llegar a un acuerdo; Así mismo permitió el desarrollo de estrategias metacognitivas ya que debían tener presente cada paso y el orden de los acoplamientos en el armado de la figura para poderla lograr.

Esto se inició con estudiantes de sexto grado, iniciándolos en la construcción de poliedros. Comenzamos construyendo un cubo, para el cual se utilizan sólo seis módulos, para luego construir otras figuras de mayor complejidad de hasta treinta módulos, así como otros poliedros regulares e irregulares. Posteriormente los estudiantes de todos los grados de la secundaria comenzaron a dejarse contagiar por el trabajo que le veían hacer a sus parientes en casa y vecinos y empezaron a exigir este tipo de trabajo a sus profesores. Al trabajar con jóvenes en mayor cantidad, se comenzó a notar claramente los problemas de lateralidad, de lo que hasta entonces no nos habíamos percatado; fue cuando decidimos comenzar el trabajo con estudiantes de la básica primaria donde consideramos que era más fácil atacar este tipo de problemas con la ayuda de los profesores de cada grado. El trabajo con este tipo de material es bastante gratificante, como actividad lúdica, los estudiantes ponen bastante de su parte y se logran avances significativos en corto tiempo, de tal modo que luego de unas pocas instrucciones hay mucho trabajo independiente del alumno y cuando se comienza a hacer la formalización de los conceptos matemáticos, lo relacionan con mucha facilidad con algo que conocen muy bien. Por lo que el estudio de poliedros y familias de éstos desde sus diferentes representaciones, llevó al estudio de familia de funciones en su representación algebraica y grafica.

Algunas aproximaciones teóricas

El trabajo con esta técnica facilita el desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes; según Flores (2007) "*el estudio y la construcción de estructuras poliédricas con Origami modular invita a la tolerancia y al logro de objetivos comunes partiendo de la unidad; es una forma de colaborar para solucionar pacíficamente conflictos y hacer de éstos una oportunidad para crecer*" (p.7), al compartir el trabajo conjunto y la unidad de los productos puede permitir el trabajo cooperativo, ya que cada estudiante que logra el armado de una figura se va convirtiendo en un monitor del grupo. Con este arte se estudian propiedades de las figuras geométricas hasta en tres dimensiones y cambios en éstas, como traslaciones, rotaciones, homotecias, análisis de semejanza y congruencia entre ellas, así como paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos. Además, "*permite afinar la motricidad, la creatividad, la memoria y la autoestima*" (Corredor, 2001, p.5).

Esta técnica puede ofrecer algunas ventajas frente a otras en el trabajo con niños y adolescentes, una de ellas es que los estudiantes la consideran una actividad lúdica en la que se puede trabajar matemáticas informalmente, en ausencia de herramientas como reglas, compás, escuadras o lápices. Para los niños resulta muy atractiva por su colorido. Otra de las ventaja del trabajo con origami es el costo del material que se utiliza, que resulta insignificante en comparación con los beneficios que provee; Gonzalez y Larios, (2003) aseguran que los productos resultan de trozos finitos y bien definidos de papel, por lo que se tiene que echar mano no sólo de habilidades motrices sino también de las habilidades de razonamiento y de la imaginación espacial para hallarle el sentido a una construcción, así que el valor de los materiales no debe ser motivo de preocupación, lo que puede permitir la utilización de métodos como el ensayo y error, una de las estrategias favoritas de los estudiantes, sin tener que preocuparse por costos extras, y eso si, estimula ciertas habilidades de motricidad y de pensamiento para armar las figuras, sobre todo cuando se imponen ciertas restricciones, como es el caso de las familias de poliedros donde las figuras se arman según alguna regularidad.

Según González y Larios (2003):

> *"El Origami cuando se le considera como un auxiliar de la enseñanza de la matemática, ofrece técnicas que no sólo permiten la construcción de sólidos geométricos, particularmente poliedros, sino también de figuras en el plano utilizando materiales que son de fácil adquisición por lo que se puede convertir en una potente herramienta para el estudio de la geometría plana y del espacio (…) Podemos argumentar que lo llamativo de los productos resultantes, que la potencialidad que tienen las técnicas en cuanto a la capacidad de ofrecer un medio de manipulación directa, que el hecho de que todas las técnicas pueden ser desarrolladas o entendidas como resultado de operaciones geométricas (…), que las posibilidades de investigación y observación directa sobre los modelos construidos, y que la situación particular de que (…) las figuras o cuerpos resultantes pueden considerarse como representaciones de figuras o sólidos geométricos, hacen del origami un medio propicio para el diseño de actividades que permitan el aprendizaje del alumno sobre conceptos geométricos y matemáticos en la escuela secundaria.".*

Metodología

El trabajo se inició haciendo un repaso en cada grado, de conceptos geométricos tales como triangulo, cuadriláteros, rectángulo, cuadrado y ángulos, que pensamos utilizaríamos en las construcciones, y analizando algunas propiedades de estas figuras. Para el armado de las figuras se utilizó un solo tipo de módulo; los que se construyeron con trozos cuadrados de papel de colores, todos congruentes de dimensiones 10cm x 10cm, a los que se les hacen algunos dobleces que luego se montan en formas tridimensionales insertando las puntas en los bolsillos correspondientes que se van formando con el plegado. Se utilizan de diferentes colores por comodidad en el trabajo matemático, ya que es más fácil el conteo de piezas de diferentes colores y por la belleza de las construcciones. Las figuras se forman sin utilizar pegamentos, las puntas se sostienen en los bolsillos por la fricción entre los módulos, lo que permite que la figura se mantenga armada. A continuación se muestra el módulo utilizado, en tres momentos de su construcción y una figura terminada:

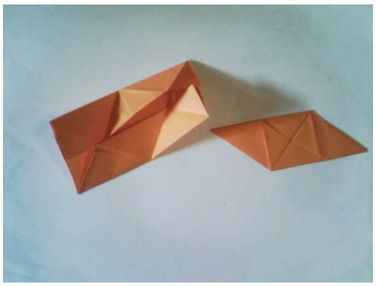

Figura 1 a

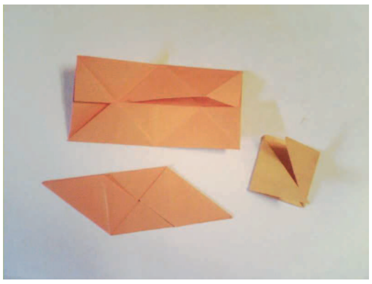

Figura 1 b

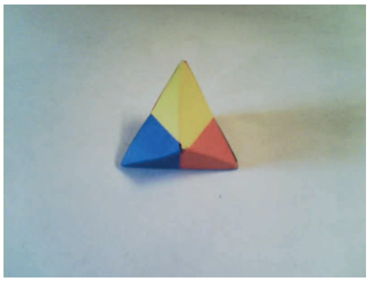

Figura 1 c

Desde el mismo momento de la construcción de los módulos se comienza el estudio de la geometría ya que al ir haciendo los dobleces se van formando diferentes figuras geométricas que se iban discutiendo para estudiar sus propiedades y distinguir bajo que condiciones un cuadrilátero por ejemplo es o deja de ser un paralelogramo, un rectángulo, un rombo o un cuadrado; distinguir las líneas paralelas y perpendiculares que contiene la figura. A su vez en la construcción de esos módulos se iban detectando problemas de lateralidad al hacer un doblez para la izquierda o para abajo, cuando se le pedía hacerlo para la derecha o para arriba respectivamente.

Ya con los poliedros que se iban armando se comenzó el trabajo de iniciación al álgebra y al cálculo, al empezar a relacionar las figuras con sus diferentes representaciones. Comenzamos variando el tamaño del módulo y anotando los valores resultantes en una tabla y luego realizando, en un plano cartesiano, la gráfica correspondiente para cada número de módulo; al variar el número de módulos, anotar estos valores en una tabla de valores y realizar la gráfica correspondiente en un plano, para cada valor fijo de módulo, iban resultando familias de funciones que se analizaron en sus representaciones algebraica, tabular, gráfica y la icónica o natural correspondiente a las figuras construidas en origami.

Resultados

Algunos de los logros que se pueden resaltar son los siguientes: 1) en una sola clase los alumnos aprenden a desarrollar el plegado de cualquier figura y comienzan a proponer cambios en las formas básicas que se les dieron inicialmente; 2) comenzaron a hacer, figuras que no se habían trabajado. Esto parece que no lo hacían consientes, sino por exploración, dado que se les dificultó hacer figuras por encargo; 3) también permitió detectar y corregir problemas de lateralidad en los estudiantes, ya que en el armado de los módulos se hacen pliegues para arriba o para abajo, para la derecha o la ízquierda y los estudiantes deben comprender e interpretar las instrucciones exactas para poder hacerlos, por lo que deben distinguir el vértice superior izquierdo del derecho entre otros; 4) el trabajo con esta técnica facilitó el desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes al permitirles trabajar en equipo en el armado de los diferentes módulos y en el acoplamiento de éstos, y cuando resultaron diferentes familias de poliedros a partir de un módulo común, cada grupo defendía su propia construcción hasta llegar a un acuerdo; esto los llevó a respetar la opinión del otro, al darse cuenta que a un mismo número de módulos podían haber diferentes opciones de figuras y por tanto diferentes respuestas a las preguntas que se les planteaban, por ejemplo, una representación algebraica o gráfica puede corresponder a varias figuras a la vez; 5) así mismo permitió el desarrollo de estrategias metacognitivas ya que debían tener presente cada paso y el orden de los acoplamientos en la armazón de la figura para poderla lograr; 6) permitió desarrollar habilidades de ubicación espacial, al tratar de hacer la construcción de las figuras poliédricas, debían tener plena conciencia de la ubicación de las puntas con sus correspondientes bolsillos de ensambles y precisión en la construcción de los propios módulos. 7) además permitió el estudio de familias de funciones, al relacionar el área lateral y los vértices de las familias de poliedros, que resultaron al aumentar progresivamente el número de módulos, con las representaciones algebraicas, tabular y gráficas con la icónica asociada correspondiente a cada familia, que a su vez son también familias de funciones. 8) permitió el transito por diferentes planos de representación, lo que llevó a asignarle significado y sentido a cada una de estas representaciones en relación con las otras, así como el transito al interior de un mismo sistema de representación, al variar el tamaño de los módulos, dejando el número de éstos fijo, apareció un trabajo a escala con las diferentes figuras poliédricas resultantes en cada caso, dando paso al enlace de esta representación con la tabular, al comprar cada figurita en origami, con su correspondiente valor consignado en la tabla de valores y su correspondiente punto en el plano cartesiano.

En el trabajo con ese tipo de módulo resultaron varias familias de formas poliédricas, de la cuales decidimos trabajar solo dos: las que conducen a cubos o secuencias que parecen cubos siameses y los de formas de estrella. Algunas de estas se muestran en la figura 2:

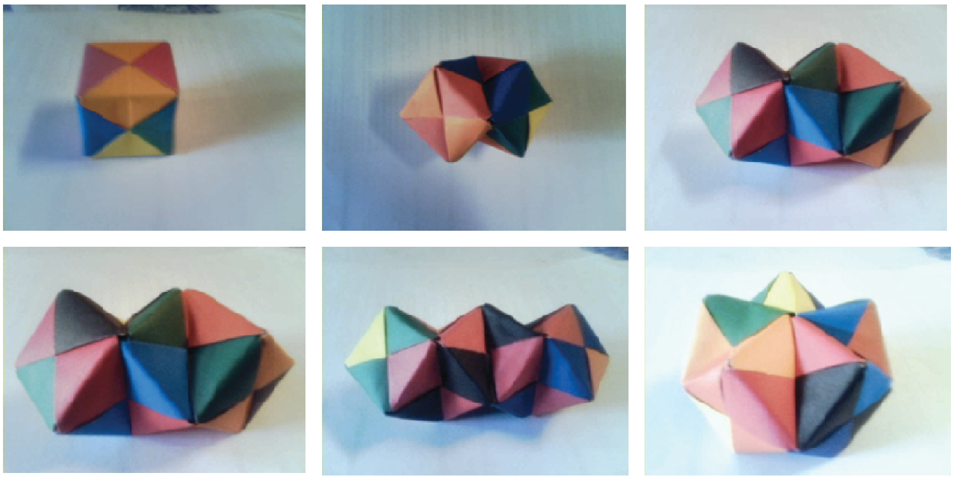

Figura 2

Ahora supongamos que se quiere construir una figura en Origami con módulos de papel cuadrados de lado l, como el que se muestra en las figuras 1 a y b. Con la menor cantidad de módulos de este tipo con que se pudo construir un poliedro fue con tres, y resultó una pirámide siamesa triangular de cinco vértices como la que aparece en la figura 1 c. El aumento en el número de módulos siempre debió ser múltiplo de tres.

Para encontrar el área lateral de esta figura volvimos a deshacer el módulo, de donde se encontró que la diagonal del cuadrado que queda visible en cada módulo es $\frac{l}{2}$, al lado de ese cuadradito visible lo llamamos a se utilizó el teorema de Pitágoras para hallar la longitud de a, y luego de algún procedimiento algebraico sencillo se llega a que el área del cuadradito visible es $\frac{l^2}{8}$ y el área lateral de la pirámide siamesa triangular es $\frac{3l^2}{8}$ ya que la componen tres cuadraditos; el área del cubo es $\frac{6l^2}{8}$, ya que tiene seis cuadraditos, esto es, uno por cada cara. Y en general para una figura construida con n módulos de este tipo, el área lateral es $\frac{nl^2}{8}$. Al graficar en el plano (ver figura 3), se puede apreciar claramente una familia de parábolas de una sola rama, esto porque la longitud del cuadrado con el que se construye el módulo no puede tomar valores negativos.

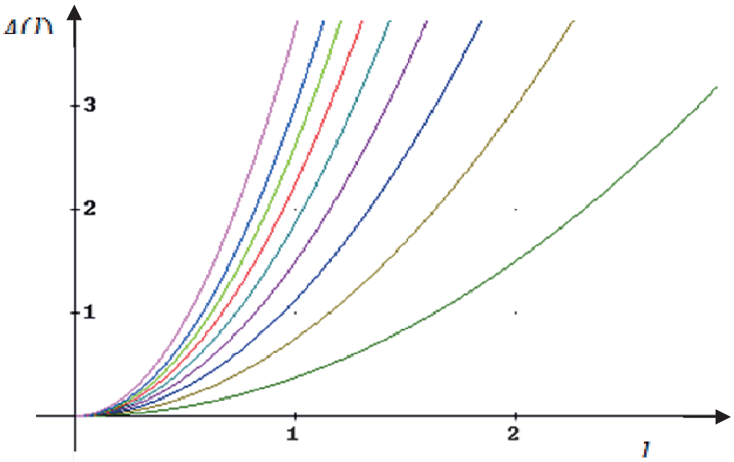

Figura 3

Otra de las variables que se trabajó fue el número de vértices que tiene cada poliedro. Para el que resulta una progresión aritmética como sigue: $v_n = \{5,\ 8,\ 11,\ 14,\ 17, \ldots,\ n+2\}$, donde n es el número de módulos que se utiliza para construir cada poliedro y va tomando valores de tres en tres con $n \geq 3$.

Referencias bibliográficas

Corredor, J. (2001). *Practiquemos el origami*. Bogotá, Colombia: Nessan.

Flores, E. (2007). Poliedros y origami modular. Extraído el 3 de Abril de 2008 desde http://www1.uprh.edu/amc/res_acad_2/Poliedros_Humacao.pdf.

González, N. y Larios, V. (2003). Origami modular: una oportunidad para estudiar poliedros en secundaria. *Correo del maestro, 87*. Obtenido el 3 de abril el 2008 desde hppt://www.correodelmaestro.com/anteriores/2003/agosto/nosotros87.htm

Núñez, P. (2005). Introducción a la técnica de papiroflexia japonesa. Extraído el 4 de Abril 2008 desde http://www.eaart.com/mon/126.asp?language=sp