

# **Didáctica de la Matemática como campo de Problemas**

(Publicado en Repetto y Marrero (edts.) 1995. ICEPSS, Las Palmas).

Doc. Nº 4

**Luis Rico Romero**

***Departamento de Didáctica de la Matemática.***

***Universidad de Granada***

## **I. Presentación**

La situación actual de la enseñanza de la matemática en España en los niveles de la Educación Obligatoria viene determinada por un cúmulo de cambios que se precisan, establecen y coordinan a partir de la Ley de Organización General del Sistema Educativo de 1990. Aunque los cambios estructurales derivados de la reordenación del sistema educativo pueden parecer, en principio, considerables no son, sin embargo, los más importantes. El cambio organizativo no es más que un instrumento al servicio de una política educativa, que ha de responder a las considerables modificaciones experimentadas por la sociedad española en los últimos 25 años.

Junto con la necesidad general de contribuir a que la estructura y funcionamiento del sistema educativo se acomoden a las transformaciones políticas, sociales, culturales y económicas de la sociedad española, los profesionales de la enseñanza de la matemática han encontrado, y encuentran, dificultades específicas derivadas de las tareas propias de su campo de trabajo. Estas dificultades, aunque se han hecho visibles en la situación de cambio no son provocadas por dicho cambio; son dificultades estructurales, específicas de un campo profesional, que se manifiestan en situaciones de crisis de las que reciben estímulos para su superación.

Entre las dificultades detectadas debemos destacar el carácter inmovilista y conservador que ha predominado en la enseñanza de las matemáticas y la orientación prioritariamente controladora, selectiva y elitista de los procesos de su aprendizaje, que ha motivado un fuerte movimiento crítico de revisión (Alonso y otros, 1987). Por otra parte, las carencias en la formación del profesorado de matemáticas se hacen cada vez más evidentes; el desprecio por lo profesional que ha impregnado la formación matemática de los profesores de matemáticas es fuertemente contestado, primero por grupos de innovación y, más adelante, por colectivos organizados y asociaciones (Rico y Sierra, 1994). En tercer lugar, las nuevas necesidades educativas planteadas encaminan el interés de grupos de profesionales hacia la investigación en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, encontrando serias limitaciones materiales, organizativas, estructurales y científicas para llevar adelante estos propósitos (Calderón y Puig, 1995).

Esta caracterización pone el énfasis en que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que se conoce como **educación matemática**, se configura, hoy día como **un campo de problemas**.

Esta situación también presenta datos estimulantes. En primer lugar, la propia conciencia de las dificultades de la profesión y la discusión y debate vigorosos sobre estos temas por parte de los profesionales de la educación matemática. En segundo lugar, como consecuencia de los intentos de coordinación para la solución de los problemas mencionados, el surgimiento de una amplia comunidad organizada de profesionales de la educación matemática, que se ha denominado **comunidad de educadores matemáticos**, cuya caracterización hemos hecho en otro trabajo (Rico y Sierra, 1991). Esta comunidad tiene distintos niveles de estructuración, mantiene medios propios de comunicación y difusión en los que se tratan los problemas de la práctica profesional, organiza encuentros generales y seminarios sobre temas específicos y se ocupa de profundizar, extender y difundir la cultura matemática en todos los niveles de la sociedad. En tercer lugar, la ubicación dentro de la Universidad de un Área de Conocimiento científico, la Didáctica de la Matemática, que constituye el núcleo de una comunidad científica; se ocupa, o debe ocuparse, de la formación inicial y permanente de los educadores matemáticos de los distintos niveles; se dedica a la creación, desarrollo, transmisión y crítica del conocimiento científico y técnico sobre educación matemática; y se articula como grupo cualificado de investigación en este campo, mediante controles académicos, evaluaciones científicas y coordinación con la comunidad internacional de investigadores en el área (Rico, 1995).

Aunque estos datos alentadores cualifican positivamente el panorama actual, no cabe duda que, en su práctica diaria, el educador matemático se suele encontrar aislado y limitado por la deficiente formación recibida. Los problemas tienen una vitalidad considerable y su solución no es fácil ni, la mayor parte de las veces, conocida. Por ello, no es extraño que se produzca un rechazo efectivo ante las propuestas de cambio,

La delimitación clara del currículo de las matemáticas escolares y, por extensión, del currículo de matemáticas de otros niveles del sistema educativo; las componentes básicas que deben configurar la formación, inicial y permanente, de los profesores de matemáticas junto con el campo de competencias profesionales mínimas que deben conocer y dominar; finalmente, el papel de la investigación en la práctica profesional como vía de interpretar, abordar y resolver las dificultades que surgen en el desempeño de la profesión de profesor de matemáticas, delimitan un terreno de trabajo caracterizado como campo de problemas (Rico y Gutiérrez, 1993).

En lo que sigue nos proponemos presentar una perspectiva de la reflexión realizada dentro de la comunidad sobre **la educación matemática como campo de problemas** durante los últimos años, comentando con cierto detalle algunos de los trabajos llevados a cabo sobre esta idea. Como sucede con otros campos profesionales, la educación matemática es, prioritariamente, un campo de problemas cuya complejidad conviene conocer detalladamente. Nuestra profesión no consiste en la aplicación sistemática de rutinas y algoritmos; es una actividad social que se enfrenta a una tarea apasionante: la transmisión y

comunicación de conocimiento científico a las nuevas generaciones, potenciando la comprensión personal mediante la elaboración de significados sociales compartidos. Las dificultades de la práctica diaria pueden hacer perder cierta perspectiva, presentando como dificultad insuperable lo que, simplemente, es un rasgo característico de nuestro campo de trabajo.

## **II Despegue internacional de la Educación Matemática**

Al concluir la Segunda Guerra mundial, la revisión de los planes de estudio y de los programas escolares alcanza una etapa de gran actividad; se pretende dar respuesta al nuevo orden social, político, cultural y económico surgido con la victoria de las potencias occidentales y la Unión Soviética. En este contexto, se plantea la necesidad de coordinación entre especialistas en educación matemática.

Hasta 1952 no se constituye de nuevo la Comisión Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas (ICMI) como una sección de la Unión Matemática Internacional (IMU). Sin embargo, en 1950, se crea la Comisión Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM). Puig Adam (1960), que fue uno de sus protagonistas, la describe del siguiente modo:

*“Con anterioridad (a la creación del ICMI) la iniciativa privada se había ya organizado para atacar el problema. La insatisfacción general por los resultados de la enseñanza matemática elemental, y la complejidad creciente de la misma ante los procesos evolutivos aludidos, habían reunido ya a varios matemáticos, pedagogos, psicólogos y epistemólogos europeos famosos, en torno a esta preocupación común (...). Y así nació la CIEAEM, que desde hace cinco años viene promoviendo reuniones internacionales en las que se estudian los más variados temas que afectan a las relaciones entre la matemática y su enseñanza, sus aplicaciones, sus fundamentos y evolución, su programación y posibilidades psicológicas.”*

En la circular inicial para la constitución de la CIEAEM (Piaget y otros, 1968), se afirma:

*“La Comisión se propone tomar todas las iniciativas que, en el campo de la acción y del estudio, lleven a una mejor comprensión de los problemas planteados por la enseñanza de las matemáticas para su mejoramiento en todos los niveles. El campo de las matemáticas es privilegiado en cuanto existen ya investigadores competentes en el dominio de los fundamentos, de la lógica, de la epistemología, de la historia, de la psicología del pensamiento y de la pedagogía experimental. La Comisión se propone sintetizar las contribuciones que aportan estas disciplinas a su objetivo principal.*

*El problema de la enseñanza de las matemáticas se plantea hoy en términos que sobrepasan las fronteras. Las diferencias debidas a la cultura son menos importantes que las semejanzas que dimanar de la estructura de la ciencia y del pensamiento matemático. Por ello es posible constituir equipos internacionales de investigadores que tengan los mismos intereses, y organizar reuniones regulares para que los resultados de las*

*investigaciones sean coordinados y preparados para su difusión. Fijados los temas de estudio, se procurará encontrar las técnicas de coordinación de los conocimientos procedentes de las distintas ciencias, generalmente sin conexión entre sí, del mismo modo que aquellas que permitan la cooperación entre los miembros de los diversos grados de la enseñanza cuyas preocupaciones habituales son muy diferentes”.*

Aunque algunas de las afirmaciones del texto anterior necesiten una matización detallada para su aceptación, no cabe duda que en este documento ya se explicitaban ideas importantes y un programa para su desarrollo. Queremos destacar las siguientes:

1. La enseñanza de las matemáticas es, en primer término, un campo de problemas.
2. Estos problemas no son específicos de un país o grupo de países.
3. Los problemas de la enseñanza de las matemáticas se abordan desde una variedad de disciplinas diferentes: matemáticas, historia, epistemología, psicología y pedagogía.
4. Hay que constituir equipos de investigadores; promover reuniones regulares y difundir los resultados.
5. Hay que fijar criterios de coordinación de las informaciones y resultados aportados por las diferentes disciplinas; hay que fijar los temas de estudio.

Básicamente, este planteamiento inicial ha mantenido su validez; las modificaciones posteriores han supuesto un desarrollo y enriquecimiento de las ideas aquí contenidas, llevándolas a la práctica y ejecutando y extendiendo el programa que se proponían. En la década de los 50 se producen una serie de hechos que van a marcar en profundidad el campo de la Didáctica de la Matemática. Denominador común de todos ellos es el reconocimiento de que la enseñanza de las matemáticas presentaba un balance altamente insatisfactorio y que, por otra parte, los contenidos que se impartían estaban descoordinados, muchos de ellos no eran útiles y quedaban muy alejados de los avances más recientes en el desarrollo de las matemáticas.

En 1957 los soviéticos lanzaron su primer Sputnik. Este acontecimiento se ha señalado como el desencadenante que provocó la extensión y profundidad con la que se emprendieron las reformas educativas a comienzos de los 60, con especial énfasis en la enseñanza de las ciencias y, en particular, en la enseñanza de las matemáticas. En 1959, convocada por la D.E.C.E. (actual OCDE), se celebró en Royaumont (Francia) un seminario dedicado a estudiar las nuevas concepciones en el campo de las matemáticas y de su enseñanza, así como los problemas derivados de la puesta en marcha de reformas en los planes de estudio; este seminario se conocerá como *Coloquio de Royaumont*. Por su influencia y repercusión en el diseño del currículo de matemáticas destacó la conferencia de J. Diendoné titulada “*Pensamiento moderno en las matemáticas escolares*” en la que defendía un programa que respondiese a las expectativas de los profesores universitarios sobre los alumnos que concluyen sus estudios de secundaria. El punto de vista adoptado fue fundamentalmente bourbakista, proponiendo un sistema deductivo para la presentación

de los contenidos, a partir de axiomas, con una presentación y organización estructural sistemáticas.

*“Con la perspectiva del tiempo transcurrido desde la celebración del Coloquio se puede asegurar que su influencia en la enseñanza de las matemáticas fue determinante; Royaumont supuso una ruptura, con la afloración de un nuevo paradigma. Uno de los grupos que llevó hasta sus últimas consecuencias estas ideas fue el Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, institución que aglutinó en torno a G. Papy un grupo de matemáticos, profesores y pedagogos que realizaron una intensa actividad renovadora con la idea de reconstruir la matemática - en sentido bourbakista- desde preescolar hasta la Universidad” (Sierra, 1990).*

El currículo diseñado sobre las *Matemáticas Modernas* tuvo una gran difusión internacional. En nuestro país se incorporó con la Ley General de Educación de 1970 y algunos de sus supuestos han permanecido en vigor hasta ahora. Desde nuestro punto de vista, hay dos reflexiones importantes sobre estos programas. En primer lugar supuso que profesores e investigadores universitarios de matemáticas asumieran la responsabilidad de delimitar los cuestionarios de matemáticas de los niveles no universitarios, tratando de conjuntar la coherencia interna de la disciplina con los componentes didácticos de cada uno de los niveles educativos. En segundo término, fue un movimiento que tuvo una coordinación internacional considerable: casi simultáneamente, profesores de distintos países, con diferentes tradiciones educativas y culturales, se enfrentaron a los problemas y dificultades derivadas de los nuevos cuestionarios. Los contenidos que no se prestaban a un tratamiento formalizado fueron abandonados, olvidando por lo general las aplicaciones prácticas.

Al transcurrir una década, los problemas generados por estos planteamientos eran evidentes y habían provocado un rechazo generalizado. Kline (1976) resume así los puntos más conflictivos:

*“Las matemáticas modernas se enseñan a alumnos de enseñanza primaria y secundaria que escogerán las más diversas profesiones, trabajos, empleos técnicos y salidas o se convertirán, ante todo, en esposas y madres. De los niños de la escuela primaria ni un uno por mil serán matemáticos; y en cuanto a los estudiantes que cursan enseñanza secundaria, ni uno de cada cien llegará a serlo. Entonces está claro que un plan que pudiera ser ideal para la formación de matemáticos podría no ser el correcto para estos niveles de enseñanza.*

*Su contenido debería contribuir a alcanzar los objetivos de la enseñanza primaria y secundaria y ser accesible a los jóvenes. Su enfoque debería hacer el contenido atractivo y ayudar en lo posible a su comprensión. En particular, las matemáticas modernas deberían remediar, al menos en parte, algunos de los defectos del plan tradicional.”*

Aún con los errores señalados, el currículo de las **matemáticas modernas** tuvo dos consecuencias positivas. Por un lado, convenció a los matemáticos profesionales de la insuficiencia de los planteamientos estrictamente técnicos, centrados en los contenidos; puso en evidencia que la educación matemática abarca una complejidad de factores que no admiten ser reducidos al necesario control del conocimiento disciplinar. Por otra parte, reforzó la línea de cooperación internacional, implicando a los gobiernos y autoridades educativas de cada país, al resaltar que los problemas planteados eran muy similares en las distintas naciones y, entre ellos, se destacó la conveniencia de promover la profesionalización de la educación matemática, integrando en principio especialistas de distintas áreas y definiendo, más adelante, un campo propio de trabajo. La comunidad de educadores matemáticos se planteó la necesidad de organizar encuentros internacionales en los que enunciar y debatir sus propios problemas.

En 1967 Freudenthal se hace cargo de la presidencia del ICMI y se programa el Primer Congreso Internacional del ICMI en Lyon (Francia), en 1969. La resolución final de este Congreso enunció un plan de trabajo para coordinar el estudio de los problemas derivados de la educación matemática, cuyos enunciados fueron:

1. Los contenidos y métodos son inseparables, y deben ser objeto de estudio permanente.
2. Se debe llevar a cabo la colaboración del profesorado de matemáticas con los de otras disciplinas educativas.
3. Hay que desarrollar la cooperación internacional.
4. La formación de los profesores de matemáticas debe ser continua.
5. La pedagogía de las matemáticas, como ciencia autónoma, debe encontrar un lugar en los departamentos universitarios de matemáticas o en los institutos de investigación.

En el segundo congreso del ICMI, celebrado en Exeter (Inglaterra, 1972), se realizó la crítica definitiva a la enseñanza de la matemática moderna con la ponencia del profesor R. Thom: *“Modern Mathematics: does it exists?”*. Desde entonces, cada cuatro años, vienen celebrándose los Congresos Internacionales del ICMI, que han contribuido a intercambiar información entre profesionales de la educación matemática de todos los niveles y todos los países del mundo.

### **III Sistematización de los problemas de la Educación Matemática**

El fuerte crecimiento experimentado en educación desde finales de la década de los 60 lleva a la necesidad de sistematizar el campo de trabajo, a clasificar los problemas y establecer prioridades, con el fin de coordinar actuaciones y compartir tareas, métodos y resultados de los estudios emprendidos para buscar respuesta a las múltiples cuestiones que surgen del desarrollo de la Didáctica de la Matemática. La década de los 70 y comienzos de los 80 son una época de esfuerzos y sistematización considerables; por su repercusión posterior, resulta imprescindible destacar tres documentos.

El primer trabajo es el llevado a cabo por el profesor E. Begle (1979), de la Universidad de Stanford, *“Critical variables in Mathematics Education”*, en el que hace una

revisión y clasificación de las investigaciones llevadas a cabo, hasta ese momento, en educación matemática. Esta clasificación ofrece un panorama de las áreas problemáticas en educación matemática, y comprende nueve categorías generales, cada una de las cuales se subdivide a su vez en varios apartados.

La clasificación de Begle tiene los siguientes epígrafes:

1. Naturaleza de las matemáticas y de los objetos matemáticos.
2. Metas de la educación matemática.
3. Problemas relativos al profesorado.
4. Variables del currículo.
5. Variables de los estudiantes.
6. El entorno.
7. Variables de instrucción.
8. Pruebas.
9. Resolución de problemas.

Una de las áreas señaladas por Begle, y muchos otros autores, como prioritaria en la delimitación de los problemas de la educación matemática es la relativa al diseño, desarrollo y evaluación del currículo de matemáticas. La realización de estudios internacionales, como el primer estudio sobre los logros en las matemáticas escolares llevado a cabo en 1965 por la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), en doce países, pusieron de manifiesto la existencia de un amplio campo de cuestiones en torno al currículo. Para estudiar los fenómenos producidos en el campo del currículo de matemáticas durante el periodo de 1960 a 1980 y enmarcar y dar sentido a los estudios comparativos realizados, se celebró una conferencia en Osnabrück (RFA) en enero de 1980, Steiner (1980).

La lista de temas desarrollados en este encuentro fue:

1. Cambio y estabilidad en el currículo de matemáticas.
2. La educación matemática y el segundo estudio internacional de la IEA.
3. Estudio de casos en el currículo de las matemáticas escolares, con trabajos puntuales sobre Geometría, Álgebra y Estadística.
4. Competencias mínimas y currículo de matemáticas.
5. Calculadoras en el aula.
6. Matemáticas y género.
7. Educación y promoción de vocaciones matemáticas.
8. Lugar de las aplicaciones en la enseñanza de las matemáticas.
9. Creatividad y educación matemática.

Estos dos ejemplos son una muestra de los intentos por sistematizar las cuestiones prioritarias surgidas en el trabajo sobre educación matemática. A comienzos de los 80 hay una pregunta en el ambiente, a semejanza de los veintitrés problemas presentados por

Hilbert en el Congreso Internacional de Matemáticas de París en 1900, ¿es posible establecer un lista de problemas relevantes en educación matemática que marquen el curso de la educación en un futuro inmediato?

Freudenthal (1981), en un conocido trabajo, asume el reto y resume el carácter problemático de la educación matemática en doce enunciados, que siguen conservando actualmente su interés. Comienza delimitando las condiciones en las que se puede abordar la cuestión inicial:

*“Los problemas matemáticos son problemas dentro de una ciencia, que surgen en gran parte de esta misma ciencia o de otras ciencias. Los problemas en educación son problemas de la vida que surgen de necesidades que varían, modos y caprichos de una sociedad cambiante.*

*Desde tiempos antiguos los matemáticos se han pasado problemas unos a otros, tanto los principales como los secundarios: aquí está el problema, resuélvalo; si puede, cuéntenoslo; escucharé para comprobar si es una solución. En educación la solución de problemas no es una discusión sino un proceso educativo. En matemáticas, los que resuelven los problemas son los matemáticos. En educación, los problemas son resueltos adecuadamente por los participantes en el proceso educativo, por aquellos que educan y aquellos que están siendo educados.*

*En cierto sentido el título de mi discurso está equivocado: todos los problemas fundamentales de la educación matemática son problemas de la educación como tal. En otro sentido es perfectamente correcto: si uno busca problemas fundamentales el mejor paradigma de la educación cognitiva son las matemáticas.*

*Para acabar, añadiría dos puntos. Primero, no hay autoridad en educación matemática comparable a las que hay en matemáticas. Los problemas que yo creo que son fundamentales han sido elegidos de acuerdo con mi filosofía y la enseñanza de las matemáticas, que no recapitularé aquí ya que quedará implícita en los problemas y en su presentación. Segundo, aunque los problemas han sido inspirados por mi propia experiencia y filosofía, no proclamo haberlos inventado. La originalidad también tiene otro sentido en la educación matemática del que tiene en matemáticas.”*

Después de esta introducción, que es una lección de cómo se presentan las relaciones entre matemáticas y educación matemática, y por qué surgen mayores dificultades en esta última, Freudenthal presenta, mediante una cadena argumental sólida y bien construida, los enunciados de los problemas que él considera más importantes en educación matemática. El primer problema lo presenta mediante una preformulación y lo caracteriza como el más cercano a la realidad y el más urgente. Su enunciado es como sigue: “¿Por qué Juanito no sabe operar?”. Esta sencilla cuestión le lleva a plantearse el problema del diagnóstico de las dificultades que encuentran los niños en su aprendizaje de las matemáticas:

*“Diagnóstico y prescripción son términos tomados de la medicina por educadores que pretenden imitar a los médicos. Lo que ellos imitan en realidad es la medicina de un período anterior, que es el curanderismo de hoy. El diagnóstico médico de los primeros tiempos*



*aspiraba a señalar lo que estaba mal. El verdadero diagnóstico nos dice por qué algo fue mal. La única manera de saber esto es observar el fracaso del niño y tratar de comprenderlo.”*

Llega de este modo, mediante analogías de carácter clínico, a reformular la primera cuestión y la sustituye por:

*“1. ¿Cómo aprende la gente?, que es la pregunta apropiada, y la forma de contestarla sería:*

*Observando los procesos de aprendizaje, analizándolos y dando un informe de los paradigmas; los procesos de aprendizaje en el sistema total de la educación; los procesos de aprendizaje de los alumnos, grupos, clases, profesores, equipos colegiales, estudiantes de magisterio, formadores del profesorado, y del observador mismo.*

*2. Aprender a observar los procesos de aprendizaje, éste es mi segundo problema fundamental de la educación matemática. En educación matemática porque creo que aprender a observar los procesos de aprendizaje matemático es la aproximación más fácil al problema de aprender a observar los procesos de aprendizaje en general. Observar trae consigo analizar, y por analizar no me refiero a promediar o a aplicar otros procedimientos estadísticos ni a encajar los datos de la observación a modelos preconcebidos de psicología evolutiva (...)*

*3. La historia de las matemáticas ha sido un proceso de aprendizaje de esquematización progresiva. Los jóvenes no necesitan repetir la historia de la humanidad pero tampoco debería esperarse que empezaran en el mismo punto en el que se quedó la generación precedente. En algún sentido los jóvenes deberían repetir la historia, aunque no aquella que tuvo lugar en realidad sino aquella que habría tenido lugar si nuestros antecesores hubieran sabido lo que por fortuna nosotros sabemos.*

*La esquematización debería verse como una progresión psicológica más que histórica (...)*

*Este es entonces mi tercer problema fundamental de la educación matemática: ¿Cómo usar la esquematización y formalización progresiva al enseñar cualquier tema matemático?” (...)*

A partir de aquí se plantea la dicotomía entre intuición, comprensión y reflexión, por un lado, y memorización, rutinas, ejercicios mecánicos y algoritmos, por el otro; o también la disyunción entre teoría y práctica. A través de un análisis detallado del papel de la intuición en el aprendizaje enuncia su cuarto problema fundamental de la educación matemática:

*4. “¿Cómo mantener abiertas las fuentes de intuición durante el proceso de formación? ¿Cómo estimular la retención de la intuición, en particular, en el proceso de esquematización? ¿Cómo puede alcanzarse este objetivo? La solución que propongo es tener el reflejo del alumno en sus procesos de aprendizaje”.*

De aquí da entrada a los siguientes problemas:

5. *“Este entonces es mi quinto problema fundamental de la educación matemática: ¿Cómo estimular la reflexión sobre las propias actividades físicas, mentales y matemáticas?”*

6. *Reflexionar sobre las propias actividades físicas, mentales y matemáticas es un importante componente de lo que se llama una actitud matemática.*

*He dudado sobre si debería incluir en la lista de mis problemas fundamentales: ¿Cómo desarrollar una actitud matemática? Mi problema es que aunque sabemos bastante bien lo que entendemos por actitud matemática, sólo podemos describirla mediante una larga lista de ejemplos y contraejemplos -demasiados para ser abordados en una hora, ni siquiera en una semana- (...)*

7. *Mi séptimo problema fundamental de la educación matemática es: ¿Cómo está estructurado el aprendizaje de las matemáticas según los niveles?, y ¿puede utilizarse esta estructura en los intentos de diferenciación? (...)*

8. *“Mi octavo problema fundamental es: ¿cómo crear contextos adecuados para enseñar a matematizar?”*

Esto le lleva plantearse cuestiones de geometría, que conducen al noveno enunciado:

9. *“Mi noveno problema de la educación matemática es: ¿Se puede enseñar geometría por reflexión del alumno sobre sus intuiciones espaciales?”*

Teniendo en cuenta el desarrollo tecnológico actual se plantea también unas reflexiones relativas a calculadoras y ordenadores, que dan lugar a la cuestión correspondiente:

10. *“Mi décimo problema fundamental de la educación matemática puede formularse así: ¿Cómo pueden usarse las calculadoras para despertar e incrementar la comprensión matemática?”*

Y continúa:

*“Más que en el sillón o el laboratorio los problemas de educación se resuelven en el proceso educativo. Si esto es cierto, entonces en nuestro mundo real resolverlo será un proceso lento, un proceso social, un largo proceso de aprendizaje de la sociedad. ¿Se podría dirigir, se podría guiar? ¿Sería probable que existiera una estrategia de cambio? (...) El desarrollo del currículo visto como una estrategia de cambio es una perspectiva suficiente. Mi propio punto de vista, ahora compartido por mucha gente, es el desarrollo de la educación. Esto quiere decir una actividad educativa integrada, dirigida a la educación en total, en lugar de a los detalles. Dirigirse a la educación en total quiere decir, simplemente, no sobreestimar las propias fuerzas, no disipar la propia energía vacilante”.*

De aquí el undécimo problema:

11. *“\* Cómo diseñar el desarrollo global de la educación como una estrategia de cambio?”*

Y la duodécima cuestión consiste en *“un nuevo planteamiento y reformulación de la formación del profesorado”*

Los enunciados de Freudenthal dan la medida exacta del avance experimentado por la educación matemática desde el acta fundacional de la CIEAEM, en la que se hacen unas descripciones válidas, pero muy generales, hasta el comienzo de la década de los 80, en la que un matemático y educador, con el prestigio, la formación y la autoridad moral de Freudenthal analiza algunas de las cuestiones más relevantes, que están en la base de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Planteando la educación matemática como un campo de problemas, cuyos enunciados y soluciones provisionales conducen a nuevas cuestiones, podemos apreciar el considerable avance realizado durante esos años.

#### **IV Planteamiento de los especialistas en la década de los 80.**

En enero de 1983 D. Wheeler, editor de la Revista *For the Learning of Mathematics*, escribió una carta a 60 educadores matemáticos prestigiosos, de diferentes países, invitándoles a participar en un pequeño ejercicio. El ejercicio consistía en formular un número de “*problemas*” específicos cuya solución, probablemente, hiciese avanzar sustancialmente nuestro conocimiento sobre la educación matemática. Como antecedente citaba los 23 problemas propuestos por Hilbert en el marco del Congreso Internacional del IMU, París 1900, si bien señalaba algunas diferencias debidas a que nuestro campo no tiene tras de sí una historia larga y llena de éxitos y a la no existencia aún de criterios universalmente aceptados para determinar qué problemas en nuestro campo tienen o no solución.

Recordaba los términos en que Hilbert hizo su propuesta: *“permitamos que las cuestiones no establecidas surjan de nuestras mentes y miremos hacia los problemas que la ciencia de hoy propone y cuyas soluciones podemos esperar para el futuro”*. También pedía a sus problemas que estuviesen enunciados claramente, en un modo fácil de entender y que fuesen difíciles pero no completamente inaccesibles. Una de las metas de este ejercicio debe ser mostrar cómo percibimos la extensión de nuestro campo. *“Os dejo decidir los límites de la educación matemática, podeis incluir problemas que pueden etiquetarse como ‘psicológicos’, etc.; a condición de que cumplan el criterio de lograr, mediante su solución, un avance en educación matemática”*.

A lo largo de los tres números correspondientes al Volumen 4 de la revista mencionada, se fueron publicando las aportaciones de veintiuno de los educadores matemáticos consultados. Las respuestas ocupaban 22 páginas, distribuidas en los tres números indicados. En total se aportaron o enunciaron 126 cuestiones o problemas relevantes para la educación matemática, de gran variedad y riqueza de matices.

Presentamos en lo que sigue una selección resumida de aquellas aportaciones que nos han parecido mas significativas; en cada caso indicamos previamente el autor o autores resumidos. El orden de presentación respeta el orden de aparición en la revista.

**G. Howson.** Centre for Mathematics Education. University of Southampton. Reino Unido.

No cree que el término problema en sentido matemático tenga una analogía válida para la Educación Matemática.

*“Antes que eso yo diría: Debiera ayudarme para saber más acerca de... la motivación de los alumnos y el modo en que está siendo afectada por los cambios económicos, políticos y sociales, el modo en que los profesores perciben su papel, ya que ésto podría ayudarme a entender sus metas y temores y los problemas que conviene atacar si uno desea llevar a cabo un cambio; lo que se considera “capacidad matemática”...*

*Debería ayudarme a disponer de un marco teórico mejor, dentro del cual considerar/ estudiar/ investigar la educación matemática (por el momento no pido una teoría, sino el marco que puede ayudarme a desarrollar una).*

*Una pregunta final: la capacidad matemática ¿está dirigida por factores innatos neurológicos/ psicológicos/ genéticos? y , si es así, ¿en qué extensión?”*

**T. Kieren.** Department of Secondary Education. University of Alberta. Canadá.

Considera que la construcción del conocimiento matemático personal implica cinco facetas. En primer lugar, la naturaleza de la actividad matemática en este área es psicológica y, por tanto, incluye factores como el procesamiento de la información, la percepción, memoria y mecanismos de desarrollo. La segunda faceta la denomina “variación matemática” y se refiere a la conveniencia de considerar la consistencia de un sistema matemático: la construcción del conocimiento personal necesita y pide experiencias con diferentes variaciones. La tercera faceta de la construcción del conocimiento se centra sobre los niveles de control simbólico. Hay también otras herramientas de pensamiento que se utilizan para construir matemáticas y que denomina mecanismos constructivos (contar, formar razones). La faceta final de la construcción del conocimiento son las imágenes, que describe, simplemente, como dibujos mentales. Su hipótesis es que el conocimiento matemático útil se construye mediante coordinación de estas cinco facetas; describe esta hipótesis como neomentalista. Y continúa:

*“Creo que las matemáticas se refieren a las respuestas del cerebro a los patrones, se puede decir que las matemáticas son lo que podemos decir acerca del impacto de los patrones en el cerebro. Por esto la construcción del conocimiento matemático es algo muy personal (producto de la invención), pero sus expresiones externas que reflejan el funcionamiento del cerebro tienen carácter universal.”*

Después de esta introducción, que sirve para establecer su interés prioritario por las cuestiones psicológicas y su posición teórica en relación con el conocimiento matemático, pasa a enunciar una serie de problemas, que denomina problemas/hipótesis. Las cuestiones así planteadas son las siguientes:

1. Los axiomas de un sistema matemático *“apuntan a los principales problemas de la construcción del conocimiento”* (¿por qué los axiomas son axiomas?).

2. ¿Cuáles son los mecanismos constructivos de las matemáticas y cómo funcionan en la construcción del conocimiento?

3. La amplitud del conocimiento matemático personal está directamente relacionada a la experiencia con variaciones matemáticas.

4. Se ha hablado sobre un desarrollo del uso del lenguaje y el simbolismo a través de la historia que recorre las fases: jeroglífica (con identificación de la palabra/símbolo y el objeto), hierática (la palabra reemplaza metafísicamente al objeto) y demótica (la palabra se utiliza analíticamente sin tener necesariamente un objeto en la mente). Sobre esta consideración plantea cuatro conjeturas o subcuestiones relacionadas:

a) El lenguaje matemático informal implica la identificación símbolo/objeto y el uso metafórico de símbolos.

b) Dado un tópico matemático, ¿qué secuencias simbólicas son apropiadas?

c) Dado un tópico matemático, ¿qué secuencias simbólicas son adecuadas para un aprendiz?

d) Muchas personas han discutido las funciones del lenguaje oral en la instrucción matemática y la construcción del conocimiento. ¿De qué modos el lenguaje oral empleado por el profesor y por el “*constructor del conocimiento*” funciona en la construcción del conocimiento? ¿Por qué?

5. Las conexiones del conocimiento matemático de una persona dependen de la dedicación -paciencia- durante la instrucción.

6. Hipótesis: la construcción del conocimiento matemático requiere el desarrollo deliberado y coordinado de las imágenes, simbolismo y mecanismos constructivos. Las imágenes matemáticas y los mecanismos constructivos son de naturaleza dual.

7. Esta cuestión está relacionada con las seis anteriores: ¿Cuál es la relación entre las estructuras de la memoria y el conocimiento estructural de cada persona?

**N. Balacheff**, Universidad de Grenoble. Francia.

El primer problema que plantea es de carácter general y se refiere a la ausencia de un cuadro teórico, preciso, pero que esté suficientemente compartido y sea específico de la Didáctica de la Matemática. Por ello enuncia:

*¿Qué cuadro teórico, qué cuadro experimental hay disponible para las investigaciones sobre enseñanza de las matemáticas?*

Y continúa: Los problemas que nos preocupan se articulan sobre tres términos: las matemáticas, el alumno, la situación escolar. Aquí hace referencia a los trabajos desarrollados en Francia sobre estos tres elementos.

Para concluir reflexiona sobre la resolución de problemas. Se tiene, en este momento, un conocimiento bastante sólido de los principales variantes heurísticos, pero es muy poco lo que se sabe sobre su funcionamiento. En otras palabras: ¿Cuáles son los procesos en el origen de una decisión heurística determinada?

Le parece más razonable tratar de precisar los procesos de control del trabajo en la resolución de un problema, y considera dos tipos principales: Los controles por la significación o controles semánticos, lo cual subyace al carácter central de los aspectos

conceptuales. Los controles mediante procedimientos de prueba, cuya forma más completa en matemáticas es la elaboración de una demostración.

**J. Kilpatrick:** Department of Mathematics Education. University of Georgia. USA.

Las ideas principales de su trabajo son las siguientes:

*“Cada generación de educadores matemáticos se encuentra finalmente luchando con muchos de los problemas que la generación anterior creyó haber solucionado; pienso que es probable que se trate de una condición permanente de nuestro campo y no simplemente un producto de nuestra corta historia y nuestra carencia de acuerdos sobre los criterios de qué problemas son resolubles.*

*He intentado definir tres problemas, los tres se encuentran situados entre el currículo y la instrucción.*

*El primer problema se refiere a las destrezas y al automatismo en las respuestas; el enunciado hilbertiano puede ser el siguiente: Por cada destreza en el currículo de las matemáticas escolares ¿qué nivel de automatismo es óptimo para el uso posterior de esta destreza, y cómo puede conseguirse que la destreza sea significativa sin inhibir el automatismo?*

*El segundo problema se refiere a la visión jerárquica del aprendizaje matemático que mucha gente ha adoptado, ¿cómo afecta esto a la enseñanza de las matemáticas?. El enunciado hilbertiano puede ser así: ¿Cuáles son los efectos sobre el aprendizaje si la instrucción se dirige hacia el logro de ciertos objetivos de “alto nivel” cuando sólo se han logrado de manera imperfecta los objetivos de “bajo nivel” relacionados?*

*El tercer problema se refiere a la transferencia; en términos hilbertianos podemos decir: ¿Qué habilidades intelectuales generales quedan afectadas por el estudio de las matemáticas y cómo son afectadas? Enunciado de este modo el problema es muy amplio para dirigirlo razonablemente, pero algunas partes del problema pueden estar disponibles para su ataque”.*

**J. Confrey.** Holyoke College. South Hadley. USA.

Elabora una lista de problemas conocidos, aún no resueltos, y sobre cuya importancia coinciden psicólogos cognitivos, educadores matemáticos e investigadores en modelos de procesamiento de la información. Esa lista inicial le permite organizar las cuestiones que considera más significativas y que presenta agrupadas en epígrafes generales:

#### **“APRENDIZAJE**

1. *La mayor parte de los datos de investigación son negativos, nos informan acerca de lo que los estudiantes no conocen en relación con nuestras expectativas. Una cuestión es ¿Cuál es la estructura que unifica estas concepciones alternativas y mis concepciones y qué es lo que guía su desarrollo?*

2. *(Pregunta de Toulmin) ¿Bajo qué cuestiones una persona o grupo cambiarán un concepto?, ¿Hay ejemplos claves?, ¿de qué tipo?, ¿son esenciales los conflictos?, ¿qué papel juega el uso del lenguaje?*

3. *¿Qué resultados medibles miden la comprensión? ¿La habilidad en la resolución de problemas? ¿Se pueden crear medidas de estas características?*

#### ENSEÑANZA

1. *La investigación sobre enseñanza ha admitido en su mayor parte las pruebas de rendimiento como no problemáticas y ha ignorado las peculiaridades de la materia. Por tanto, la cuestión es: ¿Cómo se realiza en el aula el ajuste entre lo que el profesor intenta enseñar y lo que en realidad un estudiante aprende sobre una materia particular?*

2. *¿Cómo pueden aprender los estudiantes de todos los niveles? Se trataría en este caso de disponer de algunos proyectos que sirvan como pruebas.*

#### INVESTIGACIONES SOCIOLOGICAS

1. *Se necesitan hacer algunos estudios sobre el aprendizaje de las matemáticas de carácter inter-racial, inter-sexual, inter-clases e intercultural.*

2. *El estudio de las mujeres y las matemáticas debe entrar en el aula.*

#### CONCEPCIONES SOBRE LAS MATEMATICAS Y SU APRENDIZAJE:

1. *Una revisión de las razones para enseñar matemáticas parece necesaria, especialmente como consecuencia de las extraordinarias innovaciones en tecnología. ¿Conciben los profesores las matemáticas como un sistema rígido?, ¿son conscientes de los conceptos alternativos y de los cambios profundos en los métodos y criterios?*

#### FORMACION DE PROFESORES

1. *Se necesita desarrollar investigación sobre el proceso de cambio que se produce en los profesores desde que son estudiantes, pasan por estudiantes para profesor, profesores novatos y profesores experimentados.*

*¿Cuáles son las demandas y las influencias que sostienen a los profesores cuando comienzan en la profesión?*

#### CURRICULUM

1. *Las reformas curriculares están sucediendo de una forma algo dramática y sus contornos me superan. Sin embargo, las demandas sobre el currículo tradicional son enormes; el resultado es la cantidad de huecos en el conocimiento de los estudiantes”.*

**A. Bishop.** Department of Education. University of Cambridge. Reino Unido.

Más que problemas, considera que en educación matemática se plantean áreas problemáticas; a continuación pasa a enunciar las que, para él, resultan más importantes, y que resumimos.

1. *¿Cómo podemos descubrir más acerca de las metas de los niños en la clase de matemáticas?*

2. *¿Qué papel desempeñan los medios de comunicación en la conformación del conocimiento y metaconocimiento matemáticos?*

3. *¿Cuáles son las diferencias esenciales entre aprender matemáticas mediante un texto o mediante otra persona?*

4. *¿Cómo podemos liberar los ordenadores de la trampa matemática?*

5. *¿Cómo limitar la generalidad de las matemáticas? Hay un supuesto admitido de que, debido a que las matemáticas han invadido todas las esferas de la vida, esto es correcto. Las matemáticas ofrecen un camino para construir e interpretar la realidad, pero no conviene sobrevalorar su importancia. ¿Cómo podemos en educación matemática establecer los límites sobre el valor de nuestra materia?*

6. *¿Cómo puede eliminarse del vocabulario del profesor el constructo 'capacidad matemática'?*

7. *¿Cómo lograr que la enseñanza de las matemáticas sea más educativa y menos de adiestramiento?*

8. *¿Cómo podemos lograr más problemas valiosos que satisfagan ambos criterios de realismo y relevancia para los niños y de credibilidad matemática?*

9. *¿Cómo se comparte el significado matemático?, ¿cómo se puede compartir el significado de los demás? Es un problema para los niños trabajar en grupos y para los profesores tratar de compartir sus significados con los niños individualmente.*

10. *¿Cómo podemos mejorar las destrezas de comunicación de los niños en la clase de matemáticas?*

11. *¿Cómo mantener los avances metodológicos? Solamente veo metodologías extremadamente limitadas en el momento actual en las escuelas. No se observa crecimiento en nuestra sofisticación metodológica, sólo cambios y diferencias."*

**E. Fischbein.** School of Education. Tel Aviv University. Israel.

Considera tres categorías principales de problemas:

\* Problemas generales, cuya respuesta debe darse mediante análisis teóricos serios.

\* Problemas psicodidácticos específicos que requieren investigaciones empíricas sistemáticas, complejas y extensivas.

\* Problemas que surgen de la metodología de investigación en educación matemática.

Pasamos a enumerar los problemas planteados.

#### **“PROBLEMAS GENERALES**

1. *¿Cuáles son los objetivos generales, básicos de la educación matemática?*

2. *Un segundo problema teórico, más específico, es el de la organización y presentación de los diferentes tópicos. ¿Debe mantenerse una distribución clara y precisa entre las diferentes ramas de las matemáticas (aritmética, geometría, etc.) o sería mejor integrar, tanto como sea posible, los diferentes tópicos?*

#### **PROBLEMAS DE INVESTIGACION**

1. *¿Resulta posible identificar aptitudes específicas que garanticen el éxito de una persona en matemáticas? Si lo creemos así, ¿es posible desarrollar tales aptitudes mediante entrenamiento específico?*

2. *Acerca del razonamiento matemático.*



*¿Cuál es el papel de los incentivos intuitivos, modelos intuitivos en la comprensión, aprendizaje y creación en matemáticas? ¿Es posible superar las siguientes contradicciones?:*

*i. Por una parte, los alumnos tienen una comprensión sobre lo que las matemáticas son - un sistema de enunciados organizados deductivamente, que trabajan sobre objetos mentales y operaciones ideales, completamente conceptualizados, cuya verdad está solamente garantizada dentro del sistema. Por otra parte las matemáticas representan una potente herramienta para resolver problemas prácticos, cuya fuente se encuentra en la propia realidad.*

*ii. Las matemáticas son un sistema formal de enunciados abstractos y, además, para aprender, comprender y crear en matemáticas el papel de la intuición es absolutamente esencial.*

*4. ¿Cómo introducir y cómo desarrollar el concepto y el uso correcto de lo que es una prueba matemática?*

*5. ¿Cómo utilizar las representaciones gráficas, los materiales estructurados y las técnicas audiovisuales para estimular el interés de los alumnos por las matemáticas y su comprensión de los conceptos y operaciones?*

#### **PROBLEMAS RELATIVOS A LA PROPIA INVESTIGACION EDUCATIVA EN MATEMATICAS**

*La enseñanza de las matemáticas ha aprovechado muy poco la enorme cantidad de investigación realizada sobre psicología evolutiva y de la educación, y más específicamente, la educación matemática. Cabe suponer que la aproximación básica es, como mínimo, poco eficiente si no es que está completamente equivocada. Es el problema general de la estrategia de aplicar las investigaciones en las ciencias del comportamiento el que se ejemplifica aquí”.*

**G. Vergnaud.** C.N.R.S. París. Francia.

*“Creo que la educación matemática aún no ha evolucionado lo suficiente y aún no ha alcanzado la etapa de los problemas bien definidos. No obstante, he aquí mi reflexión:*

*1. ¿Cómo cambian las concepciones de los niños y adolescentes sobre la adición, sustracción, multiplicación y división?, ¿mediante qué situaciones?, ¿a través de qué pasos?*

*2. ¿Cómo podemos relacionar el álgebra y las funciones (especialmente los conceptos de incógnita, variable y parámetro) con situaciones significativas?*

*3. ¿Cómo puede ayudar o, eventualmente, estorbar la informática a la educación matemática”.*

**M. Behr; J. Bernard; D. Briars; G. Bright; J. Threadgill-Sodwer; I. Wachsmuth.**

Department of Mathematical Sciences. Northern Illinois University. USA. Resumimos las cuestiones planteadas por estos autores:

- “1. ¿Es posible mejorar el éxito de los alumnos en matemáticas formales mediante una instrucción en leer símbolos matemáticos con comprensión?
2. Hawkins identificó “barreras críticas”: conceptos aparentemente elementales pero que pueden ser excesivamente opacos y difíciles para los que aún no los han asimilado, aunque son esenciales para continuar el aprendizaje científico. Es necesario hacer investigación para identificar tales conceptos, caracterizar las dificultades de los estudiantes con ellos y diseñar instrucción efectiva para ellos.
3. ¿Se puede contribuir a una mejora de la instrucción mediante una evaluación éxito/fracaso de los profesores (sus destrezas y hábitos, paradigmas de instrucción, metáforas, etc.), que permita controlar la denominada variable del profesor?
4. ¿Cuáles son las características de un buen profesor de matemáticas?
5. ¿Cuáles son las características de los elementos no humanos en una buena instrucción?
6. ¿Qué métodos hay para medir los efectos de la instrucción que se proporciona en matemáticas?
- ¿Como podemos atribuir las nociones afectivas sobre las matemáticas a aspectos particulares de la instrucción? ¿Cómo puede medirse la implicación de los estudiantes en las matemáticas?
7. Una aproximación a la enseñanza de las matemáticas en secundaria, con aumento en el énfasis sobre la riqueza de conexiones de las matemáticas con numerosos campos tales como el arte y la música, la física, y una disminución en el énfasis reduccionista, ¿podría: i. proporcionar instrucción matemática adecuada?; ii. atraer e implicar emocionalmente a los estudiantes?; iii. proporcionar una riqueza de componentes imágenes como base para una aproximación reduccionista posterior para aquellos que deciden continuar en las matemáticas o en la ciencia?
8. ¿Qué destrezas y conceptos matemáticos sería apropiado enseñar para trabajar en máquinas y nuevas tecnologías?
9. i. ¿Debemos modificar la definición de cálculo para adaptarse al nuevo tipo de cálculo mecánico?
- ii. ¿Debe modificarse la naturaleza de una prueba con el uso del ordenador y la tecnología de la información?
- iii. ¿Debemos transmitir una nueva clase de prueba técnica como parte del currículo de secundaria?
10. ¿Cómo debemos actuar en la recomposición de los currículos de matemáticas a la vista de la disponibilidad de microordenadores?
11. ¿Qué diferencias cognitivas influyen en la capacidad matemática? ¿Qué diferencias de estilo de aprendizaje afectan al aprendizaje de las matemáticas?
12. ¿Cómo podemos conseguir que los profesores se desvien de sus prototipos de instrucción matemática e introduzcan nuevos métodos y currículos? ¿Sería adecuado introducir resultados y logros sobre instrucción en los programas de enseñanza, que no permitiesen volver a los viejos hábitos?

13. *¿Qué modificaciones deben hacerse en tales programas, o en los procedimientos de certificación, para desarrollar totalmente y utilizar sus talentos, con la seguridad de una competencia de nivel profesional, en las áreas fundamentales de las destrezas de comunicación, conocimiento matemático y destrezas de gestión en el aula?*

14. *¿Qué modelos de presentación alternativos pueden desarrollarse, comparables con las teorías del aprendizaje, para enseñar las ideas clave de las matemáticas a un amplio rango de estudiantes de modo que consigan una fundamentación firme y significativa para poder aplicarla y llegar a un aprendizaje matemático y técnico más amplio?*

15. *¿Cómo se ve afectado el aprendizaje de las matemáticas por lo que los alumnos piensan que son las matemáticas?*

16. *¿Qué cambios en la capacidad de los niños para trabajar con proporciones pueden esperarse si se enseñan los decimales antes que las fracciones?*

17. *¿Qué paradigma de investigación cognitiva parece ser más fructífero para adoptarlo en educación matemática?"*

**Mason, J.** Faculty of Mathematics. The Open University. Reino Unido.

Las cuestiones cuyo enunciado destaca son:

“1. *¿Cómo puede fomentarse y mantenerse una reconstrucción permanente del conocimiento matemático durante el proceso de instrucción?*

2. *¿Cómo puede reconocerse y fomentarse un equilibrio adecuado entre las matemáticas sociales y las personales?*

3. *¿Cuál es la contribución real de las matemáticas a la cultura? ¿Cómo pueden modificarse y actualizarse las imágenes sociales y personales de las matemáticas?*

4. *¿Son las matemáticas realmente esenciales?*

5. *¿Qué interacciones hay entre la experiencia de los adolescentes y las matemáticas, particularmente, pero no exclusivamente, en las mujeres?*

6. *¿Qué significa conocer algo en educación matemática? ¿Cómo puede pasar este conocimiento de una persona a otra? ¿Qué alternativas hay al modelo de investigación por acumulación? Eficiencia, hechos y experimentos replicables son todos ellos artefactos de la metáfora mecánica producida por la revolución industrial. No son ya apropiados en un mundo que reconoce los sentimientos y las percepciones tanto como el comportamiento.*

7. *¿Cuáles son las energías implicadas en la transmisión entre estados tales como no-saber, tener un sentido de, ser capaz de articular, ser capaz de reproducir mediante dibujos, mediante palabras, mediante símbolos? ¿Cómo tienen lugar estas transiciones?*

8. *¿Cómo pueden valorarse los procesos, la comprensión y la sofisticación matemática?*

9. *¿Cómo puede estimularse a los profesores de todos los niveles para que admitan sus dudas e incertidumbres a la vista de las disparidades entre las intenciones de los profesores y la realización de los exámenes, como un primer paso a la posibilidad de cambiar las perspectivas?*

10. *¿Cómo puede desarrollarse el vocabulario usual para que sirva a los profesores para informar, reflexionar sobre y discutir la enseñanza y el aprendizaje con profundidad sin ser desviada por el contenido matemático.*

11. *¿Cuánto de los programas modernos está ya desfasado?*

12. *¿Cómo puedo discernir la extensión de generalidad percibida por alguien cuando trabajo un caso particular que yo considero un ejemplo genérico?"*

**D. Robitaille**, Department of Mathematics and Science Education. University of British Columbia. Canada.

La lista de seis problemas que presenta es el resultado de un trabajo de seminario, desarrollado por ocho miembros del departamento y cuatro estudiantes de doctorado.

*"1. Problema: ¿Cómo podemos evaluar y sacar partido de las fuerzas matemáticas de cada individuo?"*

*2. Problema: ¿Cómo podemos al menos acomodar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas al uso de calculadoras y ordenadores? ¿Cuál es el motivo de gastar años en desarrollar las destrezas de cálculo de los estudiantes cuando hay calculadoras tan disponibles y eficientes?"*

*3. Problema: ¿Cómo deberíamos complementar los cambios en el currículo de matemáticas?"*

*4. Problemas: ¿Cómo estimular la capacidad de los alumnos para que apliquen las matemáticas que han aprendido en circunstancias nuevas: a) dentro de las propias matemáticas; b) en situaciones en las que las matemáticas son un instrumento?"*

*5. Problema: El concepto de simetría aparece en nuestra interacción con nuestro entorno; en particular aparece de muchas formas en matemáticas. ¿Podemos utilizar la simetría como un vehículo para enseñar algunos aspectos de la resolución de problemas, y si es así, ¿debemos hacerlo? ¿De qué manera puede una comprensión general de la simetría (no solamente en geometría) ayudar en el aprendizaje de las matemáticas?"*

*6. Problema: ¿Cuál es la naturaleza del proceso de resolución de problemas en matemáticas y cómo está relacionado con procesos análogos en otras áreas? ¿Hay algo que podamos denominar el proceso de resolución de problemas en matemáticas?"*

**T. Carpenter**, Department of Curriculum and Instruction. University of Wisconsin. USA.

Este autor realiza una reflexión general sobre el planteamiento y solución de problemas en educación matemática, señalando la necesidad de disponer de un marco teórico más preciso en el que los problemas puedan enunciarse con mayor claridad, y el necesario enfoque en las investigaciones:

*"Es mi creencia que no es probable que la investigación proporcione respuestas definitivas a las cuestiones educativas fundamentales y que se harán mayores progresos si somos más modestos en nuestras metas, si nuestra investigación está enfocada con más claridad y nuestras conclusiones se hacen más cuidadosamente.*

*La investigación está empezando a proporcionar un cuadro de cómo se adquieren conceptos matemáticos específicos y está comenzando a proporcionar una comprensión del proceso de instrucción en contextos particulares.*

*Las intuiciones más claras llegan cuando la investigación está guiada por alguna teoría y esto hace posible dotar de estructura a los resultados. Es necesario identificar los problemas críticos dentro de un dominio específico”.*

**W. M. Brookes**, School of Education. University of Southampton. Reino Unido.

Al igual que el autor anterior, no plantea enunciados puntuales sino que realiza un reflexión general sobre los problemas de la educación matemática, si bien, llega a conclusiones distintas. Resumimos las ideas principales:

*“Mi trabajo me ha llevado a cambiar la pregunta “¿qué es un problema?” por la de ¿Cuándo hay un problema? La naturaleza de las preguntas que realicemos dirigirán las consecuencias. Reflexionar sobre la forma de una pregunta no es más que una herramienta que emplear sobre lo que nosotros queremos conocer, parece vital.*

*Las preguntas no son enunciables sin un contexto, sin un profesor y un alumno. Cuando el contexto no es obvio o las suposiciones obvias muestran ser incorrectas entonces actúa la dependencia de tiempo-lugar-persona, y las cuestiones trascendentales, que parecían útiles, se derriban ante un contexto relativo al cuándo-dónde-quién.*

*Los investigadores quedan tentados por la transcendencia de las palabras que describen el objeto de su investigación mediante una aceptación implícita global que parece proporcionar significado a su trabajo. Cuando digo que las preguntas deben bajar al contexto de “cuándo-dónde-quién”, quiero significar que, a menos que tenga algunas consecuencias productivas, será solamente una vuelta en falso.*

*Las cuestiones teóricas generales aparecen sólo en el metanivel y sirven para ver cómo interactúan el lenguaje, las personas y los sistemas. Una teoría del aprendizaje de las matemáticas que tenga virtualidad local, es decir, que sea especialmente adecuada para un contexto particular, es útil cuando se mantiene dentro de sus límites.”*

El trabajo presentado en la revista *For the Learning of Mathematics*, que hemos resumido, pone de manifiesto la riqueza de planteamientos con los que se enmarca el campo de la educación matemática, y permite valorar las diferencias con la situación existente hace medio siglo. Cuando los autores glosados redactan sus enunciados de problemas prioritarios hay ya una tradición consolidada en nuestro campo.

Los profesores encuestados pertenecen a Departamentos Universitarios o Centros de Investigación, forman parte de unas instituciones docentes e investigadoras que ponen a su disposición unos medios y recursos considerables; disponen de bibliotecas y hemerotecas especializadas; forman parte de equipos de investigación consolidados; contribuyen al mantenimiento de revistas propias del área, en las que publican los resultados de sus

investigaciones; se reúnen periódicamente en una gran variedad de congresos, jornadas, encuentros y simposios en los que se debaten los temas de actualidad y planifican los temas de interés para próximos estudios e investigaciones; participan en consejos editoriales, agencias de investigación educativa y equipos de asesoramiento para la toma de decisiones en educación; pero, sobre todo, representan a una comunidad de especialistas empeñados en buscar y encontrar respuesta a las cuestiones relevantes de la Educación Matemática.

En el momento presente se cuenta con mayores medios, recursos, instituciones, reuniones, capacidad de coordinación y medios de comunicación que en toda la historia de la Educación Matemática. Definir en este momento los problemas principales del área tiene una importancia, un significado y unas posibilidades diferentes. Se señalan metas a conseguir y problemas a resolver, pero también se marcan las líneas de trabajo para un gran número de personas, de alta cualificación, que van a emplear muchos recursos y tiempo en su estudio e investigación. También se establecen principios para coordinar actuaciones, comunicar resultados y señalar prioridades. Igualmente nos transmite una señal de alarma: es muy posible que en unos pocos años no nos entendamos entre nosotros; hay que recordar cuáles son las ideas más importantes, en qué campo se está trabajando y cuáles son los motivos por los que se trabaja en ello.

En la lectura de este trabajo se localizan 126 enunciados diferentes relativos a problemas o cuestiones acuciantes de la Educación Matemática, desde perspectivas muy variadas. La lista podría ampliarse con carácter prácticamente ilimitado porque, casi con toda seguridad, no hay dos educadores matemáticos que coincidan al plantear su visión de los problemas prioritarios. Lo que hace que esta lista sea importante en su carácter de muestra cualificada, que permite conocer cuáles son las grandes áreas de problemas en nuestro campo y el hecho común que todas destacan: el campo de trabajo que denominamos educación matemática es, en primer término, un campo de problemas.

## **V. Actualidad de la Educación Matemática como campo de problemas.**

Se puede señalar el V ICME, celebrado en 1984 en Adelaida (Australia), como fecha de referencia para apreciar una modificación considerable en el modo de considerar los problemas fundamentales de la Educación Matemática. Uno de los cambios más significativos lo encontramos en el énfasis dedicado a la necesidad de ligar profundamente los estudios teóricos con las aplicaciones prácticas. Kilpatrick (1985) pone de manifiesto esta situación, cuando dedica un Editorial del JRME a explicar el tratamiento dado a la **conexión entre teoría y práctica** en Adelaida, mediante la organización de los asistentes en grupos de discusión y debate de unos 15 participantes de diferente nivel de formación, que celebraron al menos tres sesiones de hora y media de duración; muchos de ellos se reunieron bajo el lema *“Teoría, investigación y práctica en Educación Matemática”*, que dio lugar a un voluminoso dossier de conclusiones (Bell y otros, 1985). Kilpatrick reconoce los múltiples inconvenientes que tuvo la puesta en marcha de este sistema de trabajo, en el que investigadores y profesores de distintos niveles tuvieron que plantearse y discutir

conjuntamente los problemas reales de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero también reconoce el enorme valor que tuvieron estas sesiones y la importancia para conservar el sentido de pertenencia a una misma comunidad: “*Queremos y debemos ser una comunidad*”, es la conclusión de su informe. La idea de una gran comunidad de educadores matemáticos, que incluye personas con formación e intereses muy variados, en la que los problemas teóricos, los de investigación y los prácticos no son áreas disjuntas, sino que hay que potenciar el máximo de conexiones entre ellas, es una característica importante del momento actual.

En esta misma línea tenemos la aportación del grupo BACOMET. El grupo Bacomet se constituyó en 1979 con especialistas en Educación Matemática, pertenecientes a países europeos y americanos, con la intención de estudiar las componentes básicas de la educación matemática para profesores (**B**ASIC **C**OMPONENTS OF **M**ATHEMATICS **E**DUATION FOR **T**EACHERS = BACOMET).

El grupo ha celebrado varios encuentros, en los que ha discutido sobre las contribuciones que puede realizar la Didáctica de la Matemática como disciplina al profesor en ejercicio y al profesor en formación. Este trabajo se hace necesario y tiene interés debido al poco tiempo del que dispone el profesor/ educador; también a los conocimientos y experiencias limitadas que tienen los profesores novatos y sobre los cuales deben construir su formación; e, igualmente, a los complicados problemas relativos a prioridades y énfasis que van a surgir en su tarea como educadores. Para abordar los problemas señalados y determinar los componentes básicos, fundamentales de la Didáctica de la Matemática, que debieran tener prioridad destacable en cualquier programa de formación de profesores, se constituyó este grupo internacional. Sus objetivos iniciales (Christiansen y otros, 1986) fueron:

*a) Identificar las componentes básicas mencionadas.*

*b) Preparar un estudio que permitiese abordar la formación de profesores/educadores, con una revisión de los aspectos más importantes de la situación actual y un análisis de componentes.*

*c) La promoción de investigación y actividades de desarrollo, que podrían contribuir a mejorar la identificación de las componentes, y que serían también valiosas para los profesores y personal implicado en su formación.*

*d) La utilización de la cooperación internacional como fuente de inspiración y motivación, y como medio de mejorar la calidad del trabajo científico dentro de nuestra disciplina.”*

En la introducción de la obra de este grupo se señalan algunas de las decisiones que tomaron durante el desarrollo de su proyecto. En primer lugar, determinar la población a la que se dirigen; se acordó que debiera ser principalmente el grupo internacional de profesores/educadores. Una segunda decisión fue la relativa al contenido del trabajo; se decidió que tal conocimiento debiera ser lo más útil posible para el profesor en el desempeño

de sus funciones, es decir, conocimiento para la acción. Esto llevó a plantear las relaciones entre el conocimiento teórico, por una parte, y, por otra, el “saber cómo” de los profesores cuando trabajan y actúan de forma adecuada en el aula.

Las relaciones entre teoría y práctica representaron para el grupo BACOMET “una de las cuestiones más importantes que afectan a la Educación Matemática.” La lista de títulos de los capítulos del trabajo que estamos comentando expresan una visión precisa y profunda de algunas de las cuestiones principales de nuestro campo; su desarrollo y tratamiento merecen la lectura de los especialistas en educación matemática.

En conclusión, además de la importancia asignada a las **relaciones entre teoría y práctica**, hay una segunda característica relevante en la década de los 80: resulta aceptable una clasificación o tipificación de la pluralidad de cuestiones que afectan a la educación matemática lo cual da lugar a considerar la aportación a este campo de diversas disciplinas. Si volvemos la vista a los 126 enunciados publicados en *For the Learning of Mathematics*, y ayudándonos de la clasificación que presenta Confrey, podemos situar los problemas allí enumerados en uno de los siguientes apartados:

Teóricos; Curriculares ;Formación del Profesorado; Epistemológicos;  
Cognitivos; Metodología de Investigación; Sociológicos; Enseñanza.

Un rápido recuento proporciona la siguiente distribución de frecuencias de enunciados por categorías o disciplinas:

<b>Categoría</b>	Teóricos	Epistemológicos	Sociológicos	Curriculares	Cognitivos	Enseñanza	Formación Profesorado	Investigación
<b>Frecuencia</b>	4	7	9	15	62	16	11	3

Está claro que hay apartados prioritarios dentro de la clasificación anterior; el 50% de los enunciados son problemas planteados desde la psicología; otro 25% lo constituyen problemas relativos al currículo y a la enseñanza; mientras que sólo un 10%, aproximadamente, son problemas cuyo enunciado determina cuestiones teóricas o epistemológicas relevantes.

Esta reflexión es importante para conocer las prioridades, o los campos en los que está trabajando una mayoría considerable de los educadores matemáticos, pero resulta insuficiente si no la matizamos con una segunda idea, igualmente importante: la educación matemática no puede reducirse a ninguno de sus componentes, por mucha importancia relativa que les podamos conceder. En este sentido, la reflexión que realiza Kilpatrick (1985) es clarificadora.



*“Puede que la educación matemática aún no haya evolucionado hasta el punto de merecer que se la considere como una disciplina, pero está constituyéndose como un serio campo de estudio por todas partes alrededor del mundo. Debido a que se inspira y apoya tan fuertemente en tantos otros campos, muchas veces ha encontrado difícil establecer y mantener su propia identidad. Muchas personas desearían ver claramente reconocida la educación matemática como una de las ciencias matemáticas, al menos de modo equivalente con otros campos aplicados como la estadística o la investigación operativa. Tal reconocimiento, sin embargo, no va a llegar desde las matemáticas.*

*Algunas personas consideran la educación matemática como un puente que cubre el hueco entre las disciplinas de la matemática y la psicología, y en particular la nueva rama de la psicología conocida como ciencia cognitiva. Aunque mucho de la sustancia y de la metodología de investigación de la educación matemática han venido de psicología, la psicología puede resultar ser un falso -o al menos excesivamente posesivo-amigo.*

*Recientemente, A. Bishop ha urgido a los investigadores en educación matemática a que presten más atención a lo que él llama la dimensión social. Además del nivel individual, la dimensión social en la que las matemáticas se aprenden y se enseñan incluye niveles pedagógicos, institucionales, sociales y culturales. Todos estos niveles están conectados con serias disciplinas académicas; una alianza demasiado fuerte con la psicología puede cegar a los investigadores sobre las cuestiones y modos de investigación asociados con estas otras disciplinas.*

*La investigación en educación matemática es interdisciplinar por necesidad. Qué disciplinas conviene considerar conjuntamente depende de las cuestiones de investigación en cada caso. Muchas de las cuestiones que están siendo investigadas hoy requieren experiencia no sólo en psicología sino también en campos como la antropología, la sociología, la lingüística, epistemología, ética y política. Muchas de las cuestiones requieren también una experiencia especial asociada con la práctica de la enseñanza en el aula.*

*La constitución de un equipo de investigación interdisciplinar es un proceso largo y difícil, y cualquiera que haya sido miembro de uno de ellos nos lo puede explicar. El campo de la educación matemática necesita tales equipos. Pero también necesita investigadores que dispongan ellos mismos de alguna comprensión de varias disciplinas, una especie de personalidad interdisciplinar”.*

Una segunda característica de la Educación Matemática señala el **carácter fuertemente interdisciplinar** de nuestra materia. De ello se derivan algunos inconvenientes: el peligro de ser fagocitada por alguna de las disciplinas confluyentes; el carácter fuertemente abierto y la pluralidad de cuestiones que pueden plantearse; y, finalmente, la necesidad de contar con mentes abiertas y multidisciplinares, son algunos de los conflictos - inevitables- que surgen de esta caracterización.

A finales de los 80 nos encontramos con la siguiente situación: habiéndose debatido exhaustivamente la cuestión relativa a problemas y componentes básicos de la educación matemática, y habiéndose alcanzado algunas conclusiones importantes, que ya hemos comentado, la elaboración de listas de problemas deja de tener interés y se abandona este sistema como método para clarificar el campo y marcar líneas de trabajo.

El último intento conocido para componer una de estas listas es el realizado por R. S. Davis(1986), a sugerencia de A. Hoffer, cuando propone completar una lista de los estudios básicos que constituyen los fundamentos de la Educación Matemática en los 80. La relación presentada por Davis es la siguiente:

*“1. Estudios cognitivos de cómo los seres humanos reflexionan o aprenden matemáticas.*

*2. Diseño curricular, incorporando esfuerzos para articular algunos de los principios que subyacen en los buenos diseños curriculares.*

*3. Observación y descripción de: a) los logros de los estudiantes; b) experiencias de aprendizaje; c) sistemas de distribución social que ponen a disposición de los estudiantes posibilidades de aprendizaje.*

*4. El análisis de las necesidades sociales.*

*5. El análisis de los factores que influyen en el éxito o fracaso del aprendizaje matemático.*

*6. La explicación de los principios para proyectar y diseñar. Las lecciones y textos bien conseguidos, o los buenos cursos, no aparecen mágicamente, incluso aunque a veces lo parezca (tal y como ocurre en música). ¿Dónde puede encontrarse para la Educación Matemática lo equivalente a los libros sobre armonía, contrapunto u orquestación?*

*7. Los estudios demográficos, ¿qué grupos de estudiantes pueden distinguirse unos de otros?, ¿qué necesidades diferentes presentan?, y ¿cómo pueden convertirse estas necesidades distintas en tratamientos diferentes?*

*8. El estudio de los determinantes culturales, económicos e históricos de la educación.*

*9. Estudios internacionales, tales como el Segundo Estudio Internacional de Matemáticas (S.I.M.S.).*

*10. El estudio de la patología individual, prestando atención a las insuficiencias del aprendizaje incapaz.*

*11. Producir, reunir y criticar ejemplos sobre materiales de aprendizaje efectivo.*

*12. Estudios sobre metodologías apropiadas para los anteriores tipos de preguntas y tareas”.*

La petición realizada por Davis queda sin contestación: se ha pasado el momento de reducir la Educación Matemática a listas de enunciados de problemas, por muy completas que sean. Por otra parte, la lista de Davis es incompleta, responde a una línea de estudios e intereses muy concretos. Nosotros (Rico, 1987) ampliamos en esa fecha la lista anterior indicando algunas de sus ausencias:

*“A nuestro entender la relación anterior puede ampliarse con los siguientes temas:*

13. *Formación de Profesores. Estudio de los conocimientos que debe adquirir un Profesor en formación, según los distintos niveles de la enseñanza. Análisis de las creencias, actitudes, valores y comportamientos del Profesorado y su incidencia en la transmisión de conocimiento matemático.*

14. *Organización de la Enseñanza de la Matemática. Niveles obligatorios y opcionales. Diversificación de campos. Acomodación de los Programas dentro de una escala que va desde un aprendizaje prematuro y rápido a un aprendizaje progresivo y lento. Infraestructura administrativa a disposición de la Educación Matemática. Inicativa privada.*

15. *Formación permanente del Profesorado. Seminarios permanentes y equipos de trabajo en el Aula, incidencia en la Educación Matemática. Talleres de Matemáticas.*

16. *Evaluación de la capacidad docente y educativa del Profesor de Matemáticas en los distintos niveles. Evaluación de Programas y materiales.*

17. *Delimitación de núcleos básicos de información que debe conocer un Profesor para la puesta en marcha de un plan de actuación didáctica sobre un determinado conocimiento o proceso matemático. Elaboración y producción de materiales al efecto. Selección y organización de las bases documentales disponibles.”*

A partir de finales de los 80 la sistematización y estudio de los problemas se convierte en uno de los objetivos para los intentos de fundamentación teórica de la Educación Matemática. Los encuentros y reuniones internacionales para intercambiar informaciones, investigaciones y elaboraciones teóricas sobre los problema de la Didáctica de la Matemática se suceden en la década de los 90 con una frecuencia considerable; las publicaciones, tanto de investigación como de divulgación sobre avances concretos en la solución de estos problemas es permanente. Ya no interesa tanto elaborar la lista de los problemas prioritarios cuanto abordar la resolución de algunos de ellos desde la perspectiva del trabajo coordinado y la indagación sistemática. Una de las muestras recientes de este planteamiento es el trabajo editado como homenaje al profesor Steiner (Biehler y otros, 1994) que se organiza en diez capítulos, cada uno de los cuales se presenta como un campo de interés e investigación prioritario dentro de la disciplina Didáctica de la Matemática y se presentan resultados recientes en cada uno de ellos. La comunidad de educadores matemáticos ha entrado en una etapa de madurez y sabe que debe convivir con una diversidad de problemas para los que debe encontrar solución.

## **VI Conclusion**

La moderna sociología del conocimiento establece que, como en el resto de las disciplinas científicas, las representaciones matemáticas son construcciones sociales; aunque esta hipótesis parece cercana a un cierto relativismo y a la idea de que hay más de invención que de descubrimiento en nuestro conocimiento, toma distancia explícitamente del debate relativismo/realismo. La conjetura de la construcción social ubica el conocimiento, la

cognición y las representaciones en los campos sociales de su producción, distribución y utilización (Restivo, 1992)

La construcción social es la tesis de que el conocimiento científico es un constructo social en el sentido de que: 1) está producido mediante la interacción de grupos científicos, 2) los intereses sociales le afectan tanto a nivel organizativo como al nivel más básico de desarrollo y evaluación de teorías y técnicas. El conocimiento científico es constitutivamente social debido a que la ciencia está socialmente orientada y los objetivos de la ciencia están sostenidos socialmente. El conocimiento matemático pues, como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias materiales de personas que interactúan en entornos particulares, culturas y periodos históricos.

Teniendo en cuenta esta dimensión social, el educador matemático forma parte de la comunidad matemática ya que se ocupa de que las nuevas generaciones sean iniciadas en los recursos matemáticos utilizados socialmente y en la red de significados (o visión del mundo) en que se encuentran enclavados. Para el educador la matemática es una herramienta; cualquier enunciado matemático dado, hecho o proposición representa la organización social, actividad social e interés social y objetivos de un pensamiento matemático colectivo o comunidad de consenso.

En las modernas sociedades el sistema escolar es una institución compleja, que implica a multitud de personas y organismos y que trata de satisfacer, simultáneamente, una diversidad de fines no siempre bien delimitados y coordinados. Dentro del sistema escolar tiene lugar gran parte de la formación matemática de nuestros niños y jóvenes; esta institución debe promover las condiciones para que los más jóvenes lleven a cabo su construcción del conocimiento matemático mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos.

Las representaciones matemáticas son construcciones sociales. Los mundos numéricos están integrados y reflejan las visiones del mundo. Las visiones del mundo son productos de las estructuras sociales creadas por la gente cuando se esfuerzan por determinar y utilizar patrones y regularidades en el mundo. El éxito de las estructuras sociales y las visiones del mundo es una medida de la extensión con la que proporcionan acceso al mundo y a nosotros mismos en toda su amplitud, multiplicidad y profundidad y no a una realidad inane ilusoria o a una visión estrecha del mundo real.

El educador se ocupa de iniciar a los niños y jóvenes en la cultura de la comunidad a la que pertenecen y de transmitirles sus valores sociales; de esta cultura también forma parte el conocimiento matemático, que debe transmitirse en toda su plenitud a cada generación. La responsabilidad del educador matemático es grande puesto que la matemática es una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales. Pero la tarea del educador matemático no es fácil, ni tiene por qué serlo. Como toda tarea social debe ofrecer solución permanente a multiplicidad de opciones e intereses que surgen y se entrecruzan en el mundo actual. Llevar adelante esta tarea necesita el conocimiento y dominio de diversas disciplinas, entre las que se encuentran las matemáticas, pero que no se reducen a ellas.

Hemos detallado que la Didáctica de la Matemática es, en primer término, un campo de problemas. Pero no es una amalgama confusa de problemas, sino un campo disciplinar organizado, que trata de conjuntar herramientas de muy diversas procedencias para atender a una tarea social relevante y abordar el núcleo de su competencia: la transmisión, comunicación y construcción de conocimientos matemáticos o, mas comunmente, los problemas derivados de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El educador matemático actual se encuentra con carencias importantes debidas a una deficiente formación. Estas limitaciones, para ser superadas, necesitan que este profesional sea consciente de su especificidad, de la problematicidad de su campo de trabajo y de la necesidad de una disciplina propia que aborde la complejidad derivada de los problemas mencionados. Es una tarea para personas adultas, capaces de delimitar las necesidades de su campo profesional, de organizar su resolución y de demandar a la administración los medios y recursos necesarios para ello, y este es el momento de hacerlo.

## VII Referencias:

**Alonso, F. y otros** (1987). *Aportaciones al debate sobre las Matemáticas en los 90*. Valencia: Editorial Mestral

**Begle, E.** (1979) *Critical Variables in Mathematics Education*. Washington: Mathematical association of America and National Council of Teachers of Mathematics.

**Bell, A.; Low, B.; Kilpatrick, J.** (1985). *Theory Research and Practice in Mathematical Education*. Nottingham: Shell Centre, University of Nottingham.

**Biehler, R.; Scholz, R.; Strasser, R; Winkelmann, B.** (1994) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Pub.

**Calderón, J.; Puig, L. (edts.)** (1995) *Investigación y Didáctica de la Matemática*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

**Christiansen, B.; Howson, G; Otte, M.** (1986). *Perspectives on Mathematical Education*. Dordrecht: D. Reidel.

**Davis, R.** (1986). Status Report. *Journal of Mathematical Behavior*, Vol. 5, pp. 111- 112.

**Freudenthal H.** (1981). Major problems of Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 12, nº 2.

**Kilpatrick, J.** (1985) Editorial. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 16, nº 1.

**Kline M.** (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo XXI

**Piaget, J. y otros** (1968). *La enseñanza de las matemáticas* (Prólogo). Madrid: Aguilar.

**Puig Adam P.** (1960). *La Matemática y su enseñanza actual*. Publicaciones de la Revista de Enseñanza Media. Ministerio de Educación Nacional. Madrid.

**Restivo, S.** (1992) *Mathematics in Society and History*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher..

**Rico, L.** (1987). Educación Matemática. *Revista de Educación*. Granada: Universidad de Granada.

**Rico, L.** (1995). Formación de Investigadores en Educación Matemática: el programa de Doctorado de la Universidad de Granada, en Calderón y Puig (edts.) *Investigación y Didáctica de la Matemática*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

**Rico, L. ; Gutiérrez, J.** (1993) *Seminario: la Formación Científico- Didáctica del Profesor de Matemáticas de Secundaria*. Granada: Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.

**Rico, L.; Sierra, M.** (1991) La Comunidad de Educadores Matemáticos, en Gutiérrez, A. (edt.) *Area de Conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.

**Rico, L.; Sierra, M.** (1994) Educación Matemática en la España del siglo XX, en Kilpatrick, Rico y Sierra *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.

**Sierra, M.** (1990). El Coloquio de Royaumont, 1959. *Epsilon*, Vol. 16, 31-34.

**Steiner H.** (Ed.) (1980). *Comparative Studies of Mathematics Curricula. Change and Stability 1960-1980*, Bielefel: Institut für Didaktik der Mathematik.

**Wheeler D.** (Ed.) (1984) Research Problems in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*. Vol 4 Nº 1, págg. 40-47; Nº 2 págg. 39-44; Nº 3, págg. 22-29.

