

UNA PROPUESTA PARA ABORDAR LA TRANSICIÓN GRADOS → RADIANES

Elika S. Maldonado Mejía, Flor M. Rodríguez Vásquez, Samuel Santana Aguirre
Universidad Autónoma de Guerrero México
flormonr@hotmail.com

Campo de investigación: Pensamiento Matemático Avanzado Nivel: Medio

Resumen. *En este trabajo, mostramos los avances de una investigación en la que abordamos el problema de la transición grados - radianes. Maldonado (2005) reporta que los estudiantes (15-18 años) tienen problemas al trabajar con el argumento angular de las funciones trigonométricas, ya que el tratamiento entre las medidas presentadas en grados y las medidas presentadas en radianes es indistinto para ellos. Asimismo, Méndez (2008) señala que el tratamiento grados - radianes es ambiguo e impreciso por la falta de conciencia de la convención matemática.*

Nos enfocamos en el diseño de una secuencia de actividades al seno de la metodología Ingeniería Didáctica y la Teoría de Situaciones Didácticas, con el objetivo de que los estudiantes logren el dominio de las medidas angulares tanto en grados como en radianes.

Palabras clave: grados, radianes, transición, ingeniería didáctica

Introducción

Debido a que existen problemas en el tratamiento de las medidas angulares, nuestro interés radica en abordar específicamente el problema que existe en el aprendizaje de la transición grados – radianes. Dicho problema es reportado en el trabajo de Maldonado (2005), quien realiza un estudio sobre las Funciones Trigonométricas (FT), a partir de éste, elabora un cuestionario que aplica a estudiantes de nivel medio superior (NMS), con el propósito de inferir sobre las concepciones que tienen los estudiantes acerca de las FT. Justamente encuentra que una de las dificultades a la que se enfrentan los estudiantes es la transición *grados* → *radianes* (TGR).

Por otra parte, Méndez (2008) al realizar un estudio didáctico acerca de la TGR reporta que a esta transición, los libros de texto le dan un tratamiento ambiguo e impreciso por falta de conciencia de la convención matemática, la cual es interpretada como una propiedad emergente para establecer una relación de contenido o de ruptura de significados al momento de la integración sistémica de un conjunto de conocimientos y puede tomar la forma de una definición, un axioma, una interpretación, o una restricción, entre otras. (Martínez-Sierra, 2003)

De acuerdo con Montiel (2005) la construcción de las FT atraviesa por seis etapas en donde se abordan conceptos como ángulo, ángulo positivo, ángulo negativo, medidas angulares, el triángulo rectángulo, razones trigonométricas, el círculo unitario, las funciones en los reales y su

representación gráfica, pero conforme se abordan estos conceptos, surgen problemas como el de las medidas angulares.

En consecuencia, retomando los resultados de las investigaciones anteriores que son de carácter cognitivo, didáctico y epistemológico respectivamente, nos enfocamos en el diseño de una secuencia de actividades didácticas con el objetivo de favorecer en los estudiantes la transición grados – radianes.

Marco teórico

Nuestra investigación se encuentra sustentada en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), ya que esta teoría nos permite conectar los conocimientos matemáticos con una situación problema, entendida como una estrategia para el aprendizaje en la que se propone al alumno, un enigma que podrá descifrar al confrontar sus conocimientos e ideas previas sobre el problema, con diversas fuentes para construir una respuesta o solución, surgiendo el conocimiento matemático como la solución de dicha situación.

Brousseau (1986), señala que en la TSD el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de obstáculos y desequilibrios, de tal manera que cuando el alumno logra superar dicho obstáculo es cuando se apropia del conocimiento en juego, y es el profesor quien debe de facilitar el medio para lograr dicha apropiación.

Se plantea que las secuencias didácticas, con los objetos de enseñanza específicos, provoque en el alumno una génesis artificial de los conceptos. Para ello es necesario conocer la génesis real, a fin de que los saberes adquieran nuevos significados o recuperen sus significantes iniciales, desde la visión en la cual se les adopta como entes culturalmente aceptados. Esto es, estudiar la naturaleza epistemológica de los saberes en juego.

Por otra parte Chavarría (2006), señala que es el docente quien proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento a partir de ciertas situaciones a-didácticas, las cuales, son situaciones que se le plantean al estudiante con el objetivo de construir y validar un conocimiento sin intervención del profesor.

Las situaciones a-didácticas (Brousseau, 1986), entendidas éstas como las interacciones del alumno con el medio, se describen en tres tipos:

- *Situación de Acción:* Es cuando el alumno se enfrenta al problema y trata de buscar la solución sin la intervención del maestro. El objetivo es que el alumno recuerde y aplique sus conocimientos previos.
- *Situación de Formulación:* El alumno comunica las formulaciones, resultado de las acciones realizadas sobre el medio, de tal manera que se enfrente con las formulaciones de sus demás compañeros. En general, se plantean algunas situaciones que provoquen conflictos cognitivos, de tal forma que al superarlos el estudiante logra conjeturar acerca del conocimiento en juego.
- *Situación Validación:* Es donde el alumno después de haber comunicado sus formulaciones demuestra y valida la pertinencia de ellas.

Existe otra situación, en la cual el profesor interviene con el fin de que los alumnos asuman la significación socialmente establecida del saber en juego, que ha sido construido por ellos en las situaciones de acción, formulación y validación. A ésta se le conoce como *situación de institucionalización*.

Asimismo Montiel (2002) nos reporta que la idea esencial de Brousseau es que el proceso de construcción de un conocimiento matemático consiste de diversas fases y se basa en juegos específicos, donde el actor interactúa con un ambiente a distintos niveles, evolucionando sus nociones y su lenguaje.

En situación de aprendizaje de un conocimiento matemático, el alumno debe lograr estas interacciones con un medio organizado por el profesor, debe ser capaz de actuar, hablar, pensar y evolucionar por motivación propia. Y agrega que aun cuando el alumno sepa que la situación problema que se le presenta tiene como objetivo adquirir un conocimiento nuevo, el profesor debe abstenerse de intervenir o sugerir el conocimiento que desea adquiera el alumno.

En conclusión, en nuestra investigación hacemos uso de algunos aspectos de dicha teoría, asumiendo la forma en la que se da el aprendizaje, por lo que la secuencia didáctica diseñada deberá provocar en el alumno un obstáculo de tal manera que al superarlo, logre apropiarse de la transición grados – radianes.

Metodología

Utilizaremos a la Ingeniería Didáctica (ID) como metodología de investigación, la cual según Douady (1995) (citado en (Ferrari, 2001)), es un conjunto de secuencias de clase, diseñadas, organizadas y articuladas coherentemente por un “profesor- ingeniero”, para lograr el aprendizaje de cierto conocimiento en un grupo de alumnos específico. Y considera que la ingeniería didáctica es, por un lado, un “*producto*” que resulta de un análisis preliminar, donde se tienen en cuenta las dimensiones cognitiva, didáctica y epistemológica del conocimiento a impartir y de un análisis *a priori* en el cual se decide sobre qué variables didácticas son pertinentes y sobre cuales se actuará, y por otro lado, un “*proceso*” en el cual el profesor implementa el producto y realiza los ajustes y adaptaciones necesarias según la dinámica de la clase lo exija.

En nuestra investigación, para el análisis preliminar consideramos lo siguiente:

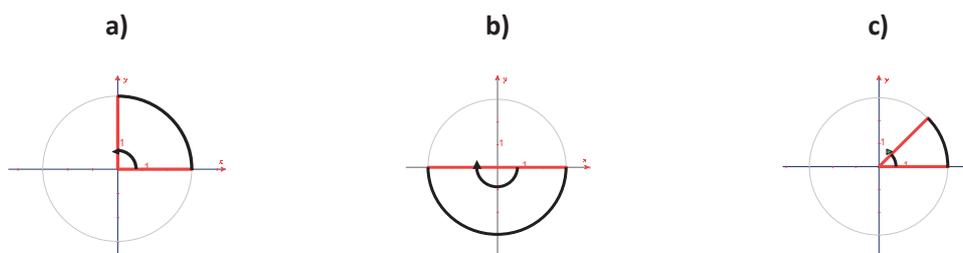
- ❖ Un análisis epistemológico, con el objetivo de conocer algunos aspectos de la génesis de las medidas angulares, y posteriormente considerarlos en el diseño de nuestra secuencia; para ello recurrimos al análisis hecho por Montiel (2005) acerca de estas medidas.
- ❖ Un análisis didáctico, con el objetivo de conocer cómo son tratadas las medidas angulares en los programas y libros de texto del Nivel Medio Superior; para ello nos basamos en el trabajo de Méndez (2008).
- ❖ Un análisis cognitivo, con el objetivo de conocer las concepciones que hay en los estudiantes del Nivel Medio Superior acerca de las medidas angulares, para ello retomamos el trabajo de Martínez y Rodríguez (2005) y de Maldonado (2005).

Para el diseño consideramos las tres fases de las situaciones a-didácticas, en la primera buscamos que los estudiantes se enfrenten a actividades que puedan resolver con los conocimientos que ya tienen; en la segunda situación buscamos que los estudiantes se enfrenten con actividades en las que ya no pueden hacer uso de las herramientas que ellos poseen, por lo que los orillamos a que recurran a nuevas herramientas que les sirvan para la solución de las actividades; finalmente en la tercera situación, se pretende que los estudiantes validen las nuevas herramientas encontradas en la situación anterior, logrando así la apropiación del conocimiento en juego, en este caso, la transición grados-radianes.

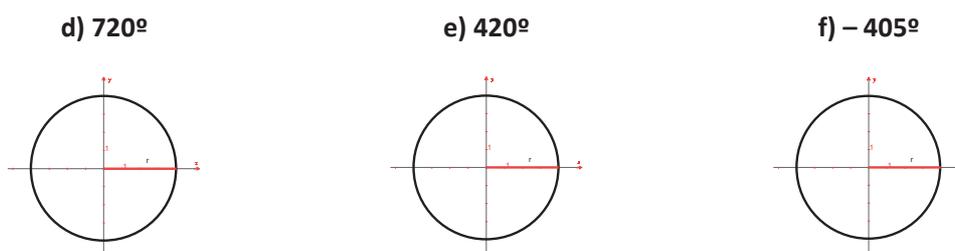
Secuencia de Actividades

Bloque I

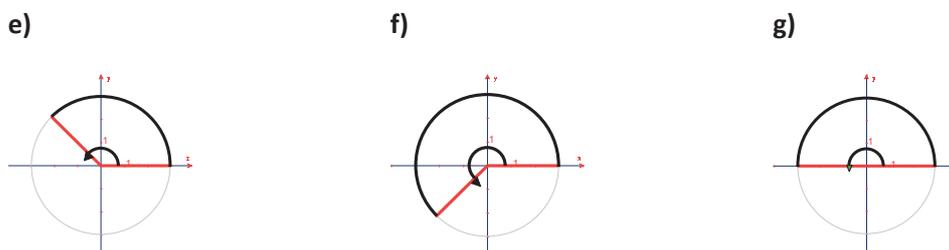
I) Estima el valor de los ángulos que se representan en las siguientes circunferencias. Justifique ampliamente sus respuestas.



II) En las siguientes circunferencias representa los ángulos que se te piden.

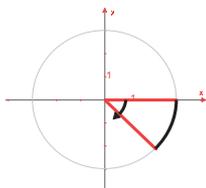


III) Estima el perímetro coloreado (arco) de las siguientes circunferencias. Justifique sus respuestas. **Pista:** el perímetro de una circunferencia es $2\pi r$.

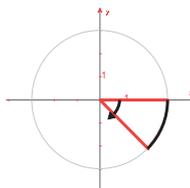


IV) Calcula la razón de la longitud del arco con el radio de cada una de las siguientes circunferencias.

a) El radio mide 4 cm

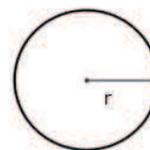


b) El radio mide 8 cm

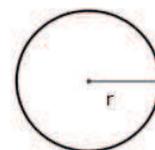


Bloque II

I) Calcula la razón de la longitud de toda la circunferencia y el radio. También estima el ángulo.

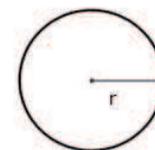


II) Estima el número de veces que entra el radio en la circunferencia. Expresa tu resultado en términos de π . Pista: $\pi = 3.1416$ aproximadamente!



III) Representa el ángulo α , para el cual el arco que se forma sea igual al radio dado en la siguiente circunferencia.

Eureka!, este ángulo limitado por el arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio recibe el nombre de RADIÁN, y generalmente se expresa como 1rad



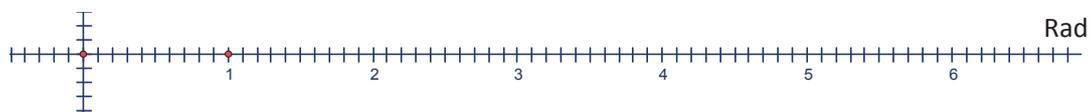
IV) ¿Cuántos radianes tiene una circunferencia? Exprésalo en términos de π . Justifica ampliamente tu respuesta

V) Expresa en términos de grados el ángulo α de la actividad III.

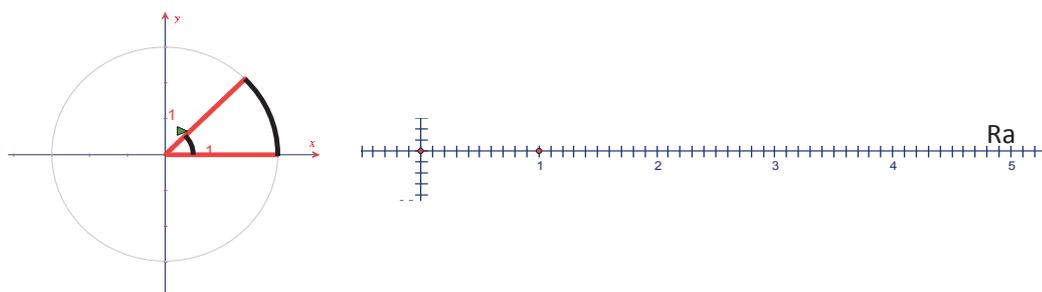
Ojo: Supongamos que el eje "x" representa a los radianes.

VI) Representa las siguientes cantidades sobre el eje "x"

a) π



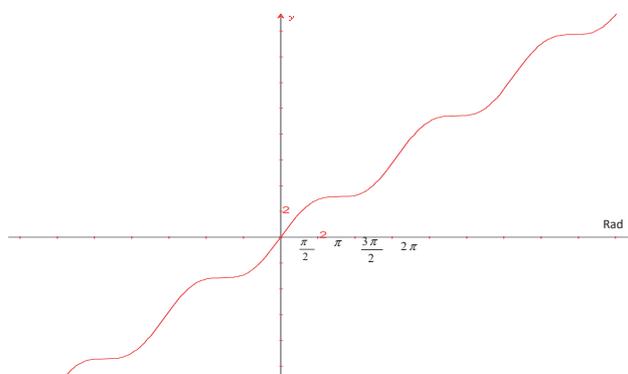
d) El ángulo que se forma en las siguientes circunferencias:



Bloque III

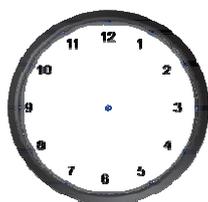
I) Considera la función $y = x + \text{sen}x$. Con ayuda de la gráfica, encuentra los valores que faltan en la tabla siguiente.

$y = x + \text{sen}x$		
Valor de x en grados	Valor de x en radianes	Valor de y
	1 rad	
1°		
	$\frac{\pi}{180}$	
	$\frac{\pi}{2}$	
90°		
	90 rad	
180°		
	π	
	3 rad	

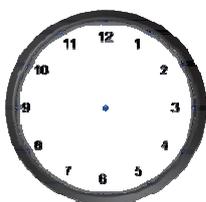


II) Expresa en radianes la magnitud del ángulo que forman la agujas del reloj cuando marcan las:

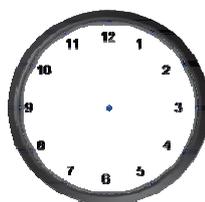
a) 4:00 hrs.



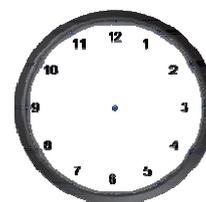
b) 1:15 hrs.



c) 9:00 hrs.



d) 3:55 hrs.



A manera de conclusión

Dada la naturaleza de este diseño, esperamos que ella favorezca la aprensión de la transición grados-radianes. Nuestra conjetura es que en ese orden se logra introducir al estudiante al trabajo con las medidas angulares recordando algunos conceptos básicos de la circunferencia, los cuales le permitirán identificar la relación que existe entre la unidad de medida angular en grados y en radianes, para que finalmente de manera sistémica relacione la medida angular en grados y su equivalencia en radianes.

Esperamos que este tipo de actividades, tenga una amplia incidencia en el nivel medio superior, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante, contribuyendo así a las problemáticas que reporta nuestra disciplina. Problemáticas que pueden ser tratadas a partir de la consideración de las dimensiones de conocimiento didáctico, cognitivo y epistemológico.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115.

Chavarría, J. (2006). Teoría de Situaciones Didácticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* 1(2). Costa Rica: Universidad de Costa Rica.

Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Un estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Maldonado, E. (2005). *Un análisis didáctico de la función trigonométrica*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Martínez-Sierra, G. (2003). *Caracterización de la convención matemática como un mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de su funcionamiento en los exponentes*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.

Martínez, J. y Rodríguez, P. (2005). *La didáctica y la cognición de los ángulos negativos y mayores de 360° y sus Funciones Trigonométricas. (Un estudio en el nivel medio superior)*. Tesis de licenciatura no publicada, Centro de Investigación en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Guerrero.

Méndez, C. (2008). *Sobre la construcción escolar de la función trigonométrica: la transición reales → radianes → grados*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Guerrero.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.