

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN EL PRIMER SEMESTRE DE INGENIERÍA EN INSTITUTOS TECNOLÓGICOS

Omar Pablo Torres Vargas, Ana María Ojeda Salazar

DME, Cinvestav - IPN

optorres@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

Campo de investigación: Pensamiento relacionado con
probabilidad y estadística

México

Nivel: Superior

Resumen. Este estudio se interesa en las limitaciones que puedan tener los alumnos del primer semestre de ingeniería para aprender probabilidad y estadística; se enfoca en la propuesta para estocásticos de los institutos tecnológicos y la cuestión de si satisface las necesidades del futuro ingeniero en el campo profesional. En la primera etapa de la investigación, el objeto de análisis fue el programa de estudio y los medios que recomienda el sistema de institutos tecnológicos, así como su correspondencia con las ideas fundamentales de estocásticos para un currículo en espiral. En la segunda etapa se considera la simultaneidad de la introducción de probabilidad y de estadística y del cálculo diferencial. Se ha diseñado un cuestionario para su aplicación como instrumento de recopilación de datos. En la tercera etapa se examinarán en detalle los resultados de la enseñanza en la comprensión de estocásticos de los estudiantes.

Palabras clave: Ingeniería, estocásticos, cálculo, limitaciones

Introducción

El campo profesional del ingeniero de más en más exige conocimientos de probabilidad y de estadística para afrontar problemas prácticos de su área, lo cual demanda del alumno universitario una formación en esas disciplinas. Los psicólogos, educadores y estadísticos a la par, reportan la experiencia de que una gran proporción de estudiantes, aún en la universidad, no entienden muchos de los conceptos estadísticos básicos que han estudiado. Este estudio se dirige a la cuestión de si la formación del ingeniero en los institutos tecnológicos satisface los requerimientos de conocimientos de estocásticos para un desarrollo satisfactorio en su futuro desempeño profesional y/o académico. Las insuficiencias en habilidades matemáticas y en razonamiento abstracto por parte de los estudiantes universitarios es clave del hecho de que no entienden muchos de los conceptos estadísticos básicos que se estudian en este nivel académico (Ahlgren y Garfield, 1988).

Justificación

La importancia declarada de introducir conceptos estadísticos en el currículum escolar, junto con nuestro conocimiento limitado acerca de desarrollo cognitivo, aprendizaje de matemáticas en general y concepciones erróneas de probabilidad y de estadística, indican que es imperativo un asalto coherente e intensivo sobre la dificultad del aprendizaje de conceptos básicos de estocásticos.

Al revisar la investigación sobre enseñanza en matemáticas y ciencias, Resnick (1983, citado en Ahlgren y Garfield, 1988) estimuló la colaboración entre psicólogos cognitivos y especialistas en la disciplina para mejorar la enseñanza preuniversitaria en matemáticas y en ciencias. Recomendó que, desde el principio, se enfatizara el razonamiento cualitativo, que se construyera sobre lo que los alumnos ya saben y que se confrontara la intuición ingenua directamente (Ahlgren y Garfield, 1988).

Epistemológicamente, las nociones de cálculo se formalizan antes que las de probabilidad. Por otro lado, es producto de una enseñanza determinista que otorga mayor importancia a los conceptos del cálculo que a los de probabilidad y estadística.

En el contenido del libro de texto propuesto (Walpole, 1992) en el programa de estudios de los institutos tecnológicos, los elementos de probabilidad se presentan desde el inicio y hasta el capítulo 6. De manera paralela a la asignatura “Probabilidad y Estadística”, en los institutos tecnológicos se propone “Cálculo Diferencial e Integral” (Stewart, 2001). La simultaneidad de ambas asignaturas en un mismo semestre plantea las interrogantes de si esta última se deba impartir previamente a la introducción de probabilidad y estadística y qué consecuencias tiene en la comprensión de estocásticos de los estudiantes.

Pregunta de investigación

¿Cuáles son las limitaciones para el aprendizaje de Probabilidad y Estadística de los estudiantes de primer semestre de ingeniería en institutos tecnológicos y a qué factores principales se deben?

Objetivos

Identificar la comprensión, de los estudiantes del primer semestre de ingeniería, de ideas fundamentales de estocásticos implicadas en problemas que requieren de conceptos del Cálculo, para obtener información de las limitaciones que repercutan hacia el orden cognitivo y transgredan el orden epistemológico y, de ahí, informar sobre la pertinencia de la propuesta institucional para, en su caso, proponer una alternativa.

Elementos teóricos

Se han considerado elementos teóricos, en el orden epistemológico, con la propuesta de Dietger Heitele (1975) referente a las ideas *fundamentales de estocásticos* para un currículo en espiral, pues es necesaria una formación continua en estocásticos, desde la educación preescolar hasta la universitaria, que considere sus *ideas fundamentales* como guía, de manera que en los grados superiores se pueda presuponer un dominio intuitivo (Fischbein, 1975) favorable al tratar temas de estocásticos así como bases para su conocimiento analítico (Heitele, 1975).

En el análisis se considera el triángulo epistemológico (Steinbring, 2005) sobre la constitución del concepto matemático, el cual resulta de la interacción entre el objeto, el signo y el propio concepto (Figura 5.1).

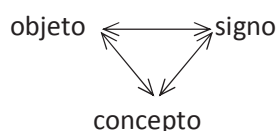


Figura 5.1 Triángulo epistemológico (Steinbring, 2005, pág. 22).

Es en el nivel universitario donde se enseñan estocásticos por primera vez como disciplina científica (Ahlgren y Garfield, 1988). El contenido típico de un curso introductorio de estadística a nivel universitario incluye: Estadística descriptiva, Teoría de la probabilidad e Inferencia estadística (Kapadia y Borovcnik, 1985).

Delimitaciones y limitaciones

La investigación se dirigirá sólo al caso de la carrera de ingeniería electrónica de un instituto tecnológico que propone la introducción simultánea al estudio de probabilidad y de estadística y al del cálculo diferencial. Puesto que la asignatura “Probabilidad y Estadística” consta de un solo curso durante el primer semestre de la carrera y es la única referente a estocásticos a lo largo de ésta, la investigación se centra en los temas planteados para este periodo. Debido a las características de la investigación y al tiempo disponible para desarrollarla, participará un número restringido de estudiantes del instituto tecnológico al cual nos hemos venido refiriendo.

Organización del estudio y criterios de análisis

La investigación emprendida, *en curso*, posee un carácter cualitativo y, de este modo, se hará la caracterización de las posibles limitaciones en el aprendizaje de estocásticos por parte de los estudiantes de ingeniería de institutos tecnológicos.

Para estudiar la cuestión de nuestro interés, se implementa el uso sistematizado de la *célula de análisis* en las tres etapas en las que se ha organizado esta investigación (ver Figura 7.1).

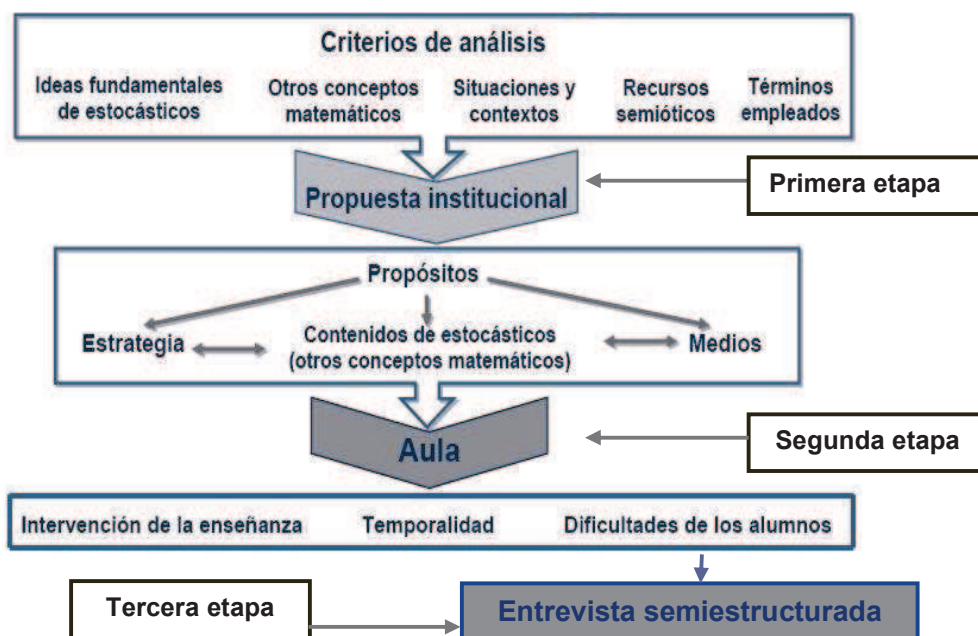


Figura 7.1. Organización de la investigación y célula de análisis de la enseñanza (Ojeda, 2006).

La primera concierne a las condiciones a las que se somete institucionalmente la formación en probabilidad y en estadística en la carrera de ingeniería electrónica; se le desarrolla con una investigación documental de su programa de estudio y libros de texto propuestos por los institutos tecnológicos. La segunda etapa se enfoca en la enseñanza de estocásticos, de cuyo resultado se recopilan datos, en primera instancia, mediante cuestionarios impresos en hojas para contestación individual con lápiz por parte de los estudiantes. Para la tercera etapa se pondrá en juego una estrategia de selección de estudiantes por su desempeño en la segunda, para examinar en más detalle su comprensión de estocásticos por medio de entrevistas semiestructuradas.

A lo largo de la investigación los datos recopilados se analizan respecto a las ideas fundamentales de estocásticos señaladas por Heitele (1975) y se les distingue de otros conceptos matemáticos implicados en su estudio para identificar posibles impertinencias por introducciones simultáneas o tardías de los segundos respecto a los primeros. Los recursos semióticos gráficos propuestos o utilizados también son de interés, en tanto están en estrecha relación con procesos cognitivos que los estudiantes habrán de manifestar mediante esos recursos como resultado de su comprensión de los temas enseñados (Fischbein, 1975; Steinbring, 2005). Los términos utilizados para hacer referencia a los estocásticos son motivo de inventario porque a algunos de ellos se les dota de un sentido distinto si se les aplica a situaciones deterministas (por ejemplo, “variable” en *variable aleatoria*, o “media”).

Los instrumentos para la recopilación de datos son cuestionario, guión de entrevista y entrevista semiestructurada. En consecuencia, el análisis de los datos recopilados durante las tres etapas de la investigación se efectúa en matrices y los criterios corresponden a lo planteado en la *célula de análisis* de la enseñanza (Ojeda, 2006).

Ejemplo incluido en el cuestionario diseñado. Objetivo: Identificar la comprensión del estudiante, de las ideas fundamentales de estocásticos implicadas en el problema. Observar de qué manera trata las distribuciones continuas de probabilidad y si su interpretación le es útil para la solución del problema.

Ideas fundamentales de estocásticos implicadas: 1) *Medida de probabilidad:* Es fundamental la comprensión de esta idea como la asignación numérica, en el intervalo $[0,1]$, a la probabilidad de cada evento del espacio muestra; 2) *Variable aleatoria:* El tiempo de vida útil de los transistores de silicio; 3) *Espacio muestra:* El conjunto de transistores producidos que se usan para montarse en

tarjetas; 4) *Adición de probabilidades*: Para el caso de una variable aleatoria continua, la probabilidad de que sus valores pertenezcan a un intervalo dado es el área bajo la curva de su función de distribución calculada para el intervalo en cuestión.

Otros conceptos matemáticos requeridos para contestar: Operaciones aritméticas, uso de signos, números racionales, exponentes, intervalos cerrados, intervalos abiertos, intervalos semiabiertos, integración, unidad de medición. El estudiante deberá tener claro que la función de distribución es continua para que pueda ofrecer una respuesta a los incisos planteándolos mediante intervalos, y sea un paso natural colocar, en los límites de la integral, los valores relacionados con la unidad de medición: $P(x \geq 200)$ en a) y $P(80 \leq x \leq 120)$ en b).

Recursos semióticos que se espera utilice el estudiante: Lengua natural, símbolos numéricos, expresiones matemáticas, esbozo de una gráfica relacionada con la función de densidad.

Términos empleados para referirse a ideas de estocásticos: *Y, entre y cualquier* son expresiones que aluden a eventos; *Tiempo de vida* se refiere a la variable aleatoria; *Al menos, probabilidad, variable aleatoria y función de densidad*; *Densidad*: Concentración de las probabilidades de los eventos del fenómeno aleatorio.

Problema: El tiempo de vida útil, en días, de los transistores de silicio montados en una tarjeta, es una variable aleatoria que tiene la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20000}{(x+100)^3}, & x > 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

Encuentre la probabilidad de que uno de estos transistores tenga una vida útil de:

- al menos 200 días;
- cualquier duración entre 80 y 120 días.
- ¿Cuál es el comportamiento de la función de densidad?

Solución esperada del estudiante que ilustra el tipo de procedimiento de cálculo requerido:

a) $P(x \geq 200)$

$$\int_{200}^{\infty} f(x) dx = 20000 \int_{200}^{\infty} \frac{dx}{(x+100)^3} = 20000 \int_{200}^{\infty} \frac{du}{u^3} = 20000 \frac{1}{-2u^2} \Big|_{200}^{\infty} = -10000 \frac{1}{(x+100)^2} \Big|_{200}^{\infty}$$

$$u = x + 100$$

$$du = dx$$

$$= -10000 \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{(200+100)^2} \right] = \frac{1}{9}$$

La probabilidad de que uno de los transistores tenga una vida útil, mayor o igual que 200 días, es un noveno.

b) $P(80 \leq x \leq 120)$

$$\int_{80}^{120} f(x) dx = 20000 \int_{80}^{120} \frac{dx}{(x+100)^3} = 20000 \int_{80}^{120} \frac{du}{u^3} = 20000 \frac{1}{-2u^2} \Big|_{80}^{120} = -10000 \frac{1}{(x+100)^2} \Big|_{80}^{120} =$$

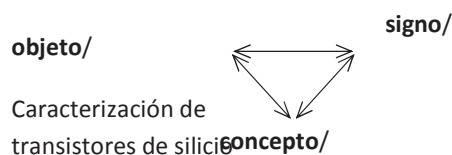
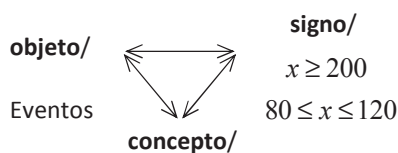
$$u = x + 100$$

$$du = dx$$

$$= \frac{1000}{9801} = 0.10203$$

La probabilidad de que uno de los transistores tenga una vida útil, entre 80 y 120 días, es 0.10203.

c) La función de densidad es una curva ubicada en el primer cuadrante del plano cartesiano y es asintótica respecto a los ejes que lo conforman, lo cual nos informa que la probabilidad de la duración de los transistores en cuestión disminuirá a medida que transcurra el tiempo.



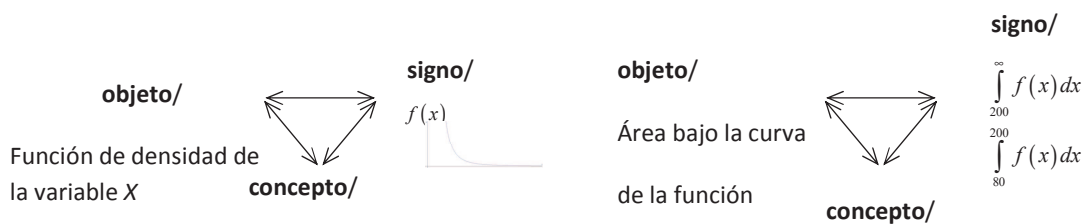


Figura 7.2. Análisis de ideas fundamentales de estocásticos implicadas en el problema planteado.

Al estudiante se le propone un problema en el cuestionario que implica las ideas fundamentales de estocásticos indicadas en la Figura 7.2. Su respuesta proporciona datos sobre su comprensión de ellas.

Resultados

La simultaneidad de la introducción de probabilidad y de estadística y del cálculo diferencial e integral plantea la interrogante del uso correcto del último para el estudio de las primeras o si éste se debe posponer.

La probabilidad es una función cuyo dominio es el espacio muestra y el codominio es el intervalo cerrado y real $[0,1]$. Esta definición se podría comprender si se le introdujera cuando, o después, de que se presenta el concepto de función en la asignatura del “Cálculo diferencial”, pero le antecede. En consecuencia, se plantean interrogantes sobre la adquisición de los conceptos de estocásticos de algunos estudiantes pero, en contraparte, se plantea también la oportunidad de una reafirmación de los conocimientos sobre los temas tratados en ambas asignaturas para los alumnos de este nivel. Cabe señalar que las asignaturas en cuestión se cursan de manera independiente y, aparentemente, sus temas se presentan sin relación alguna. En el caso del problema incluido en este reporte, se requiere un procedimiento de cálculo para solucionarlo que está ubicado, dentro del programa de estudios, en un semestre posterior al que contiene la asignatura probabilidad y estadística. Se tendría que ejercitar la operación con integrales para que el estudiante no encuentre un obstáculo en esa parte.

La postergación, en el programa de estudios de los institutos tecnológicos, de estadística descriptiva luego de conceptos básicos y de distribuciones de probabilidad, supone el

desaprovechamiento del enfoque frecuencial como una base intuitiva favorable a la introducción de conceptos probabilísticos (Hogarth, 2002).

Referencias bibliográficas

Ahlgren, A. y Garfield, J. (1988). Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research. *Journal for Research in Mathematics Education* 19(1), 44-63.

Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dördrecht, Netherlands: Reidel Publishing Company.

Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematic* 6(2), 187-205.

Hogarth, R. M. (2002). *Educación la intuición. El desarrollo del sexto sentido*. Barcelona, España: Paidós.

Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. En Kapadia, R. y Borovcnik, M. (Eds.) *Chance Encounters: Probability in Education*. (pp. 135-167). Dördrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: Un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Comp.), *Matemática educativa, treinta años: Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195-214), México: Santillana.

Spiegel Murray, R. (1975). *Probabilidad y Estadística*. México: McGraw-Hill.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective*. USA: Springer.

Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas* (4ª. ed.). Colombia: Thomson.

Walpole, R. & Myers, R. (1992). *Probabilidad y estadística* (4ª. ed.). México: McGraw-Hill.