

REPARTO CON FRACCIONES: ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

Eliza Minnelli Olguín Trejo, Marta Valdemoros Álvarez

CINVESTAV-IPN

México

mvaldemo@cinvestav.mx

Campo de investigación: Números racionales y propiedad

Nivel: Básico

Resumen. *El estudio de casos que se presenta está centrado en las estrategias de resolución de problemas de reparto con fracciones empleadas por niños. La escuela elegida para su realización pertenece al sistema público y está localizada en una zona dentro del área urbana de la Ciudad de México, se seleccionó un grupo de cuarto grado de primaria. Los instrumentos metodológicos que se consideraron en la investigación son: la observación de tres clases en las que fueron abordadas las fracciones, la aplicación de un cuestionario con problemas de reparto y uso de fracciones, la realización de entrevistas a Josefina, Miriam y Mario (niños que exhibieron procesos relevantes de aprendizaje en su participación). Como resultado de esto fueron identificadas siete estrategias diferentes al resolver los problemas de reparto con fracciones.*

Palabras clave: fracciones, reparto, cociente, estrategias de resolución

Introducción

Consideramos importante asomarnos a los procesos cognitivos de los alumnos para poder comprender cómo se inicia la construcción del número fraccionario. Efectuando un análisis de las estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas de reparto con fracciones, con el fin de reconocer los procesos empleados por los estudiantes y algunas de las múltiples dificultades cognitivas que comúnmente enfrentan. Enfocamos nuestro interés en el reparto porque se trabaja con dos relaciones fundamentales para la comprensión de la fracción, la relación *parte-todo* y la relación *parte-parte*. Dada la relevancia del problema y los objetivos de nuestro estudio, nos centramos en dar respuesta a las siguientes preguntas ¿Cuáles son las diferentes estrategias que utilizan los alumnos en la resolución de problemas de reparto con fracciones? ¿Qué estrategias son más frecuentes? ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de dichos problemas? Fijándonos los objetivos del estudio: a) Identificar las principales estrategias desarrolladas por los alumnos en la resolución de problemas de reparto con fracciones y b) detectar las dificultades que presentan los niños en la resolución de los problemas.

Marco teórico

La semántica de las fracciones

Como lo menciona Kieren (1984), el conocimiento del número racional es un contenido matemático complejo que forma un cociente, incluye varias experiencias matemáticas que comprenden las herramientas del pensamiento tales como particiones, la identificación de partes y formación de equivalencia; afirma que en la expresión a/b se adquieren cinco significados los cuales denomina subestructos: cociente, medida, operador multiplicativo, razón y relación parte-todo. Define la relación parte-todo como un todo que es cortado en partes iguales, usando la idea de fracción para cuantificar la relación entre el todo y un número designado de partes; relacionándose con cada uno de los otros cuatro subestructos, identificando una unidad apropiada a cada circunstancia (Kieren, 1983). El significado de cociente está íntimamente relacionado con la relación parte-todo, permitiendo la cuantificación de los resultados cuando se divide una cantidad dentro de un número dado de partes, en situaciones de reparto (Kieren, 1980).

Las estrategias de resolución en problemas de reparto con fracciones

Lamon (1996) ha identificado tres estrategias para una repartición equitativa: “Estrategia de piezas preservadas” (cuando cada persona recibe más de una unidad de la cantidad total que se está repartiendo, reparte unidades completas y las sobrantes las marca y corta), “Estrategia de marcar todo” (todas las piezas se marcan, inclusive aquéllas que permanecen intactas, pero sólo la(s) pieza(s) que requieren cortarse se cortarán) y “Estrategia de distribución” (todas las piezas del entero se marcan y cortan, y las piezas más pequeñas se distribuyen). Como las marcas que se utilizaron en estas estrategias básicas podrían ser o no económicas, hace una clasificación adicional de cada una de las estrategias para la partición: “mercado económico” y “mercado excesivo”.

En el estudio llevado a cabo por De León (1998) menciona cuatro procedimientos o formas para organizar las situaciones de reparto: Procedimiento I Reparten exhaustivamente sin controlar la equidad, Procedimiento II Reparto en partes iguales pero con residuo, Procedimiento III Reparto exhaustivo y en partes iguales sin anticipación, Procedimiento IV Reparten exhaustivamente y en partes iguales con anticipación.

Por su parte, Charles & Nason (2000) identificaron dos estrategias que tienen la característica de poder abstraer inmediatamente la construcción de la fracción del cociente partitivo (la idea del cociente que emerge del reparto). “Estrategia fundante del cociente partitivo” el sujeto reconoce el número de personas (Y), genera el nombre de la fracción de acuerdo al número de personas, reconoce la relación entre el nombre de la fracción y el número de pedazos del entero, parte cada objeto en pedazos iguales, efectúa el reparto y cuantifica cada parte. “Estrategia del procedimiento del cociente partitivo” reconoce el número de personas (Y), el número de objetos (X) y cuantifica la parte que le corresponde a cada persona como X/Y .

En cambio, Empson, Junk, Domínguez & Turner (2005) para clasificar las estrategias tomaron en cuenta la coordinación entre el número de personas y el número de cosas y las definen como “estrategia de coordinación progresiva” cuando coordinan el número de piezas con el número de personas, distribuyen las piezas, lo sobrante lo parten nuevamente como haciendo un ajuste y distribuyen, y la “estrategia de coordinación de un sólo artículo” que implicó repartir cada artículo en un número de piezas (n) igual al número de gente (p) que comparten los artículos.

La investigación efectuada por Mamede, E., Nunes, T. & Bryant, P. (2005) se centra en el uso de las fracciones en dos situaciones parte-todo y cociente. Diferenciando una de la otra porque en las situaciones parte-todo el denominador es el que señala el número de piezas en las cuales se cortó el conjunto, y el numerador señala el número de piezas tomadas. En las situaciones de cociente el denominador señala el número de personas del reparto y el numerador el número de partes que le corresponde a cada persona. Dichos investigadores observaron que los niños tenían más éxito al enfrentarse a situaciones de cociente que de relación parte-todo, porque el análisis en situaciones de cociente es más natural.

Método

El escenario y los sujetos del estudio

La escuela elegida pertenece al sistema público y está localizada en una zona del área urbana de la Ciudad de México. Se seleccionó un grupo de cuarto grado de primaria, integrado por 11 niños de ambos sexos, sus edades estaban comprendidas entre 9 y 10 años.

Instrumentos metodológicos que se consideraron en la investigación

- Observación en el aula. Se observó 3 sesiones donde el maestro abordó el tema de fracciones, para obtener información sobre lo que se prioriza y lo que se deja a un lado en la enseñanza del reparto con fracciones, permitiendo la reconstrucción de características primordiales de la enseñanza recibida por el grupo escolar.

- Cuestionario. Instrumento primordial que permitió hacer una exploración de las ideas, nociones y conocimiento previos con los que contaban cada uno de los alumnos respecto al significado de fracción como relación parte-todo y como cociente; permitiendo el reconocimiento de la diversidad de estrategias que utilizaron cuando se enfrentaron a problemas de reparto con fracciones e identificar cuáles son las más empleadas. Además, constituyó el punto de partida para la selección de los sujetos del estudio de casos.

El cuestionario, contenía problemas de reparto que admiten una interpretación continua y discreta del mismo. Integrado por 2 actividades de identificación de fracciones y 8 problemas verbales distintos usando modelos circulares, rectangulares y cuadrados; contemplando tareas para producir medios, cuartos, tercios, sextos y una tarea de equivalencia para comparar medios y cuartos en un modelo circular.

- Entrevistas individuales. Fueron semiestructuradas y videograbadas, se les aplicó a Josefina, Miriam y Mario, estudiantes que exhibieron procesos relevantes de aprendizaje en la resolución del cuestionario. Se trabajó con cuatro problemas usando modelos circulares, rectangulares y cuadrados, contemplando tareas para producir medios, tercios, cuartos y sextos, además de tareas de equivalencia para comparar medios y cuartos en modelos circulares, y tercios y sextos en modelos rectangulares; los problemas fueron diseñados con base en las tareas utilizadas por Streefland (1991).

Resultados

La observación

Los resultados obtenidos revelan una enseñanza directriz donde la resolución de problemas está muy encaminada a las sugerencias del maestro, teniendo fuerte carga de algoritmos y donde no se reconocen modos alternativos de solución para un mismo problema.

El cuestionario

Más de la mitad del grupo carece de experiencia en la partición de diferentes modelos geométricos, especialmente para dividir el círculo en tercios y el cuadrado en sextos. En los problemas verbales, la mitad del grupo respondió con números naturales para indicar la cantidad de partes que corresponden en un reparto, traduciendo los aspectos cuantitativos de las tareas mencionadas al lenguaje de los números naturales, ello indica que han comprendido adecuadamente cada problema pero no han podido expresar una fracción (Valdemoros, 2004).

Se identificaron seis diferentes estrategias para dar solución a los problemas, los niños utilizaron al menos dos de ellas para dar solución a un mismo problema. De los resultados obtenidos se eligió a tres niños para realizar el estudio de casos, el perfil de cada uno es el siguiente:

Josefina fue escogida porque empleó cinco estrategias diferentes de resolución, en las cuales varía la idea de unidad, la idea de divisor y de objetos susceptibles de partición, aunque evade tanto como es posible el uso de notaciones fraccionarias.

Miriam fue seleccionada porque al solucionar los problemas divide cada unidad en el mismo número de personas, sin embargo, al dar su respuesta numérica da una fracción equivalente de la que corresponde a su reparto.

Mario presentó una fuerte tendencia a dar la respuesta numérica de sus repartos con números naturales, utilizando expresiones como “dos partes cada uno”, “una parte de la barra”.

Estudio de casos

Las estrategias que empleó Josefina fueron: A) dividió cada unidad en el mismo número de personas, B) repartió unidades completas a cada persona y lo que sobró lo dividió en fracciones, C) realizó una partición y un reparto equivalente con más divisiones de las necesarias (dio $\frac{2}{6}$ de un chocolate a tres personas), D) dividió en mitades cada unidad, las repartió y lo que sobró lo dividió

nuevamente haciendo un ajuste, E) interpretó la unidad integrando todos los objetos de la colección y con base en ello hizo el reparto (Figura1).

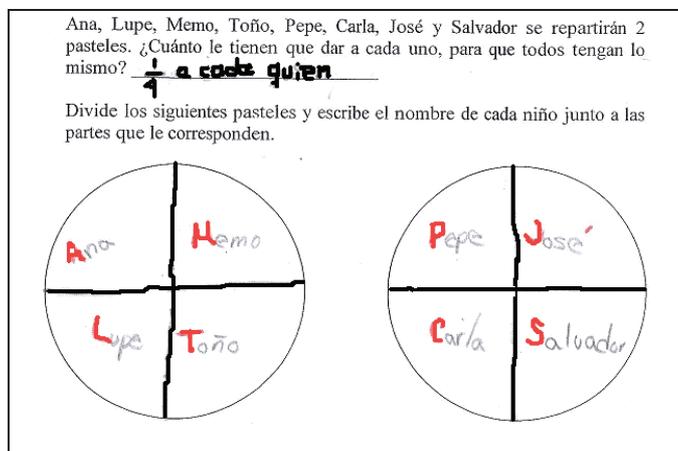


Figura 1. Estrategia E utilizada por Josefina.

La dificultad que tuvo Josefina fue no poder asignar un número fraccionario al resultado de su reparto, por lo que fue necesario enfatizar en sus estrategias de partición la relación parte-todo y relación parte-parte, y con base en ello el nombre que le es atribuible a cada pedazo.

Miriam, para dar solución a los problemas, dividió cada unidad en el mismo número de personas y asignó una parte a cada uno, pero al dar algunas respuestas numéricas escribió una fracción equivalente, fue la sexta estrategia observada. Según el modelo de análisis de Valdemoros (2004) los procesos de traducción le permitieron efectuar el pasaje desde un sistema de representación a otro.

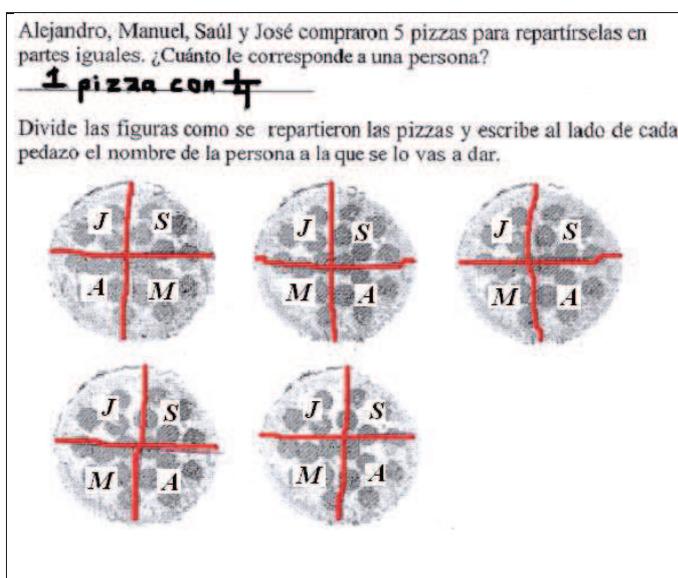


Figura 2. Estrategia utilizada por Miriam.

Mario utilizó la estrategia que consistió en dividir cada unidad en el mismo número de personas, sin embargo, no asignó números fraccionarios a los resultados de sus repartos, utilizando solamente números naturales. Durante la entrevista demostró que no tenía problema alguno para

asignar al resultado de su reparto un número fraccionario, sin embargo, para él le era más cómodo darlo con naturales. Al pedirle que expresara una estrategia diferente de la utilizada, lo que hizo fue dividir los pedazos resultantes de su estrategia a la mitad.

Una abuelita reparte a sus nietos Liz, Monse, Dani, Eli, Ivon y Javi 8 galletas y les debe dar a todos la misma cantidad. ¿Cuánto le corresponde a cada nieto?

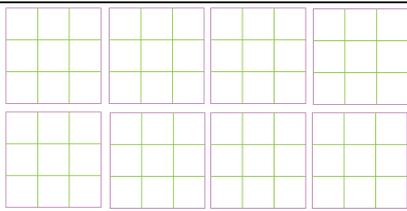
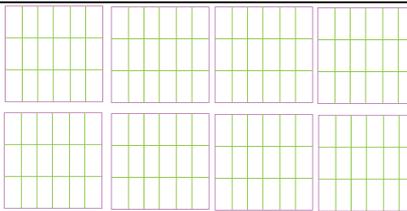
 <p>Estrategia 1</p>	 <p>Estrategia 2</p>
---	--

Figura 3. Estrategias de reparto utilizadas por Mario.

Conclusiones

Pese a la instrucción recibida donde no se aceptan modos alternos para dar solución a un mismo problema, los niños utilizaron siete diferentes estrategias para resolver las tareas de reparto, lo cual revela que el uso de la fracción se dio en el campo de una gran riqueza semántica.

De las siete estrategias de resolución identificadas, la más utilizada fue aquella donde dividen cada objeto de la colección en el número de personas que intervienen en el reparto y asignan una de esas partes a cada persona. Con esto prevalece una interpretación discreta de la colección, es decir, cada objeto es visto como una unidad autónoma (de ese modo se relega la interpretación continua de la colección, en la que cada objeto sería tan sólo una parte de una única unidad).

No obstante, también plantearon los alumnos otras interpretaciones de la unidad, asignando objetos enteros a cada persona y subdividiendo los sobrantes, si así lo favorecían las condiciones generales del reparto.

Muchos niños utilizaron diversas estrategias de resolución porque se apoyaron en las ideas de equivalencia.

Aunque los estudiantes evidenciaron básicamente un rico dominio del reparto, a nivel de la representación numérica muchos de los miembros de este grupo parecían permanecer anclados en el terreno del uso de los números naturales, en la medida en que optaron por expresar la respuesta final a través del reconocimiento de dichos números.

Referencias bibliográficas

Charles, K. y Nason, R. (2000). Young children's partitioning strategies studies in mathematics. *Educational Studies in Mathematics Education*, 43, 191-221.

De León, H. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática* 1(2), 5-28.

Empson, S., Junk, D., Domínguez, H., y Turner, E. (2005). Fractions as the coordination of multiplicatively related quantities: Across-sectional study of children's thinking. *Educational Studies in Mathematics Education*, 63, 1-28.

Kieren, T. E. (1980). The rational number construct. Its elements and mechanisms. En: T. Kieren (Ed.), *Recent Research on Number Learning*, Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

Kieren, T. E. (1983). Partitioning, equivalence, and the construction of rational number ideas. In M. Zweng (Ed.). *Proceedings of the 4th International Congress on Mathematical Education* (pp. 506-508). Boston: Birkhauser.

Kieren, T. (1984). Mathematical Knowledge Building: The Mathematics teacher as consulting Architect. *35th International Congress on Mathematical Education*, 187-194.

Lamon, S. (1996). The Developmental of unitizing: its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(2), 170-193.

Mamede, E., Nunes, T. & Bryant, P. (2005). The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations. En Chick, H. L., & Vincent, J. L. (Eds.). (2005). *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 3* (pp.281-288). Melbourne: PME.

Streefland, L. (1991). The course in theory and practice. En L. Streefland (Ed.). *Fractions in realistic Education: A paradigm of developmental research* (pp. 46-134). Dordrecht: Kluwer Academic.

Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 7(3), 235-256.